

SEP

SECRETARÍA DE  
EDUCACIÓN PÚBLICA



TECNOLÓGICO NACIONAL DE MÉXICO  
Secretaría Académica, de Investigación e Innovación  
Dirección de Posgrado, Investigación e Innovación

**cenidet**<sup>®</sup>  
Centro Nacional de Investigación  
y Desarrollo Tecnológico

# Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico

**Subdirección Académica**

**Departamento de Ingeniería Electrónica**

**TESIS DE MAESTRÍA EN CIENCIAS**

**Evaluación de Estimadores de Estado y Control en un Intercambiador  
de Calor**

presentada por

**Ing. Juan Joachin Bartolo**

como requisito para la obtención del grado de

**Maestro en Ciencias en Ingeniería Electrónica**

Director de tesis

**Dr. Manuel Adam Medina**

Codirector de tesis

**Dr. Carlos Manuel Astorga Zaragoza**

**Cuernavaca, Morelos, México. Octubre de 2016.**



Cuernavaca, Mor., 28 de junio de 2016.

OFICIO No. DIE/137/2016  
Asunto: Aceptación de documento de tesis

**DR. GERARDO VICENTE GUERRERO RAMÍREZ**  
SUBDIRECTOR ACADÉMICO  
PRESENTE

Por este conducto, los integrantes de Comité Tutorial del **C. Juan Joaquín Bartolo** con número de control **M14CE026** de la Maestría en Ciencias en Ingeniería Electrónica, le informamos que hemos revisado el trabajo de tesis profesional titulado **“Evaluación de Estimadores de Estado y Control en un Intercambiador de Calor”**, y hemos encontrado que se han realizado todas las correcciones y observaciones que se le indicaron, por lo que hemos acordado aceptar el documento de tesis y le solicitamos la autorización de impresión definitiva.

DIRECTOR DE TESIS



Dr. Manuel Adam Medina  
Doctor en Ciencias en Ingeniería Electrónica  
Cédula profesional 5992003

CODIRECTOR DE TESIS



Dr. Carlos Manuel Astorga Zaragoza  
Doctor en Ingeniería Electrónica  
Cédula profesional 5505019

REVISOR 1



Dr. Juan Reyes Reyes  
Doctor en Ciencias en la Especialidad de Control Automático  
Cédula profesional 4214833

REVISOR 2



Dr. Víctor Manuel Alvarado Martínez  
Doctor en Ciencias en Ingeniería Electrónica  
Cédula profesional 8031070

C.p. Lic. Guadalupe Garrido Rivera.- Jefa del Departamento de Servicios Escolares.  
Estudiante  
Expediente

CMAZ/lrr



Cuernavaca, Mor., 12 de octubre de 2016

OFICIO No. SAC/305/2016

**Asunto:** Autorización de impresión de tesis

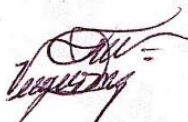
**ING. JUAN JOACHIN BARTOLO  
CANDIDATO AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS  
EN INGENIERÍA ELECTRÓNICA  
P R E S E N T E**

Por este conducto, tengo el agrado de comunicarle que el Comité Tutorial asignado a su trabajo de tesis titulado "**Evaluación de Estimadores de Estado y Control en un Intercambiador de Calor**", ha informado a esta Subdirección Académica, que están de acuerdo con el trabajo presentado. Por lo anterior, se le autoriza a que proceda con la impresión definitiva de su trabajo de tesis.

Esperando que el logro del mismo sea acorde con sus aspiraciones profesionales, reciba un cordial saludo.

**ATENTAMENTE**

"CONOCIMIENTO Y TECNOLOGIA AL SERVICIO DE MEXICO"



**DR. GERARDO VICENTE GUERRERO RAMÍREZ  
SUBDIRECTOR ACADÉMICO**



S. E. P. - TecNM  
CENTRO NACIONAL  
DE INVESTIGACIÓN  
Y DESARROLLO  
TECNOLÓGICO  
DIRECCIÓN

C.p. M.T.I. María Elena Gómez Torres- Jefa del Departamento de Servicios Escolares.  
Expediente

GVGR/mcr



# *Dedicatoria*

*A Dios y a mi familia...*

*A Dios por darme a mi familia y a mi familia por siempre apoyarme  
y creer en mí...*





# *Agradecimientos*

*A mis padres Elizabeth y Juan por brindarme la oportunidad de vivir, por brindarme siempre su apoyo y su amor. Desde que tengo plena conciencia y a través del tiempo los seguiré amando cada vez más!*

*A mis hermanas Lucia y Carmen por brindarme siempre su apoyo y su amor. Las amo y sin dudarlo ni un momento, estoy siempre de su lado. A mí cuñado Arturo por ser parte de lo que llamo familia y apoyarnos en todo.*

***A mis sobrinos, Arturo, Hannia y Elizabeth, les amo!!!***

*A mi asesor Dr. Manuel Adam Medina porque creyó y confió en mí a pesar de todos los inconvenientes que se presentaron, sin duda estoy completamente agradecido por su incomparable apoyo. Gracias por sus consejos y por siempre estar dispuesto a ayudar, su aportación en mi persona fue más allá de lo académico, Gracias Totales maestro Manuel.*

*A mi co - asesor Dr. Carlos Manuel Astorga Zaragoza por el apoyo que me brindó desde el primer día durante mi formación en la institución, por sus consejos, la disposición, la amistad y amplia confianza, estoy muy agradecido maestro Carlos.*

*A los integrantes del comité revisor: Dr. Juan Reyes Reyes y Dr. Víctor Manuel Alvarado Martínez por aportar en mi trabajo de tesis, los comentarios y sus puntos de vista respecto a mi trabajo.*

*A los maestros de Cenidet por la formación académica recibida, Dr. Alejandro, Dr. Juan, Dr. Carlos Daniel, Dr. Quintero, Dr. Gerardo Vicente, Dr. Fabricio, Dr. Víctor, Dr. Carlos, Dr. Manuel, Dra. Guadalupe, Dr. Mina y la maestra Patricia. Estaré agradecido por compartir sus conocimientos para mi formación.*

*A mis amigos y compañeros dentro y fuera de Cenidet, gracias por su amistad y su ayuda.*

*Al personal que labora en Cenidet que amablemente me atendió durante mi estancia en la institución. De manera especial a Sra. Lorena, Lic. Guadalupe, a la Lic. Anita y a la bibliotecaria Nadia.*

*A CENIDET por darme la oportunidad de abrirme sus puertas y realizar mis estudios...*

*A CONACYT por el apoyo brindado para la realización de mis estudios de maestría.*

# RESUMEN

En este trabajo de tesis se presentará un modelo matemático que represente la dinámica del intercambiador de calor de tubos concéntricos con configuración contracorriente en modalidad de enfriador, tal modelo será simulado y se le implementarán dos estimadores no lineales. Con el fin de comparar los estimadores se harán cambios de flujo en las entradas del proceso, se aplicará un estimador adaptable y un estimador de alta ganancia. El modelo no lineal simplificado del intercambiador de calor se manipulará para realizar un par de esquemas de control, los cuales consisten en un control clásico Proporcional – Integral – Derivativo (PID) y un control simple por modelo de referencia. Serán sometidos a pruebas ante cambios de referencia y cambios en la entrada del sistema para probar el correcto funcionamiento de la acción de control.



# **ABSTRACT**

In this thesis work will present a mathematical model that represents the dynamics of the heat exchanger of concentric tubes with countercurrent configuration in the modality of cooler, such model will be simulated and are deployed two non-linear estimators. In order to compare the estimators changes will be made to flow in the entries of the process, shall apply an estimator adaptable and an estimator of high gain. Simplified the nonlinear model of the heat exchanger is handled to perform a couple of control schemes, which consist in a classic control proportional - Integral - Derivative (PID) and a simple control by reference model. Shall be subjected to tests of reference changes and changes in the inputs of the system in order to test the correct functioning of the control action.



# INDICE GENERAL

ÍNDICE DE TABLAS .....	XV
NOMENCLATURA / ACRÓNIMOS / SUBÍNDICES / SUPERÍNDICES .....	XVII
<b>1. INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>1</b>
<b>1.1. Planteamiento del problema.....</b>	<b>3</b>
<b>1.2. Justificación .....</b>	<b>3</b>
<b>1.3. Objetivo general .....</b>	<b>3</b>
<b>1.3.1. Objetivos Específicos.....</b>	<b>4</b>
<b>1.4. Alcance .....</b>	<b>4</b>
<b>1.5. Aportación .....</b>	<b>4</b>
<b>1.6. Estado del arte .....</b>	<b>5</b>
<b>1.7. Organización del documento.....</b>	<b>6</b>
<b>2. INTERCAMBIADOR DE CALOR.....</b>	<b>7</b>
<b>2.1. Generalidades .....</b>	<b>7</b>
<b>2.2. Clasificación de los intercambiadores de calor .....</b>	<b>8</b>
<b>2.3. Representación matemática del intercambiador de calor de tubo concéntrico .....</b>	<b>12</b>
<b>2.3.1. Modelo de parámetros distribuidos .....</b>	<b>12</b>
<b>2.3.2. Modelo de parámetros concentrados.....</b>	<b>14</b>
<b>2.4. Fuerza conductora en el intercambiador de calor de tubos concéntricos .....</b>	<b>17</b>
<b>2.5. Conclusiones .....</b>	<b>21</b>
<b>3. ESTIMADORES DE ESTADO .....</b>	<b>23</b>
<b>3.1. Generalidades .....</b>	<b>23</b>
<b>3.2. Diseño de estimadores.....</b>	<b>24</b>
<b>3.2.1. Condición de observabilidad .....</b>	<b>25</b>
<b>3.3. Estimadores no lineales.....</b>	<b>26</b>
<b>3.3.1. Estimadores Adaptables .....</b>	<b>26</b>
<b>3.4. Simulación de los estimadores.....</b>	<b>31</b>
<b>3.5. Conclusiones .....</b>	<b>40</b>
<b>4. CONTROL EN EL INTERCAMBIADOR DE CALOR.....</b>	<b>41</b>
<b>4.1. Control por Modelo de Referencia .....</b>	<b>41</b>
<b>4.1.1. Controladores adaptables con modelo de referencia .....</b>	<b>44</b>
<b>4.2. Control Proporcional Integral y Derivativo (PID) .....</b>	<b>49</b>

4.2.1 Método de Oscilación .....	53
4.2.1 Método basado en la Curva de Reacción .....	54
4.3. Aplicación al Intercambiador de calor .....	56
4.4. Simulación de los esquemas de control propuestos .....	59
4.5. Conclusiones .....	79
5. CONCLUSIONES .....	81
5.1. Conclusiones generales .....	81
5.2. Trabajos Futuros .....	83
6. BIBLIOGRAFÍA .....	85
7. ANEXOS .....	91
Anexo A .....	91
Anexo B .....	92
Anexo C .....	94
Anexo D .....	94



# ÍNDICE DE FIGURAS

<i>Figura 2.1</i> Intercambiador de calor de tubo concéntrico .....	7
<i>Figura 2.2.</i> Clasificación de intercambiadores de calor .....	9
<i>Figura 2.3.</i> Clasificación de intercambiadores de calor .....	10
<i>Figura 2.4.</i> Intercambiador de calor de doble tubo, configuraciones .....	11
<i>Figura 2.5.</i> Esquema del intercambiador de calor en paralelo .....	12
<i>Figura 2.6.</i> Esquema del intercambiador de calor en contracorriente .....	13
<i>Figura 2.7.</i> Representación de 1 celda (a) y n celdas (b) de un intercambiador de calor .....	14
<i>Figura 2.8.</i> Intercambiador de calor de flujos cruzados .....	16
<i>Figura 3.1</i> Esquema general de un observador .....	23
<i>Figura 3.2</i> Temperaturas de salida y estimadas del observador de alta ganancia .....	33
<i>Figura 3.3</i> Temperaturas de salida y estimadas del observador adaptable .....	33
<i>Figura 3.4</i> Cambios de flujo en $v_c$ para los estimadores .....	34
<i>Figura 3.5</i> Temperaturas de salida y estimadas de los observadores respecto al modelo .....	35
<i>Figura 3.6</i> Errores obtenidos de los estimadores respecto al modelo para $T_{co}$ .....	35
<i>Figura 3.7</i> Errores obtenidos de los estimadores respecto al modelo para $T_{ho}$ .....	36
<i>Figura 3.8</i> Cambios de flujo en $v_h$ para los estimadores .....	37
<i>Figura 3.9</i> Temperaturas de salida y estimadas de los observadores respecto al modelo .....	38
<i>Figura 3.10</i> Errores obtenidos de los estimadores respecto al modelo .....	38
<i>Figura 3.11</i> Errores obtenidos de los estimadores respecto al modelo .....	39
<i>Figura 4.1</i> Configuración básica de control adaptable .....	42
<i>Figura 4.2</i> Sistema adaptable en lazo abierto .....	42
<i>Figura 4.3</i> Estructura con modelo de referencia (MRAC) .....	44
<i>Figura 4.4</i> Separación del sistema (Hiperestabilidad) .....	46
<i>Figura 4.5</i> Esquema general de control de modelo de referencia .....	48
<i>Figura 4.6</i> (a) Sistema no lineal en lazo abierto, (b) Sistema no lineal en lazo cerrado .....	49
<i>Figura 4.7</i> Diagrama en bloques .....	50
<i>Figura 4.8</i> Planta en lazo abierto .....	53
<i>Figura 4.9</i> Ejemplo de respuesta de una planta con ganancia crítica .....	53
<i>Figura 4.10</i> Respuesta al escalón unitario .....	54

---

<i>Figura 4.11</i>	<i>Curva de Reacción</i>	55
<i>Figura 4.12</i>	<i>Esquema general del control por seguimiento de referencia</i>	56
<i>Figura 4.13</i>	<i>Modelo Linealizado respecto al Modelo No Lineal</i>	57
<i>Figura 4.14</i>	<i>Esquema control PID</i>	58
<i>Figura 4.15</i>	<i>Esquema control PID para cada perfil de temperatura</i>	58
<i>Figura 4.16</i>	<i>Esquema interno de un control PID</i>	58
<i>Figura 4.17</i>	<i>Modelo de la planta y el modelo de planta con falla</i>	59
<i>Figura 4.18</i>	<i>Error entre el modelo con falla y sin falla</i>	59
<i>Figura 4.19</i>	<i>Cambio de flujo de agua fría en la entrada</i>	60
<i>Figura 4.20</i>	<i>Perfiles de temperatura ante un cambio en <math>v_c</math></i>	61
<i>Figura 4.21</i>	<i>Error entre la planta sin falla y con falla</i>	61
<i>Figura 4.22</i>	<i>Cambio de flujo de agua caliente en la entrada</i>	63
<i>Figura 4.23</i>	<i>Perfiles de temperatura ante un cambio en <math>v_h</math></i>	63
<i>Figura 4.24</i>	<i>Error entre el modelo con falla y sin falla</i>	64
<i>Figura 4.25</i>	<i>Esquema para la simulación de la matriz de transferencia</i>	65
<i>Figura 4.26</i>	<i>Simulación de la matriz de transferencia del intercambiador de calor</i>	66
<i>Figura 4.27</i>	<i>Esquema SISO para la simulación de la temperatura <math>T_{co}</math></i>	66
<i>Figura 4.28</i>	<i>Simulación de la Temperatura <math>T_{co}</math></i>	67
<i>Figura 4.29</i>	<i>Esquema SISO para la simulación de la temperatura <math>T_{ho}</math></i>	68
<i>Figura 4.30</i>	<i>Simulación de la Temperatura <math>T_{ho}</math></i>	68
<i>Figura 4.31</i>	<i>PID aplicado a la temperatura <math>T_{co}</math></i>	69
<i>Figura 4.32</i>	<i>Simulación del control PID aplicado a la temperatura <math>T_{co}</math> con referencia en 25 °C</i>	70
<i>Figura 4.33</i>	<i>Simulación del control PID aplicado a la temperatura <math>T_{co}</math> con referencia en 28 °C</i>	70
<i>Figura 4.34</i>	<i>Simulación del control PID aplicado a la temperatura <math>T_{co}</math> con referencia en 22 °C</i>	71
<i>Figura 4.35</i>	<i>Simulación del control PID aplicado a la temperatura <math>T_{co}</math> con cambios en la entrada</i>	72
<i>Figura 4.36</i>	<i>Simulación del control PID aplicado a la temperatura <math>T_{co}</math> con cambio positivo en la entrada</i>	72
<i>Figura 4.37</i>	<i>Simulación del control PID aplicado a la temperatura <math>T_{co}</math> con cambio negativo en la entrada</i>	73
<i>Figura 4.38</i>	<i>PID aplicado a la temperatura <math>T_{ho}</math></i>	73
<i>Figura 4.39</i>	<i>Simulación del control PID aplicado a la temperatura <math>T_{ho}</math> con referencia en 50 °C</i>	75
<i>Figura 4.40</i>	<i>Simulación del control PID aplicado a la temperatura <math>T_{ho}</math> con referencia en 45 °C</i>	75
<i>Figura 4.41</i>	<i>Simulación del control PID aplicado a la temperatura <math>T_{ho}</math> con referencia en 55 °C</i>	76
<i>Figura 4.42</i>	<i>Simulación del control PID aplicado a la temperatura <math>T_{ho}</math> con cambios en la entrada</i>	76

*Figura 4.43* Simulación del control PID aplicado a la temperatura  $T_{ho}$  con cambio positivo en la entrada.....77

*Figura 4.44* Simulación del control PID aplicado a la temperatura  $T_{ho}$  con cambio negativo en la entrada.....78

*Figura D.1* Simulación del Modelo No Lineal del Intercambiador de Calor .....92



# ÍNDICE DE TABLAS

<i>Tabla 3.1</i> índices de error en los estimadores respecto a los cambios en $v_c$ .....	36
<i>Tabla 3.2</i> índices de error en los estimadores respecto a los cambios en $v_h$ .....	39
<i>Tabla 4.1</i> Parámetros de ajuste (Método de Oscilación).....	54
<i>Tabla 4.2</i> Parámetros de ajuste (Método de Reacción de Curva).....	55
<i>Tabla 4.3</i> Índices de error respecto a los cambios en $v_c$ .....	62
<i>Tabla 4.4</i> Índices de error respecto a los cambios en $v_h$ .....	64
<i>Tabla A.1</i> Datos de simulación.....	88



## NOMENCLATURA / ACRÓNIMOS / SUBÍNDICES / SUPERÍNDICES

$A$	Área superficial de transferencia de calor, $m^2$ .
$c_{pc}$	Calor específico en el lado frío, $J/(kg \text{ } ^\circ C)$ .
$c_{ph}$	Calor específico en el lado caliente, $J/(kg \text{ } ^\circ C)$ .
$T_{ci}, T_{hi}$	Temperaturas de entrada en el lado caliente y frío respectivamente, $^\circ C$ .
$T_{co}, T_{ho}$	Temperaturas de salida en el lado caliente y frío respectivamente, $^\circ C$ .
$U$	Coefficiente global de transferencia de calor, $J/(m^2 \text{ } ^\circ C \text{ } s)$ .
$v_c$	Flujo másico en el lado frío, $m^3/s$ .
$v_h$	Flujo másico en el lado caliente, $m^3/s$ .
$V_c$	Volumen en el lado frío, $m^3$ .
$V_h$	Volumen en lado caliente, $m^3$ .
$\rho_c$	Densidad del fluido frío, $kg/m^3$ .
$\rho_h$	Densidad del fluido caliente, $kg/m^3$ .
$Q$	Calor transferido.
$\Delta T$	Fuerza conductora de calor.
LPV	Lineal de parámetros variables.
FDI	Detección y aislamiento de fallas.
FDD	Detección y diagnóstico de fallas.
CTF	Control tolerante a fallas.
UAV	Sistema aéreo no tripulado.
LMI	Matriz lineal de desigualdad.
FMRLC	Controlador de aprendizaje con modelo de referencia difuso.
GTD	Diferencia de temperaturas geométrica.
LMTD	Diferencia de temperaturas media logarítmica.
IAE	Integral del valor absoluto del error.
ITD	Diferencia de temperaturas a la entrada.
MIMO	Entrada múltiple salida múltiple.
SISO	Entrada simple salida simple.
$c$	Agua fría.
$h$	Agua caliente.
$i$	Indica variable de entrada.
$o$	Indica variable de salida.
$\dot{\phantom{x}}$	Primera derivada.
$\hat{\phantom{x}}$	Estimación de una variable.





# 1. INTRODUCCIÓN

La automatización ha tenido una influencia en constante crecimiento dentro de las industrias ya sean grandes y/o medianas, donde existe la necesidad de poder desarrollar y mejorar las estrategias de control para poder obtener una mejoría en el desempeño y calidad del producto final del proceso. Actualmente los sistemas de control modernos tienen mejores algoritmos, los cuales pueden ser cada vez más complejos, sofisticados, aportan fiabilidad, disponibilidad y seguridad.

En la industria, sobre todo en la de procesos, dependen de instrumentos y dispositivos, entre los cuales destacan los sensores, actuadores y equipos (Eléctrico, Electromecánico, Electrónico, Térmico, etc...) los cuales al ser sometidos a condiciones de operación pueden presentar algún tipo de falla. Estas fallas pueden ocasionar accidentes de cualquier magnitud, dejando expuesto vidas humanas, contaminación al medio ambiente y pérdidas económicas de forma general, es decir, tanto para las empresas como para la economía de segundos y terceros.

El intercambiador es uno de los equipos utilizados ampliamente dentro de la industria química, procesos exotérmicos o procesos donde simplemente se requiere reducir temperaturas en sustancias empleadas. El proceso de intercambiar calor presente en estos procesos consiste en absorción y cesión de calor de un fluido a otro, gas con gas o alguna combinación fluido – gas o viceversa. El intercambiador de calor tiene diferentes aplicaciones como la petroquímica, generación de energía eléctrica, alimentación, ejemplos de algunos dispositivos útiles encontramos calentadores, condensadores, radiadores, precalentadores, solo por mencionar unos.

Estos equipos están comúnmente conectados a otros sistemas que pueden tener dinámicas no lineal lo que puede ocasionar alguna variación indeseada en el funcionamiento del intercambiador de calor, tales variaciones se pueden ver reflejadas en los cambios de temperatura o el flujo de los fluidos que entran al equipo. El hecho de tener variaciones no deseadas puede ocasionar en problemas que dañen el proceso en el que actúa el intercambiador de calor lo cual se puede llegar a derivar en pérdidas de funcionalidad, así como daños en sus componentes o daños a los equipos con los que interactúa, que al final puede presentar daños en la producción o pérdidas humanas. Aunado a lo anterior, debemos considerar que como todos los sistemas que existen presentan no linealidades, el intercambiador no es la excepción [1].

En el intercambiador de calor la cantidad de calor transferida está determinada por el parámetro que lleva por nombre *Coficiente global de transferencia de calor*. La determinación del valor de tal parámetro es importante debido a que éste sufre variaciones por acumulación de materiales (minerales principalmente) en la superficie de intercambio de calor, lo cual aísla y eventualmente retardar la transferencia de calor, perdiendo eficiencia en el equipo.

La acumulación de estos materiales en el intercambiador genera una fina *película o capa* de depósitos acumulados, que poco a poco crece si no se trata a tiempo. Tales causas que reducen el coeficiente global de transferencia de calor son principalmente la acumulación de residuos y la corrosión presente en las líneas de conducción del proceso, que tienen efectos negativos como la pérdida de transferencia de calor, disminución de vida útil y lógicamente reducción de eficiencia en el proceso de producción.

Es importante poder estimar el valor de transferencia global de intercambio de calor para evitar ensuciamiento y desde luego tomar acciones preventivas o correctivas. Existen otros parámetros y variables que tienen relación directa con la calidad de producción como la temperatura final del fluido calentado, flujo másico del fluido calentado. La medición de dichos parámetros y variables se vuelve difícil cuando no se tiene la instrumentación adecuada, por lo que se vuelve una necesidad medirlos de una forma alternativamente tecnológico y por supuesto económicamente conveniente [2]. Usualmente en la simulación de procesos se supone que todas las variables de estado están disponibles para ser medidas, sin embargo, en la práctica no siempre es así.

Desde luego la presencia de variables desconocidas es un inconveniente que puede ser solucionado implementando los llamados *Sensores virtuales* u *estimadores*. Los estimadores tienen como base de funcionamiento el uso de la información disponible de un proceso para deducir variables cuya medición presenta restricciones. Los estimadores se programan en un dispositivo digital por lo que las señales medidas pasan a través de una etapa de procesamiento y normalización. A continuación se obtiene una representación del proceso en general o de las variables medidas. Estas representaciones no son más que los modelos dinámicos, que representan los fenómenos que ocurren durante el proceso mediante ecuaciones diferenciales [4].

En este trabajo se compararán modelos propuestos en la literatura del intercambiador de calor, del cual se seleccionará el mejor modelo dinámico. Se aplicarán estimadores de estado al modelo previamente seleccionado, se harán pruebas para comparar los resultados y realizar conclusiones de cual tuvo mejor rendimientos bajo criterios de error. El modelo matemático del intercambiador de calor se utilizará para aplicar una estructura de control por modelo de seguimiento.

## **1.1. Planteamiento del problema**

Los procesos de producción industrial presentan el fenómeno de intercambio de calor, que consiste en la absorción y cesión de calor de un fluido a otro, de un gas a otro o combinación de ellos. Un intercambio de calor se encuentra en áreas de la industria tales como la petroquímica, la química, la generación de energía eléctrica, en el área médica y de la alimentación, entre otras. El intercambiador de calor es un equipo muy utilizado en la industria de procesos, tiene una gran importancia para ciertos procesos de los cuales se tiene el interés de conocer la dinámica para poder comprender de manera clara su funcionamiento.

Se realizará una investigación para determinar el modelo matemático a usar y tener una representación de la dinámica del intercambiador de calor. Usando la fuerza conductora que nos represente ventajas para la simulación y cumpla con las suposiciones de modelado. El modelo matemático del intercambiador de calor es del tipo no lineal, posteriormente se le aplicara dos estimadores de estados del tipo no lineal. Se realizará la comparación entre los estimadores y mediante el uso del error determinar cuál estimó mejor. Se hará una linealización el modelo matemático no lineal del intercambiador para realizar un control por modelo de referencia y luego aplicar un control Proporcional – Integral – Derivativo, ambos controles son simulados bajo ciertas condiciones como pruebas del funcionamiento de la acción de control.

## **1.2. Justificación**

Conocer mejor la dinámica del intercambiador respecto a las fuerzas conductoras y modelados basados en la literatura aplicado al mismo tipo de intercambiador, mediante pruebas donde se podrá calcular errores que nos darán la pauta para escoger la mejor representación. Si bien los observadores estima estados que no se pueden medir, básicamente cumple la función de un sensor que puede usarse en un esquema de detección de fallas con lo que cual se evitar tener pérdidas ya sea humanas o económicas.

## **1.3. Objetivo general**

Tener una representación del modelo matemático que describa la dinámica del intercambiador de calor, con la fuerza conductora apropiada bajo las suposiciones en la que fue elaborado el modelo. Aplicar dos estimadores al modelo matemático del intercambiador de calor y realizar una comparación entre ellos mediante cambios de flujo. Por último el modelo matemático será aplicado a un control por modelo de referencia y un control Proporcional – Integral – Derivativo, y se verificará su acción de control.

### **1.3.1. Objetivos Específicos**

- Simular el modelo matemático con la fuerza conductora apropiada para el intercambiador de calor.
- Simular y comparar los estimadores utilizando el modelo con la fuerza conductora establecida para el intercambiador de calor.
- Simular los esquemas de control basado en la literatura para el intercambiador de calor.

### **1.4. Alcance**

- Un modelo matemático que represente la dinámica del intercambiador de calor.
- Simular estimadores de estados utilizando el modelo matemático previamente establecido y compararlos.
- Simular los esquemas de control basado en la literatura para el intercambiador de calor.

### **1.5. Aportación**

Se abordará como caso de estudio el intercambiador de calor de tubos concéntricos de flujos cruzados, se investigará cuáles son las formas de modelarlo y se modelará de acuerdo al que nos represente algún tipo de ventaja sobre todo en la implementación y manipulación matemática.

Se realizará la estimación de los estados obtenidos por el modelo matemático, mediante la comparación de dos estimadores de estados del tipo no lineal se concluirá cual realizó la mejor estimación. Por último se utilizará el esquema de control basado en modelo de referencia y el control PID para aplicarlo al modelo matemático del intercambiador.

## **1.6. Estado del arte**

En la literatura se puede encontrar diversas formas de modelar un intercambiador de calor, algunas de estas formas están caracterizadas de acuerdo a las suposiciones con las cuales se realiza el modelado o algún tipo de metodología empleada. En [11] trabajan sobre un intercambiador usado como enfriador, el modelo se desarrolló para obtener los perfiles de temperatura sin cambios de fase, el modelo utilizado fue de celdas el cual describe el intercambio de energía, donde se hizo la comparación de distintos modelos con diferentes números de celdas. En [12] se presenta una clasificación de los intercambiadores de acuerdo a su construcción y arreglo de flujo, se destacan algunas consideraciones para el modelo diferentes respecto las otras fuentes bibliográficas, el modelado es presentado en dos subsistemas: coraza (Agua – corriente fría) y tubos (Aire – corriente caliente) mediante balances de materia y energía. Simulado en AspenPlus y se usó un control adaptable, debido a que se menciona en este trabajo que el sistema aparte de ser no lineal también es de parámetros variables. En [1] se realiza un esquema de detección de fallas aplicado a un intercambiador de calor, donde usa un modelo matemático no lineal el cual lo compara con datos reales del intercambiador, también aplica la metodología de modelarlo por número de celdas y usando las diferentes fuerzas conductoras. [13] utilizó un modelo matemático del intercambiador de calor propuesto en [14] donde a través de manipulación matemática obtuvo una representación lineal de parámetros variables (LPV). [15] nos muestra otro sistema de detección de fallas usando un enfoque multi – modelos lineales invariantes en el tiempo aplicado a un intercambiador, el cual funciona como un enfriador.

Respecto a los observadores aplicados a un intercambiador de calor en [16] se desarrolló un método para poder detectar el desgaste producido en un intercambiador de calor mediante la estimación de coeficiente de transferencia de calor a través de observadores no lineales. [17] presenta resultados experimentales de la estimación de los estados (temperaturas) y parámetros, en este caso el coeficiente de transferencia de calor, en un intercambiador de calor. Se utilizó un observador no lineal adaptable con el cual se realizó la estimación de los estados con un grado mínimo de error. [11] como se comentó trabaja sobre un intercambiador de calor usado como enfriador en una bomba de calor, realiza un sistema de control tolerante a fallas con sensores basados en redundancia analítica, por lo cual utilizó un banco de observadores. Se usa un observador adaptable para poder generar los residuos respecto a los estados y parámetros estimados.

Los residuos son comparados con la restricción asignada (límite de error) para que actúe el sistema de detección y localización de fallas (FDI). [1] realiza un sistema de diagnóstico y detección de fallas (FDD) en un intercambiador, usando un tipo de observador no lineal por modos deslizantes de alto orden y super-twisting, mencionando la robustez ante errores de modelado y perturbaciones del sistema. [13] presenta el diseño, implementación y resultados de un observador de orden completo, un observador de orden reducido y un

observador de estados y ruido para un sistema singular lineal de parámetros variables (LPV) aplicado a un intercambiador de calor. [15] realiza un método de diagnóstico de fallas basado en múltiples modelos utilizando filtros de Kalman desacoplados aplicado a un intercambiador, con los que se estimó la función de activación que da la contribución de cada modelo, y con el residuo sensible a fallas se detectó, localizó y estimó la falla.

En [20] expone una metodología para el diseño del CTF con un esquema de modelo de seguimiento utilizando un esquema de control modos deslizantes para un sistema de control de vuelo. [21] y [22] implementan una ley de control con modelo de seguimiento que se reconfigura en línea ante presencia de fallas en sensores y actuadores. Un CTF para un UAV es empleado por [23] el cual utiliza un esquema de modelo de referencia cuasi-LPV Robusto para compensar fallas en actuadores. El procedimiento de este diseño se basa en la solución de un conjunto de LMI's con el fin de lograr una asignación de polos en un área específica. [24] realizan un control con modelo de referencia para un sistema LPV y emplean la metodología de LMI's para el cálculo de una ganancia. [25] realiza un controlador de aprendizaje con modelo de referencia difuso (FMRLC), este control utiliza un mecanismo de aprendizaje que observa las salidas de la planta y ajusta las reglas a un controlador difuso directo para que el sistema se comporte como el modelo de referencia. En [51] presenta un control de temperatura del fluido de salida de un intercambiador de calor usando un controlador convencional tipo PID usando un modelo interno presentando las ventajas y desventajas. En el trabajo presentado en [52] hay un control convencional PID y un control predictor Smith, se expone una comparación en la que la investigación puntualiza un mejor rendimiento en el predictor sobre el PID. En [53] presenta el desarrollo de un controlador PID difuso para controlar la temperatura de salida en un intercambiador de calor.

### **1.7. Organización del documento**

A continuación dentro de éste documento, en la sección 2 se expone una breve teoría básica para la comprensión de objeto de estudio, en este caso el intercambiador mostrando una breve clasificación y el modelo matemático y la fuerza conductora apropiada. En la sección 3 se muestra teoría de estimadores de estados, se puntualizará en los estimadores utilizados para la simulación del modelo con la fuerza conductora seleccionada con fines comparativos. En la sección 4 se plantea dos estructuras de control basada en la literatura llamada: Control por modelo de Referencia y un Control PID, se realizarán pruebas para probar el funcionamiento de los controladores en el intercambiador de calor. La sección 5 se muestra las conclusiones generales a partir de los resultados de simulación de los modelos, estimadores y control que se implementaron a nivel programación.

## 2. INTERCAMBIADOR DE CALOR

El objetivo de ésta sección es presentar información básica del intercambiador de calor como su clasificación y modelo matemático reportados en la literatura. Tal modelo se analizará para comparar las fuerzas conductoras disponibles para este dispositivo, se simulará para concluir que fuerza conductora aplicada representa mejor la dinámica del intercambiador de calor en cuestión.

### 2.1. Generalidades

Un intercambiador es un dispositivo que puede transferir energía térmica entre dos o más fluidos debiendo estar a diferentes temperaturas. Los intercambiadores son utilizados básicamente para el calentamiento o enfriamiento, mediante evaporación o condensación de flujos “simples” o fluidos constituidos por varios componentes.

Algunas aplicaciones específicas de dicho dispositivo son: calefacción de locales y acondicionamiento de aire, producción de potencia, recuperación de calor de desecho y algunos procesamientos químicos [26].

En algunos intercambiadores el intercambio de calor entre los fluidos se lleva a cabo mediante contacto directo, formando así una mezcla. En la mayoría de los intercambiadores, la transferencia de calor tiene lugar a través de una pared conductora de calor que separa los fluidos, denominada como *superficie o área de transferencia*.

El intercambiador de calor básico se compone de un tubo dentro de otro tubo, como se puede observar en la Figura 2.1.



*Figura 2.1 Intercambiador de calor de tubo concéntrico.*

## 2.2. Clasificación de los intercambiadores de calor

Una amplia variedad de intercambiadores de calor podemos encontrar en la literatura, por lo que es posible encontrar variadas clasificaciones según el autor, en [27] presenta en tres principales tipos de intercambiadores de calor:

1. Clasificación de acuerdo a las trayectorias de los flujos:

La distribución de los flujos se da en dos formas: Paralelamente y en contraflujo. En la distribución paralela los flujos entran por el mismo extremo del intercambiador de calor obteniendo un movimiento en la misma dirección, mientras que en contraflujo los flujos entran en diferentes extremidades obteniendo direcciones contrarias. El área de transferencia de calor produce el efecto de cambio de temperaturas en los flujos de acuerdo a la diferencia en los valores iniciales. Básicamente la configuración contraflujo requiere un área menor para realizar un mayor cambio de temperatura respecto al flujo cruzado o paralelo, que en el caso de éste último necesita un área mucho mayor.

2. Clasificación de acuerdo al tipo de aplicación:

Respecto a este criterio se agrupan en: Evaporadores, enfriadores, condensadores, generadores de vapor, calderas, regeneradores, recuperadores, etc...

3. Clasificación de acuerdo al tipo de construcción:

Se clasifican en: De un solo tubo, de varios tubos, de calentamiento externo, de placas, superficies extendidas y de contacto directo.

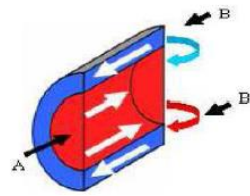
Podemos encontrar otras clasificaciones de estos dispositivos de acuerdo a los siguientes criterios [4]:

- Recuperación/Regeneración
- Geometría de construcción
  - Tubos
  - Planos
- Superficie extendida
- Dirección de los flujos
  - Flujo Paralelo
  - Contra Flujo
  - Flujo Cruzado
- Mecanismos de transferencia de calor
  - Una Fase
  - Dos Fases
- Proceso de transferencia
  - Contacto Directo
  - Contacto Indirecto

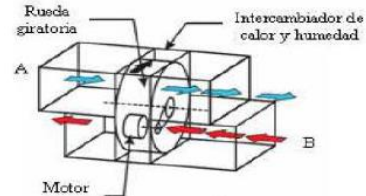


A continuación en la Figura 2.2 se puede observar la clasificación anterior:

**1. Recuperación / Regeneración**

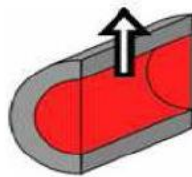


A) Recuperador

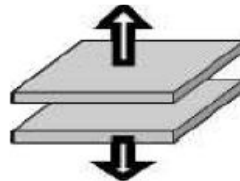


B) Regenerador

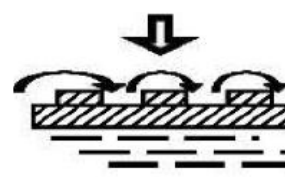
**2. Geometrías de construcción**



C) Tubular

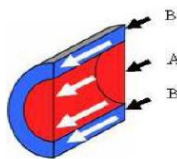


D) Planas

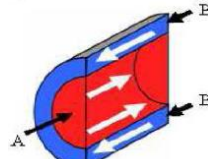


E) Otras

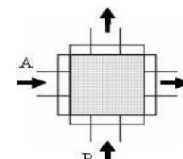
**3. Dirección de los fluidos**



F) Paralelos

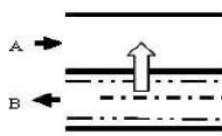


G) Contrarios

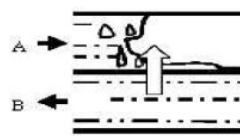


H) Cruzados

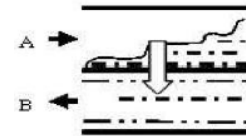
**4. Mecanismo de transferencia de calor**



I) Una fase

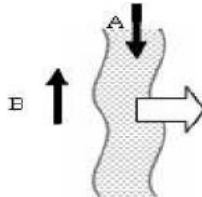


J) Evaporación

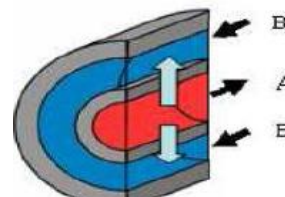


K) Condensación

**5. Proceso de transferencia**



L) Directo



M) Indirecto

Figura 2.2. Clasificación de intercambiadores de calor [4].

Otra perspectiva para la clasificación de los intercambiadores de calor se da en [28]:

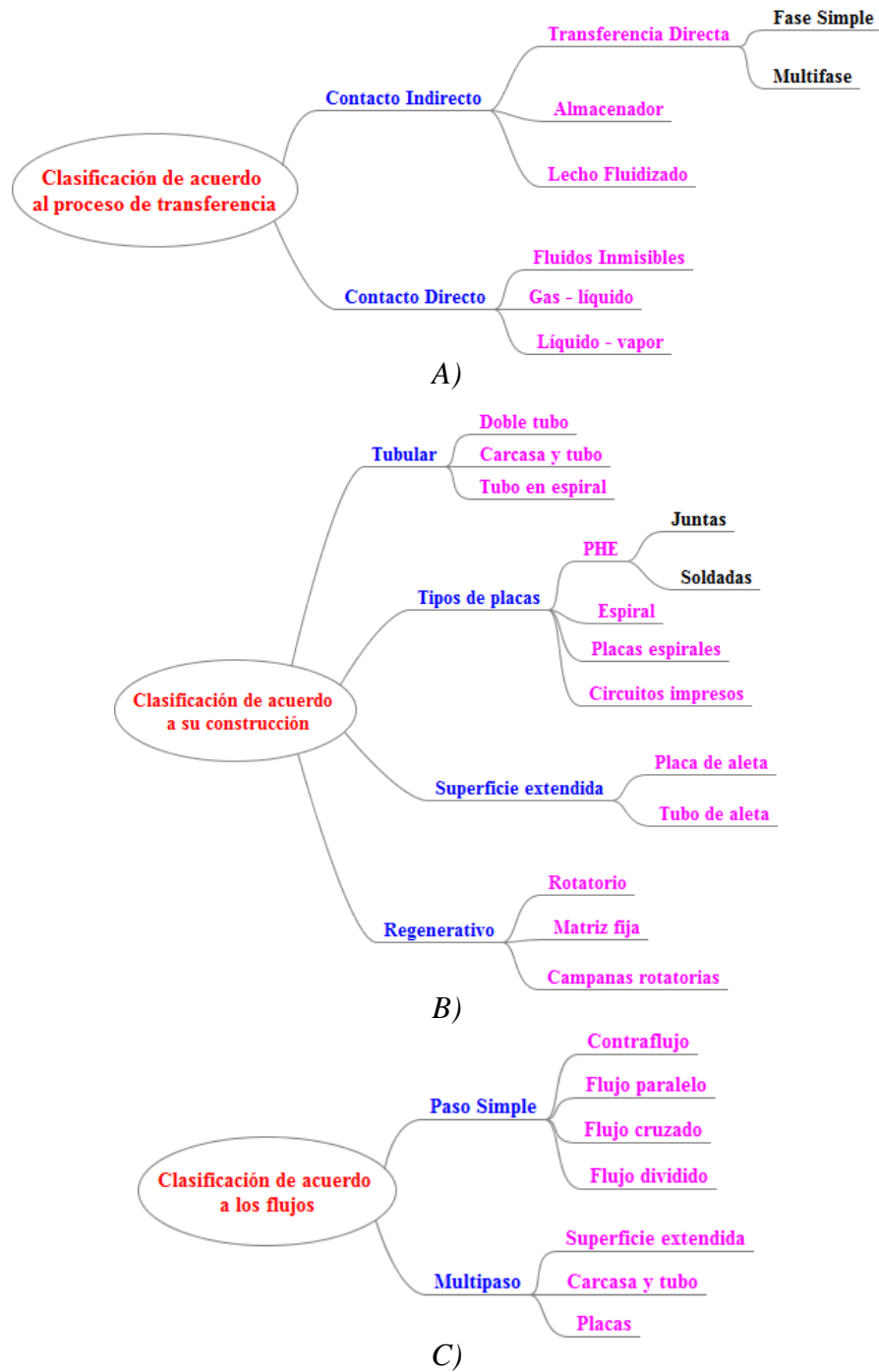


Figura 2.3. Clasificación de intercambiadores de calor [28].

Los intercambiadores de calor que utilizan una superficie de transferencia de energía calorífica de un fluido a otro son: recuperadores o de tipo de transferencia directa. Los intercambiadores de tipo recuperador se clasifican en: arreglos de paso simple o pasos múltiples, este último llamado así porque los fluidos intercambian calor más de una vez, es decir, los fluidos pasan varias veces dentro de un intercambiador de calor. Cuando los fluidos sólo intercambian calor una sola vez, se denomina intercambiador de calor de un solo paso o paso simple [28].

Para el intercambiador de calor en cuestión, nos ubicamos en la Figura 2.2 donde se clasifica por el tipo de construcción, la Figura 2.2 inciso C) muestra la construcción tubular. En la Figura 2.3 inciso B) se muestra una clasificación extensa respecto a la Figura 2.2, ubicando nuestro caso de estudio en un intercambiador de calor de doble tubo. Éste arreglo consiste un tubo concéntrico dentro de otro de mayor diámetro como se muestra en la Figura 2.4, el arreglo funciona para la configuración de flujos paralelos y a contraflujo, dependiendo del propósito el agua fría o caliente circula por el tubo interior, mientras el fluido restante circula por el tubo exterior.

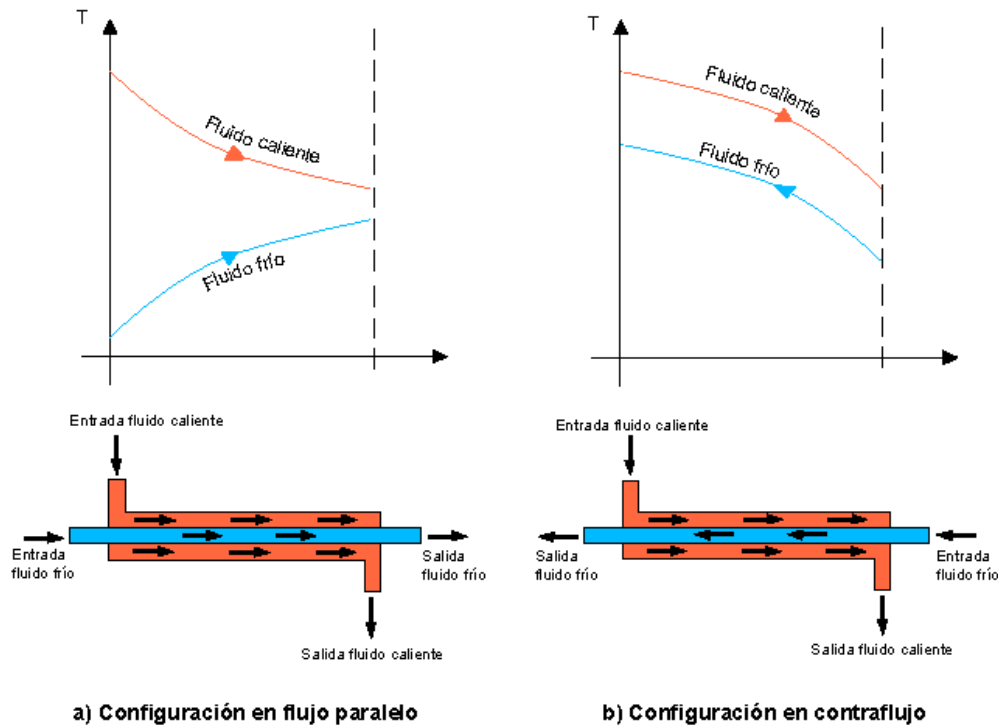


Figura 2.4. Intercambiador de calor de doble tubo, configuraciones.

El intercambiador el cual será objeto de estudio es un intercambiador de calor de paso simple de tubos concéntricos a contracorriente. Opera como enfriador, el agua de calentamiento fluye a través del tubo interno, y por la parte anular el agua de enfriamiento.

## 2.3. Representación matemática del intercambiador de calor de tubo concéntrico

Para entender el funcionamiento que ocurre durante el funcionamiento de un intercambiador de calor es necesario tener el modelo matemático que represente el comportamiento bajo ciertas especificaciones. Los modelos matemáticos no son exactos, ya que depende de las consideraciones tomadas en cuenta durante el desarrollo del modelo. La dinámica puede presentarse de dos maneras: por modelos de parámetros distribuidos o modelos de parámetros concentrados.

### 2.3.1. Modelo de parámetros distribuidos

Para realizar el modelo de parámetros distribuidos en un intercambiador de calor se harán las siguientes consideraciones:

- I. Las temperaturas y velocidades de los fluidos son radialmente uniformes.
- II. El coeficiente global de intercambio de calor es axialmente uniforme e invariante con respecto al flujo, la temperatura y el tiempo.
- III. Las propiedades térmicas de los fluidos son constantes.
- IV. No hay transferencia de calor con los alrededores.
- V. Los fluidos son incompresibles y no cambian de fase.
- VI. La conducción axial de calor es despreciable.
- VII. No hay almacenamiento de energía calorífica en las paredes de los tubos.
- VIII. Las temperaturas de entrada  $T_{ci}$  y  $T_{hi}$  son constantes.

En las Figuras 2.5 y 2.6 se muestran diagramas de intercambiadores de tubos concéntricos en contracorriente y paralelo (respectivamente) donde se esquematizan los flujos de calor en cada fluido y entre ellos.

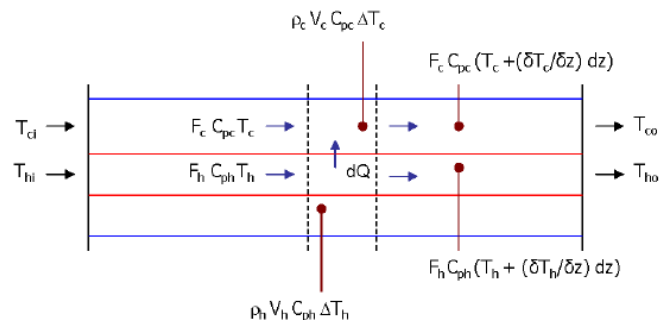


Figura 2.5. Esquema del intercambiador de calor en paralelo.

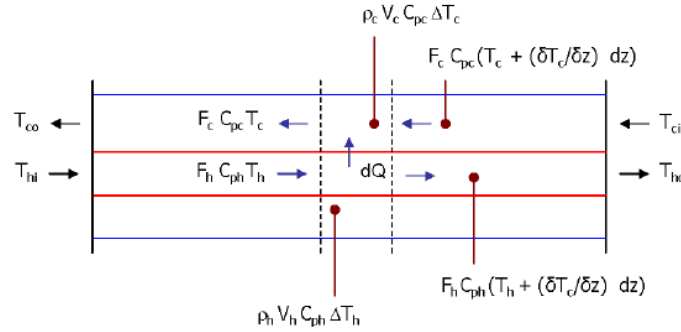


Figura 2.6. Esquema del intercambiador de calor en contracorriente.

Las suposiciones I – VI permiten obtener un modelo de parámetros distribuidos [29]. Utilizando éstas consideraciones y la suposición VII, tal modelo está representado por (para ejemplo [30,31]):

$$\frac{\partial T_c}{\partial t} = \Theta v_c \frac{\partial T_c}{\partial z} + \alpha(T_h - T_c) \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial T_c}{\partial t} = \Theta v_c \frac{\partial T_c}{\partial z} + \alpha(T_h - T_c)$$

Donde  $\Theta$  se define como:

$$\Theta = \begin{cases} 1 & \text{para flujo en contracorriente} \\ -1 & \text{para flujo en corriente paralela} \end{cases} \quad (2.2)$$

Incluyendo la suposición VIII se garantiza la existencia de una solución de equilibrio del sistema de la ecuación 2.1. El modelo se obtiene al aplicar la ley de balance de energía a cada punto del intercambiador de calor [32].

### 2.3.2. Modelo de parámetros concentrados

Partimos de la idea donde el sistema es como un arreglo finito de elementos o secciones denominadas *celdas*. El método propone que cada sección tiene un comportamiento como el de un tanque perfectamente agitado, conectados a través de una pared conductora de calor, por lo que cada celda tiene un comportamiento de temperatura uniforme [19].

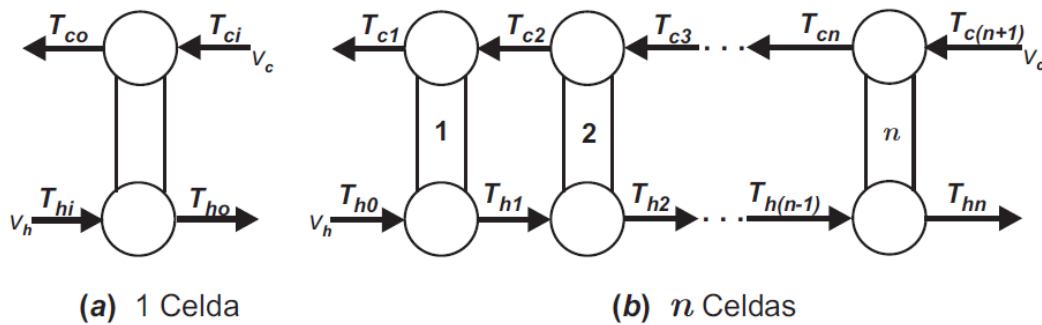


Figura 2.7. Representación de 1 celda (a) y  $n$  celdas (b) de un intercambiador de calor.

En la Figura 2.7 tenemos las representaciones del intercambiador de calor de una celda y  $n$  celdas de configuración contracorriente, denotando  $c$  el lado frío y  $h$  el lado caliente [33].

La representación se hace mediante ecuaciones diferenciales ordinarias, durante el desarrollo de la representación matemática, en éste caso un intercambiador de calor de doble tubo, se toman en cuenta las siguientes suposiciones:

1. El volumen de los tubos es constante.
2. Las propiedades físicas y químicas de los fluidos se mantienen constantes
3. El coeficiente de transferencia de calor se relaciona con las temperaturas de los fluidos.
4. No hay almacenamiento de energía calorífica en las paredes de los tubos.
5. No existe transferencia de calor entre el tubo externo y el medio ambiente.
6. Las entradas del sistema son medibles.

Aplicando un balance de energía a la celda o celdas, se queda definido de la siguiente manera:

$$\left[ \begin{array}{l} \text{Rapidez de cambio} \\ \text{de la energía interna} \\ \text{cinética y potencial} \\ \text{dentro del sistema} \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{l} \text{Flujo de energía interna} \\ \text{cinética o potencial que} \\ \text{entra al sistema por} \\ \text{convección o difusión} \end{array} \right] - \left[ \begin{array}{l} \text{Flujo de energía interna} \\ \text{cinética o potencial que} \\ \text{sale del sistema por} \\ \text{convección o difusión} \end{array} \right] - \left[ \begin{array}{l} \text{Calor adicionado} \\ \text{al sistema por} \\ \text{conducción, radiación} \\ \text{o reacción} \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{l} \text{Trabajo hecho por el} \\ \text{sistema sobre los} \\ \text{alrededores: trabajo de} \\ \text{flecha más trabajo de flujo} \end{array} \right] \quad (2.3)$$

Aplicando la ecuación 2.3 al elemento externo del intercambiador de calor de una celda en contracorriente como se representa en la Figura 2.7 inciso a) se tiene [15]:

$$\rho_c c_{pc} V_c \frac{dT_{co}}{dt} = \rho_c c_{pc} 2v_c (T_{ci} - T_{co}) + 2UA\Delta T \quad (2.4)$$

Describiendo la ecuación 2.4 del lado izquierdo tenemos el término que representa la rapidez de variación de energía calorífica acumulada en la celda. Del lado derecho tenemos los flujos de energía transportada por los fluidos, tal transferencia de calor se da por convección, sumados con el flujo de energía calorífica que se transfiere del tubo caliente al tubo frío, en donde se da a través del fenómeno de conducción. De la ecuación 2.4 despejamos el término  $\frac{dT_{co}}{dt}$  :

$$\frac{dT_{co}}{dt} = \frac{2}{V_c} \left[ v_c (T_{ci} - T_{co}) + \frac{UA}{c_{pc}\rho_c} \Delta T \right] \quad (2.5)$$

Para el elemento interno de la celda, se aplica la ecuación 2.3 pero respecto a  $\frac{dT_{ho}}{dt}$ :

$$\frac{dT_{ho}}{dt} = \frac{2}{V_h} \left[ v_h (T_{hi} - T_{ho}) - \frac{UA}{c_{ph}\rho_h} \Delta T \right] \quad (2.6)$$

## 2. INTERCAMBIADOR DE CALOR

En las ecuaciones 2.5 y 2.6 las propiedades físicas de los fluidos ( $c_p$  y  $\rho$ ) son constantes como se asume en la suposiciones, específicamente en la numero dos.

Al no haber cambio de fases en los fluidos, el parámetro  $U$  que representa el coeficiente de transferencia se puede calcular mediante

$$Q = v_c \rho_c c_{pc} (T_{co} - T_{ci}) \quad (2.7)$$

O

$$Q = v_h \rho_h c_{ph} (T_{hi} - T_{ho}) \quad (2.8)$$

$$U = \frac{Q}{A * (T_{ho} - T_{co})} \quad (2.9)$$

Los depósitos están conectados por un área de transferencia de calor entre ellos, el modelo representado en las ecuaciones 2.5 y 2.6 mantienen las características cualitativas de acuerdo a las suposiciones empleadas en el desarrollo. Para un modelado de  $N$  celdas las siguientes ecuaciones generalizadas representan la estructura del modelo donde  $j$  representa el número de celdas:

$$\frac{dT_{c,j}}{dt} = \frac{N}{V_{c,j}} \left[ v_c (T_{j+1,c} - T_{j,co}) + \frac{UA}{c_{pc} \rho_c} \Delta T_j \right] \quad (2.10)$$

$$\frac{dT_{h,j}}{dt} = \frac{N}{V_{h,j}} \left[ v_h (T_{j+1,h} - T_{j,h}) + \frac{UA}{c_{ph} \rho_h} \Delta T_j \right] \quad (2.11)$$

El intercambiador de calor bajo estudio es de paso simple de tubos concéntricos a flujo contracorriente y opera como enfriador de procesos. En el intercambiador el agua de calentamiento fluye a través del tubo interno y el agua de enfriamiento fluye por sección anular o parte anular como se observa en la Figura 2.8.

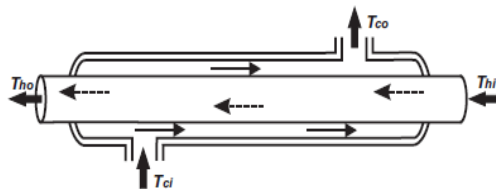


Figura 2.8. Intercambiador de calor de flujos cruzados.



El modelo matemático que representará la dinámica del intercambiador será el modelo simplificado mostrado en la ecuación 2.5 y 2.6. La parte no lineal del sistema en el modelo se encuentra en los flujos de entrada ( $v_{c,h}$ ), en el coeficiente de transferencia de calor (U) y en la diferencia de temperaturas entre los fluidos ( $\Delta T$ ). En el anexo A se encuentran los datos utilizados en la simulación numérica del modelo del intercambiador de calor.

Las variables se clasifican de la siguiente forma:

- Variables mediables:  $T_{ci}, T_{hi}, T_{co}, T_{ho}, v_c$  y  $v_h$ .
- Variables manipulables:  $T_{hi}, v_c$  y  $v_h$ .
- Variable de entrada:  $v_c$ .
- Variables de salida:  $T_{co}$  y  $T_{ho}$ .

Los cambios en las variables de estado involucradas ocurren tanto en espacio y tiempo, por lo que el modelo de parámetros distribuidos representa mejor la dinámica de los intercambiadores de calor. Representado por ecuaciones diferenciales parciales, pero difíciles de analizar, complicadas de simular y complejas en el diseño. Por lo que se representará mediante un modelo de parámetros concentrados [34], [35], [36], [37] y [1].

## 2.4. Fuerza conductora en el intercambiador de calor de tubos concéntricos

La diferencia de temperatura entre los fluidos  $\Delta T$ , es la fuerza (*driving force*) que da lugar a la transferencia de calor por convección. Si se asume una distribución uniforme de las temperatura (suposición estándar para la obtención del modelo compartimental), la fuerza conductora es tomada como  $\Delta T = T_{ho} - T_{co}$ . Considerando un intercambiador simple de tubos concéntricos, las temperaturas de los fluidos varían su temperatura a lo largo del intercambiador. Se tienen las siguientes disposiciones como se ha mostrado en la Figura 2.4:

- a) Flujo Paralelo o Cocorriente (Ambos fluidos avanzan en el mismo sentido).
- b) Flujo Contracorriente (Fluidos fluyen en sentidos opuestos).

## 2. INTERCAMBIADOR DE CALOR

---

La diferencia de temperatura entre los dos fluidos también varía a lo largo, por lo tanto el flujo de calor varía.

Teniendo en cuenta que varía a lo largo del tubo del intercambiador, se representa la ecuación de transferencia para el intercambiador completo:

$$Q = UA\Delta T \quad ( 1.12)$$

Para una franja:

$$dQ = UdA\Delta T \quad ( 2.13)$$

Ecuaciones de balance:

$$dQ = WCdT = wcdt \quad ( 2.14)$$

Donde:

$$dT = \frac{dQ}{WC} \quad ( 2.15)$$

Y

$$dt = \frac{dQ}{wc} \quad ( 2.16)$$

Por lo tanto:

$$d(T - t) = dQ \left( \frac{1}{WC} - \frac{1}{wc} \right) = dQF \quad ( 2.17)$$

O también:

$$d(\Delta T) = dQF \quad ( 2.18)$$

Se integra para todo el intercambiador:

$$\Delta T_2 - \Delta T_1 = QF \quad ( 2.19)$$

Tomamos la ecuación 2.18 y se divide por:

$$\Delta T = \frac{dQ}{UdA} \quad (2.20)$$

$$\frac{d(\Delta T)}{\Delta T} = \frac{dQF}{\frac{dQ}{UdA}} = F UdA \quad (2.21)$$

Integrando se obtiene:

$$\ln\left(\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}\right) = FUA \quad (2.22)$$

De donde:

$$F = \frac{\ln\left(\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}\right)}{UA} \quad (2.23)$$

$F$  se reemplaza en la ecuación 2.19 dando, después de hacer los despejes correspondientes:

$$Q = UA \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{\ln\left(\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}\right)} \quad (2.24)$$

Donde  $\Delta T_2 = (T_{ho} - T_{ci})$  y  $\Delta T_1 = (T_{hi} - T_{co})$ , que son las diferencias de temperatura en los extremos (terminales) del intercambiador.

Que es la ecuación de transferencia o ecuación de diseño de un intercambiador, para éste caso, en configuración contracorriente, se llama así porque el uso de la ecuación 2.24 nos permite determinar el área del intercambiador. Se tiene que por cuestión de diseño para el intercambiador de calor en cuestión, la fuerza conductora se expresa como la Diferencia de temperaturas media logarítmica (LMTD) [38]:

$$\Delta T_L = \frac{(T_{ho} - T_{ci}) - (T_{hi} - T_{co})}{\ln\left(\frac{T_{ho} - T_{ci}}{T_{hi} - T_{co}}\right)} \quad (2.25)$$

En [39], la fuerza conductora AMTD (Diferencia de temperaturas media aritmética):

$$\Delta T_A = \frac{(T_{ho} - T_{ci}) + (T_{hi} - T_{co})}{2} \quad (2.26)$$

O la LMTD (Diferencia de temperaturas media logarítmica) representado por la ecuación 2.25, pueden ser usadas con el objeto de mejorar las trayectorias de evolución de las temperaturas de salida. En [40] menciona que para un enfoque lineal del modelo del intercambiador la diferencia de temperaturas media aritmética (AMTD) es apropiada, pero el problema es que la respuesta de salida está por debajo de cero hasta que termina el tiempo muerto, tiempo muestro que para efectos de simulación y por ejemplo un control en el dominio de la frecuencia sería poco viable. Por otra parte para el enfoque no lineal la fuerza conductora usada es la temperatura media logarítmica (LMTD) ya que según el autor, tal modelo no lineal con ésta fuerza conductora representaría mejor la dinámica de lo que un modelo lineal de varias secciones haría.

Para la fuerza conductora LMTD de la ecuación 2.27 note que se tiene una forma indeterminada cuando  $(T_{ho} - T_{ci}) = (T_{hi} - T_{co})$ , tal inconsistencia se resuelve tomando la fuerza conductora LMTD como:

$$\Delta T = \Delta T_L \triangleq \begin{cases} \Delta T_l & \text{si } (T_{ho} - T_{ci}) \neq (T_{hi} - T_{co}) \\ \Delta T_0 & \text{si } (T_{ho} - T_{ci}) = (T_{hi} - T_{co}) = \Delta T_0 \end{cases} \quad (2.27)$$

En [18] muestra un análisis más a fondo respecto a la fuerza conductora LMTD, debido a que su forma puede presentar algunas inconsistencias, en tal trabajo muestra las siguientes fuerzas conductoras representadas por expresiones que usan menos expresiones y son más simples, tal como la diferencia de temperaturas media aritmética (AMTD) representada por la ecuación 2.26 y la diferencia geométrica de temperaturas (GTD):

$$\Delta T_G = \sqrt{(T_{ho} - T_{ci})(T_{hi} - T_{co})} \quad (2.28)$$

## 2.5 Conclusiones

Para el intercambiador de calor de tubos concéntricos con la configuración en contracorriente, se ha expuesto que por cálculos de diseño, la fuerza conductora aplicada sería la de diferencias de temperatura media logarítmica (LMTD), se han presentado varios trabajos usando ésta fuerza conductora donde se da como un punto a resaltar, que la fuerza conductora LMTD toma en cuenta la distribución exponencial de la temperatura del fluido sobre la superficie longitudinal del tubo en condiciones estacionarias [26]. Existen otras fuerzas conductoras, tal como la fuerza conductora estándar que no es más que una diferencia de temperaturas (ITD) donde se asume que la distribución de las temperaturas es de manera uniforme. También tenemos la fuerza conductora de diferencias de temperaturas media aritmética (AMTD) que básicamente es un promedio o media de las temperaturas. Otra expresión que representa la fuerza conductora de manera simple es la diferencia geométrica de temperaturas (GTD).

En [1] se hizo una validación en línea del modelo matemático simplificado utilizando la fuerza conductora LMTD, ITD, AMTD y GTD; en [15] y [41] se presentó una validación fuera de línea, es decir, con datos experimentales del mismo modelo matemático y usando las mismas fuerzas conductoras en el caso de [41]. Obteniendo como resultado una notoria ventaja el modelo matemático simplificado con la fuerza conductora ITD en todos los casos de experimentación. Para éste trabajo se concluye que para representar mejor la dinámica del intercambiador de calor de tubos concéntricos con configuración contracorriente, la fuerza conductora apropiada por cuestiones de simplicidad y de acuerdo a las validaciones ya hechas, la fuerza conductora ITD será tomada para toda  $\Delta T$  en adelante en las siguientes secciones. En el Anexo D se muestra la simulación del modelo matemático no lineal del intercambiador usando como fuerza conductora la seleccionada previamente.

---

---

### 3. ESTIMADORES DE ESTADO

Se exponen las nociones básicas de un estimador de estado e información de los estimadores aplicados al modelo matemático del intercambiador. En la sección 3.1 se presentarán generalidades de los estimadores de estados, en la sección 3.2 se tiene los principios de diseño para los estimadores. En la sección 3.3 se habla de los estimadores no lineales, en especial lo que poseen formas adaptables. La sección 3.4 muestra los estimadores aplicados al intercambiador de calor en donde mediante pruebas se hace una comparación. La última sección 3.5 se dedica para las conclusiones obtenidas en este capítulo.

#### 3.1. Generalidades

Un estimador u “observador” de estados, estima las variables no medidas de un sistema a partir de las variables que pueden medirse, partiendo de esta idea podemos encontrar diversas definiciones en la literatura. En Ogata [5] define “Un estimador de estados estima las variables de estado basándose en la medición de las variables de salida y de control”; los clasifica según el número de variables observadas:

- ✓ De Orden Completo: Estima todas las variables del sistema incluso si ya se conoce su valor medido.
- ✓ De Orden Reducido: Estima menos de “ $n$ ” variables, donde “ $n$ ” es la dimensión del vector de estados.
- ✓ De Orden Mínimo: Si “ $n$ ” es la dimensión del vector de estados y “ $p$ ” es la dimensión del vector de salidas, se estima “ $n - p$ ” variables.

De manera generalizada, los estimadores podemos clasificarlos según al tipo del modelo del sistema o planta: *Estimadores de Sistemas Lineales* y *Estimadores de Sistemas No Lineales*. En la Figura 3.1 podemos observar un esquema básico de un estimador, donde  $K_0$  es la *ganancia de retroalimentación*.

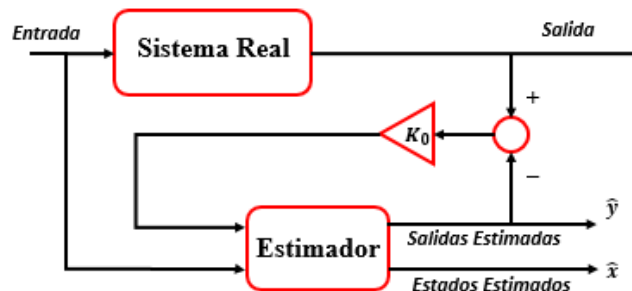


Figura 3.1 Esquema general de un Estimador.

Nos enfocaremos en los estimadores de sistemas no lineales los cuales a diferencia de lo estimadores lineales, tienen un amplio estudio establecido además de aplicaciones.

No existe un esquema o diseño general en cuanto al diseño se refiere, en [6] se habla de enfoques para el diseño de estimadores mediante transformaciones de coordenadas. [7] presenta el enfoque conocido como “*enfoque lineal*” usando el término de retroalimentación como en los sistemas lineales, describe algunas metodologías que ofrecen un procedimiento el cual garantiza la estabilidad de un estimador analizando la dinámica del error.

## 3.2. Diseño de estimadores

Se presentan algunas definiciones básicas en la teoría de estimadores de sistemas en tiempo continuo, expresando por simplicidad  $x(t)$  y  $u(t)$  como  $x$  y  $u$  respectivamente. Considerando un sistema no lineal general de la forma:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x, u) \\ y &= h(x)\end{aligned}\tag{3.1}$$

Donde  $x \in \mathbb{R}^n$  es el vector de estados,  $u \in \mathbb{R}^m$  es el vector de entradas y  $y \in \mathbb{R}^p$  es el vector de salidas, mientras  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  y  $h: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^p$  son funciones suaves, es decir, continuamente diferenciables. La notación  $x_u(t, x_0)$  representa la solución del sistema al tiempo  $t$  originada por la entrada  $u$  y la condición inicial  $x_0$  en un tiempo  $t = 0$ .

*Definición 3.1 Indistinguibilidad:* El sistema de la ecuación 3.1, dos estados  $x_0$  y  $x_1$  son indistinguibles si, para cualquier entrada  $u$  y para todo  $t \geq 0$ , las correspondientes salidas  $h(x_u(t, x_0))$  y  $h(x_u(t, x_1))$  son iguales. En caso contrario, se dice que los estados son distinguibles [1].

*Definición 3.2 Observabilidad:* Se dice que el sistema representado en la ecuación 3.1 es observable si no posee pares de estados indistinguibles. La observabilidad depende del tipo de entradas al sistema, por lo que se clasifican los tipos de entrada [1] [5].

*Definición 3.3 Entrada Universal:* Una función de entrada  $u$  se dice universal, al excitar al sistema, durante el tiempo  $[0, t]$  si pueden ser distinguidos cualquier par de estados inicialmente distintos  $(x_0, x_1)$  de acuerdo a las salidas en el mismo intervalo  $[0, t]$ .



Es decir, una entrada es universal si se cumple que  $h(x_u(t, x_0))$  y  $h(x_u(t, x_1))$  para todo par  $(x_0, x_1)$  para todo  $\mathbb{R}^n$ .

*Definición 3.4 Entrada Singular:* Toda entrada que no satisface la definición de entrada universal se denomina entrada singular [1].

El problema de los estimadores de estados en general, se centra en la correcta selección de los valores de la señal de retroalimentación  $K_o$  también llamada ganancia de retroalimentación.

El error de estimación es la diferencia de producida entre las variables del modelo del sistema y los valores de las variables reales, el valor de  $K_o$  deberá ser grande con tal de compensar el error. Sin embargo, si la medición está significativamente contaminada con ruido, la ganancia de la señal de retroalimentación debe ser pequeña con el fin de disminuir la repercusión del ruido. Además, al realizar el cálculo de  $K_o$  se debe tomar en cuenta los ruidos y perturbaciones posibles en el sistema. En la Figura 3.1 se muestra el esquema del funcionamiento de un estimador.

### 3.2.1. Condición de observabilidad

Considerando el sistema representado en la ecuación 3.1, denotamos la derivada de Lie [42]:

$$L_f h = \left[ \frac{\partial h}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial h}{\partial x_n} \right] f(x, u) \quad (3.2)$$

Por definición  $L_f^0 h = h$  y  $L_f^k h = L_f(L_f^{k-1} h)$  para  $k = 1, 2, \dots$ . Se definen las matrices:

$$G = \begin{bmatrix} L_f^0(h_1) & \dots & L_f^0(h_P) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ L_f^{n-1}(h_1) & \dots & L_f^{n-1}(h_1) \end{bmatrix} \quad \mathcal{O} = \begin{bmatrix} \frac{\partial G_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial G_1}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial G_n}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial G_n}{\partial x_n} \end{bmatrix}$$

El sistema de la ecuación 3.1 es observable, si el rango de  $\mathcal{O} = n$  [43].

### 3.3. Estimadores no lineales

A diferencia de los estimadores lineales, para diseñar un estimador no lineal no hay un diseño en común, debido a la particularidad de cada sistema no lineal, entre los enfoques encontrados para los sistemas no lineales se encuentran [44]:

- Transformación mediante cambio de coordenadas a un sistema cuasilineal, donde con algunas variaciones es posible encontrar una solución.
- Considerar los sistemas no lineales uniformemente observables, es decir, un sistema para el cual todas las entradas son universales y así emplear otras técnicas.
- Transformación de coordenadas de una sistema no lineal a uno bilineal.

Actualmente existen metodologías que proporcionan la estabilidad de un estimador analizando la dinámica del error de estimación:

- ✓ Métodos basados en Lyapunov: Determina y analiza las condiciones de la dinámica del error estable alrededor del punto  $e = 0$ . La dificultad es encontrar funciones candidatas de Lyapunov.
- ✓ Métodos mediante linealización extendida: Al igual que una linealización, pero con inyección de salida no lineal como retroalimentación, presenta problemas como funcionamiento cerca del punto de operación y su generalización para los sistemas MIMO son difíciles.
- ✓ Enfoque algebraico de Lie: Utilizan transformación del sistema no lineal que permite aplicar estimadores lineales, el problema es encontrar una función de transformación para los sistemas no lineales.

#### 3.3.1. Estimadores Adaptables

Los Estimadores u Observadores Adaptables son algoritmos recursivos lo cuales estiman los estados de un sistema que contiene parámetros desconocidos o incluso podría calcular aparte de los estados, también los parámetros desconocidos. En algunos sistemas es difícil poder obtener la medición del alguno de los parámetros que intervienen en la dinámica del sistema, por lo que usar un estimador de este tipo es útil para poder estimar los valores de los parámetros no medidos. En los siguientes apartados se presentarán dos enfoques, donde la gran diferencia es la forma en la que la ganancia se los estimadores son calculados. Los valores calculados para las ganancias son utilizados para ajustar la velocidad de convergencia hacia el estado “*real*”.

Se dice que el diseño de los estimadores adaptables está basados en formas específicas dependiendo del sistema, razón por la cual pueden ser llamados *Estimadores con Forma Adaptable*.

### 3.3.1.1. Estimador para sistemas no lineales en forma Adaptable

Propuesto por Besaçon [10] para los sistemas que tienen la siguiente forma:

$$\begin{aligned}\dot{y}(t) &= \alpha(y(t), \hat{z}(t), u(t)) + \beta(y(t), \hat{z}(t), u(t))\hat{\theta}(t) \\ \dot{z}(t) &= \gamma(y(t), \hat{z}(t), u(t))\end{aligned}\quad (3.3)$$

Donde  $\mathbf{y}(t) \in \mathbb{R}^p$  es el vector del sistema (Estados medibles),  $\mathbf{z}(t) \in \mathbb{R}^q$  es el vector de estados no medibles,  $\mathbf{u}(t) \in \mathbb{R}^m$  es el vector de entradas medibles acotadas mientras que  $\boldsymbol{\theta}(t) \in \mathbb{R}^r$  es el vector de parámetros desconocidos.

Mientras que  $\alpha$  y  $\beta$  son funciones globales Lipschitz respecto a  $\mathbf{z}(t)$ . Un estimador adaptable para un sistema que tiene la forma de la ecuación 3.3 está dado por:

$$\begin{aligned}\dot{\hat{y}}(t) &= \alpha(y(t), \hat{z}(t), u(t)) + \beta(y(t), \hat{z}(t), u(t))\hat{\theta}(t) - k_y(\hat{y}(t) - y(t)) \\ \dot{\hat{z}}(t) &= \gamma(y(t), \hat{z}(t), u(t)) \\ \dot{\hat{\theta}}(t) &= -k_\theta \beta^T(y(t), \hat{z}(t), u(t))(\hat{y}(t) - y(t))^T\end{aligned}\quad (3.4)$$

Tal que para cada  $\hat{\mathbf{y}}(0), \hat{\mathbf{z}}(0), \mathbf{y}(0), \mathbf{z}(0)$  y una acotada  $\mathbf{u}(t)$ , los errores de estimación tenderán asintóticamente a cero cuando  $t$  tienda a infinito, el error generado de los parámetros desconocidos permanece acotado. Donde las ganancias  $k_\theta > k_y > 0$ . La norma Euclidiana del error de estimación representado por:

$$e_y = \|\hat{y}(t) - y(t)\| \quad (3.5)$$

Asintóticamente converge a cero respecto a  $t$  tienda a infinito, mientras

$$e_\theta = \|\hat{\theta}(t) - \theta(t)\| \quad (3.6)$$

Permanece acotado. Además, si  $\beta^T(y(t), \hat{z}(t), u(t))$  es persistentemente excitado y su tiempo derivativo está acotado, entonces  $\|\hat{\theta}(t) - \theta(t)\|_{t \rightarrow \infty} \xrightarrow{0}$ . Si no se presenta el caso de estados no medibles, una versión reducida de la ecuación 3.4 se tiene:

$$\begin{aligned}\hat{y}(t) &= \alpha(y(t), \hat{z}(t), u(t)) + \beta(y(t), u(t))\hat{\theta}(t) - k_y(\hat{y}(t) - y(t)) \\ \dot{\hat{\theta}}(t) &= -k_\theta \beta^T(y(t), u(t))(\hat{y}(t) - y(t))^T\end{aligned}\quad (3.7)$$

Si se encuentra disponible mediciones digitales con un tiempo de muestreo  $T_s$  se puede tener una versión discreta en el tiempo del estimador dado en la ecuación 3.7, la cual se obtiene aproximando las derivadas usando una aproximación simple de Euler:

$$\begin{aligned}\hat{y}(k+1) &= \hat{y}(k) + T_s[\alpha(y(k), u(k)) + \beta(y(k), u(k))\hat{\theta}(k) - k_y(\hat{y}(k) - y(k))] \\ \hat{\theta}(k+1) &= \hat{\theta}(k) - T_s k_\theta \beta^T(y(k), u(k))(\hat{y}(k) - y(k))\end{aligned}\quad (3.8)$$

### 3.3.1.2. Estimador para sistemas no lineales de Alta Ganancia

El estimador de alta ganancia es propuesto por Gauthier [8], respecto al estimador adaptable presentado anteriormente la ganancia es calculada dinámicamente. Este observador es de fácil implementación debido a la estructura de la ganancia, ya que la sintonización del observador es a través de la calibración de un parámetro. Consideramos un sistema no lineal con la siguiente forma:

$$\begin{cases} \frac{d\mathbf{z}_1(t)}{dt} = f(\mathbf{z}_1(t), \mathbf{s}(t))\mathbf{F}_1(\mathbf{z}_1(t), \mathbf{s}(t))\mathbf{z}_2(t) + \mathbf{b}_1(\mathbf{u}(t), \mathbf{z}_1(t), \mathbf{s}(t)) \\ \frac{d\mathbf{z}_2(t)}{dt} = \mathbf{b}_2(\mathbf{u}(t), \mathbf{z}_1(t), \mathbf{s}(t)) + \boldsymbol{\varepsilon}_v(t) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{z}_1(t) \end{cases}\quad (3.9)$$

Donde  $\mathbf{z}(t) = (\mathbf{z}_1(t) \quad \mathbf{z}_2(t))^T \in \mathbb{R}^{2n}$ ,  $\mathbf{z}_1(t) \in \mathbb{R}^n$  contiene los estados medidos y  $\mathbf{z}_2(t) \in \mathbb{R}^n$  contiene los estados no medidos.  $\mathbf{u}(t) \in \mathbb{R}^m$  es la entrada,  $\mathbf{y}(t) \in \mathbb{R}^n$  es la salida y  $\mathbf{s}(t) \in \mathbb{R}^p$  representa una señal arbitraria del sistema el cual se asume conocida.  $\mathbf{F}_1(\cdot)$  es una matriz con dimensión  $n \times n$ ;  $f(\cdot)$  es una función escalar de valor real mientras que  $\boldsymbol{\varepsilon}(t)$  es una función acotada que depende de  $\mathbf{u}(t), \mathbf{s}(t), \mathbf{z}(t)$ , ruido, etc.

El sistema de la ecuación 3.9 lo reescribimos de la siguiente forma:

$$\begin{cases} \frac{dz(t)}{dt} = f(\mathbf{z}_1(t), \mathbf{s}(t))\mathbf{F}(\mathbf{z}_1(t), \mathbf{s}(t))\mathbf{z}(t) + \mathbf{B}(\mathbf{u}(t), \mathbf{z}_1(t), \mathbf{s}(t)) + \boldsymbol{\varepsilon}_v(t) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{z}(t) \end{cases} \quad (3.10)$$

Donde

$$\begin{aligned} \mathbf{F}(\mathbf{z}_1(t), \mathbf{s}(t)) &= \begin{pmatrix} 0 & F_1(\mathbf{z}_1(t), \mathbf{s}(t)) \\ 0 & 0 \end{pmatrix} & \boldsymbol{\varepsilon}_v(t) &= \begin{pmatrix} 0 \\ \boldsymbol{\varepsilon}(t) \end{pmatrix} \\ \mathbf{B}(\mathbf{u}(t), \mathbf{z}_1(t), \mathbf{s}(t)) &= \begin{pmatrix} b_1(\mathbf{u}(t), \mathbf{z}_1(t), \mathbf{s}(t)) \\ b_2(\mathbf{u}(t), \mathbf{z}_1(t), \mathbf{s}(t)) \end{pmatrix} & \mathbf{C} &= (I_d \quad 0) \end{aligned}$$

$I_d$  Es una matriz identidad de dimensiones apropiadas.

Farza [9] expone un estimador para el sistema de la ecuación 3.10 es:

$$\begin{cases} \frac{d\hat{\mathbf{z}}(t)}{dt} = f(\mathbf{y}(t), \mathbf{s}(t))\mathbf{F}(\mathbf{y}(t), \mathbf{s}(t))\hat{\mathbf{z}}(t) + \mathbf{B}(\mathbf{u}(t), \mathbf{y}(t), \mathbf{s}(t)) - \\ f(\mathbf{y}(t), \mathbf{s}(t))\boldsymbol{\Lambda}^{-1}(\mathbf{y}(t), \mathbf{s}(t))\mathbf{S}_\theta^{-1}\mathbf{C}^T(\hat{\mathbf{y}}(t) - \mathbf{y}(t)) \\ \hat{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{C}\hat{\mathbf{z}}(t) \end{cases} \quad (3.11)$$

Donde  $\hat{\mathbf{z}}(t) = (\hat{\mathbf{z}}_1(t) \hat{\mathbf{z}}_2(t))^T \in \mathbb{R}^{2n}$ ,  $\hat{\mathbf{z}}_1(t) \in \mathbb{R}^n$ ,  $\hat{\mathbf{z}}_2(t) \in \mathbb{R}^n$ ,

$$\boldsymbol{\Lambda}(\mathbf{y}(t), \mathbf{s}(t)) = \begin{pmatrix} I_d & 0 \\ 0 & F_1(\mathbf{y}(t), \mathbf{s}(t)) \end{pmatrix},$$

$\mathbf{S}_\theta$  Es una matriz asintótica definida positiva la cual satisface la ecuación algebraica de Lyapunov:

$$\theta \mathbf{S}_\theta + A^T \mathbf{S}_\theta A + \mathbf{S}_\theta A - C^T C = 0 \quad (3.12)$$

$\theta > 0$  Es el parámetro de sintonización para el estimador y la matriz A está dada por

$$A = \begin{pmatrix} 0 & I_d \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Se ha demostrado que el estimador dado por la ecuación 3.11 converge asintóticamente a cero en tanto  $t$  tienda a infinito, por ejemplo:

$$e_z = \|\hat{z}(t) - z(t)\|_{t \rightarrow \infty} \rightarrow 0 \quad (3.13)$$

Para cualquier condición inicial  $z(0)$ ,  $\hat{z}(0)$  y cualquier entrada medible acotada  $u(t)$  [16].

### 3.3.2. Estimadores no lineales aplicados al modelo matemático del intercambiador de calor

Usando las suposiciones establecidas en el Anexo C para establecer las limitaciones del modelo, donde

$$k_c = \frac{A}{c_{pc}\rho_c V_c} \quad \text{Y} \quad k_h = \frac{A}{c_{ph}\rho_h V_h}$$

El estimador propuesto en la ecuación 3.11 corresponde a un estimador de alta ganancia el cual aplicado al modelo del intercambiador representado en la ecuación 2.5 y 2.6 quedarían en su forma discreta:

$$\begin{aligned} \hat{T}_{co}(k+1) &= \hat{T}_{co}(k) + T_s [k_c (T_{ho}(k) - T_{co}(k)) U(k) \\ &\quad + \frac{u_1(k)}{V_c} (T_{ci}(k) - T_{co}(k)) - 2\theta(\Delta T)] \\ \hat{T}_{ho}(k+1) &= \hat{T}_{ho}(k) + T_s [k_h (T_{co}(k) - T_{ho}(k)) U(k) \\ &\quad + \frac{u_2(k)}{V_h} (T_{hi}(k) - T_{ho}(k)) - 2\theta(\Delta T)] \end{aligned} \quad (3.14)$$

$$\hat{U}_1(k+1) = \hat{U}_1(k) - \frac{T_s \theta^2 (\hat{T}_{co}(k) - T_{co}(k))}{k_c (T_{co}(k) - T_{ho}(k))} \quad (3.15)$$

$$\hat{U}_2(k+1) = \hat{U}_2(k) - \frac{T_s \theta^2 (\hat{T}_{ho}(k) - T_{ho}(k))}{k_h (T_{co}(k) - T_{ho}(k))}$$

Para el estimador adaptable se tiene en cuenta las suposiciones bajo las cuales el modelo está limitado al igual como se hizo para el estimador de alta ganancia. El estimador adaptable de la ecuación 3.7 aplicado al modelo del intercambiador de calor queda de la siguiente forma:

$$\begin{pmatrix} \dot{\hat{y}}_1(t) \\ \dot{\hat{y}}_2(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2u_1(t)}{V_c} (T_{ci} - y_1(t)) \\ \frac{2u_2(t)}{V_h} (T_{hi} - y_2(t)) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2k_c \Delta T(y_1(t), y_2(t)) \\ -2k_h \Delta T(y_1(t), y_2(t)) \end{pmatrix} \hat{U}(t) - k_y \begin{pmatrix} \hat{y}_1(t) - y_1(t) \\ \hat{y}_2(t) - y_2(t) \end{pmatrix} \quad (3.16)$$

$$\hat{U}(t) = -2k_\theta [k_c \Delta T(y_1(t), y_2(t)), -k_h \Delta T(y_1(t), y_2(t))] \times \begin{pmatrix} \hat{y}_1(t) - y_1(t) \\ \hat{y}_2(t) - y_2(t) \end{pmatrix} \quad (3.17)$$

### 3.4. Simulación de los estimadores

En las secciones anteriores dentro de este capítulo se ha presentado el estimador adaptable y el de alta ganancia, perteneciente a los estimadores de sistemas no lineales. Su aplicación al intercambiador de calor será para poder hacer una comparación en la estimación de los estados, donde a continuación se muestran las configuraciones generales de simulación para los estimadores, primero se presentará la simulación de los estimadores sin ningún tipo de cambio en alguno de sus variables de entrada o parámetros. Se realizará posteriormente una simulación donde se realizarán cambios en los flujos másicos del agua fría y caliente para observar el comportamiento de los estimadores en cuestión.

#### **Configuraciones generales de simulación:**

Para los estimadores se ha considerado un coeficiente global de transferencia de calor constante ( $U = 160 \text{ J/m}^2\text{Ks}$ ), las temperaturas de entrada  $T_{ci}$  y  $T_{hi}$  como  $24.85 \text{ }^\circ\text{C}$  y  $64.85 \text{ }^\circ\text{C}$  respectivamente. El flujo del fluido frío  $v_c$  es  $3.15 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$  mientras que el flujo de fluido caliente  $v_h$  es  $1.9 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$ .

Las condiciones iniciales del proceso son:  $T_{co}^0 = 33.67 \text{ }^\circ\text{C}$  y  $T_{ho}^0 = 52.23 \text{ }^\circ\text{C}$ . El tiempo de muestreo es de 1.5 segundos. Mientras que las del estimador son:  $\hat{T}_{co}^0 = 0 \text{ }^\circ\text{C}$  y  $\hat{T}_{ho}^0 = 0 \text{ }^\circ\text{C}$ . Un tiempo de muestreo de 1.5 segundos y con un parámetro de sintonización  $\theta = 0.3$  para el estimador de alta ganancia, mientras que para el estimador adaptable la ganancia  $k_\theta = 50$  y  $k_y = 0.5$ . Se presentará la simulación de los estimadores cuando el sistema no tiene cambios de entrada o en alguna de sus parámetros.

#### **Simulación 3.1**

##### *Simulación de los estimadores sin cambios en la entrada.*

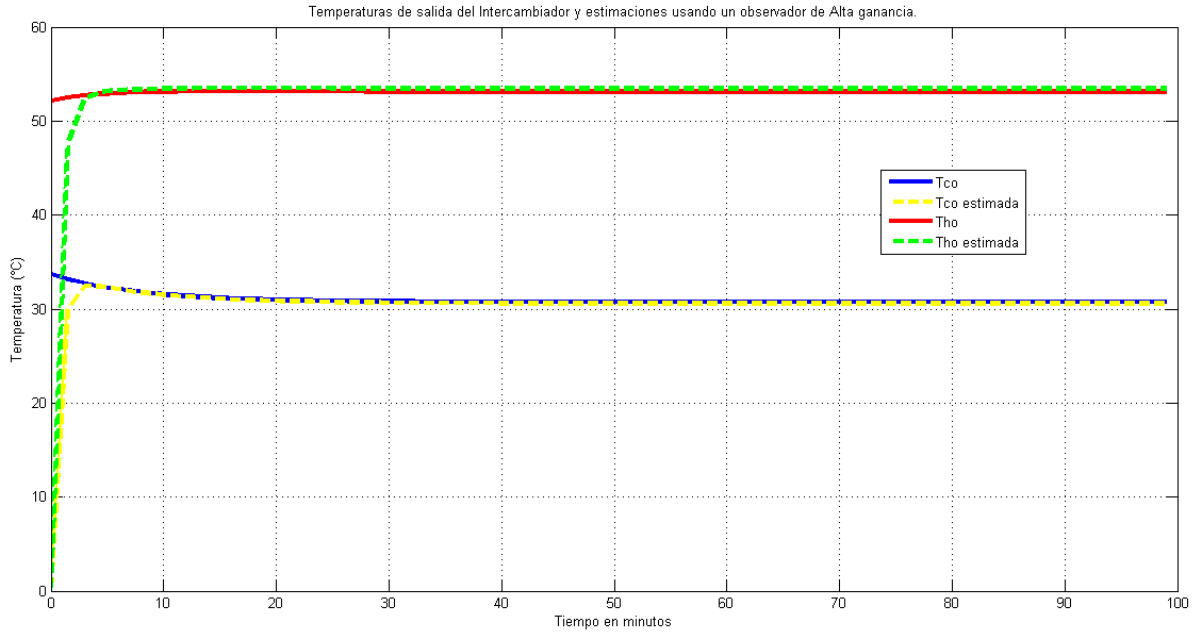
#### **Objetivo:**

Presentar la simulación donde los estimadores se presentan pero sin cambios en la entrada, se observará el comportamiento bajo ausencia de cambios de flujos másicos.

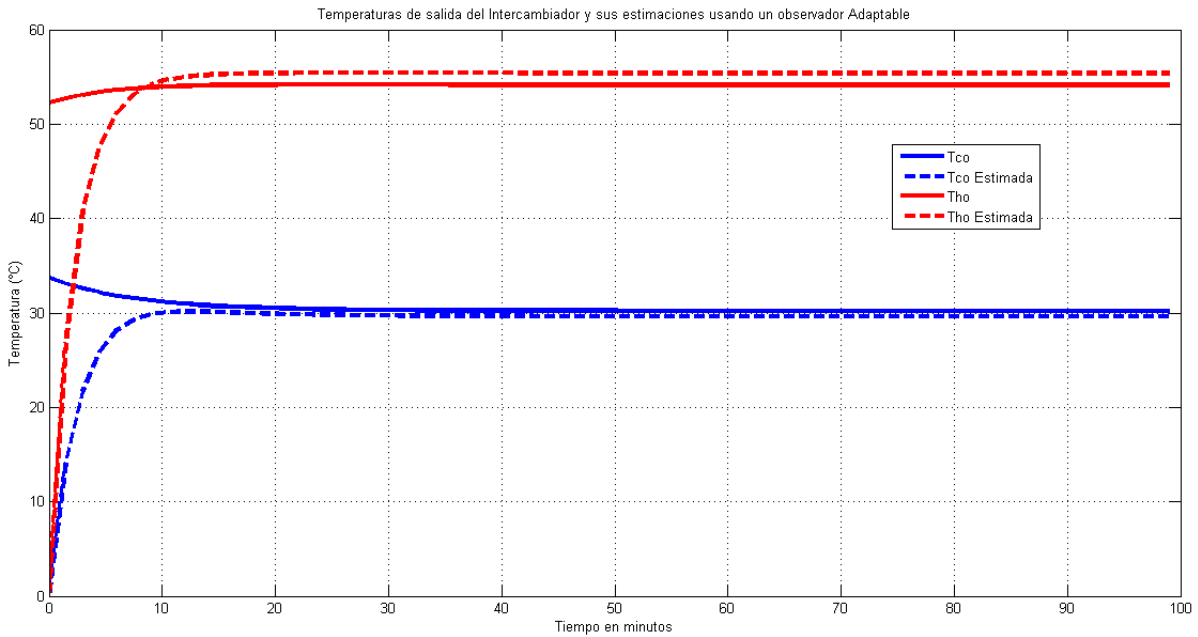
#### **Desarrollo de la simulación:**

Se estimarán los estados de las temperaturas del intercambiador de calor mediante un estimador adaptable y uno de alta ganancia, ambos estimadores tienen las mismas condiciones iniciales y trabajan con el mismo modelo matemático del intercambiador de calor.





*Figura 3.2* Temperaturas de salida y estimadas del observador de alta ganancia.



*Figura 3.3* Temperaturas de salida y estimadas del estimador adaptable.

En la Figura 3.2 se muestra la simulación del estimador de alta ganancia aplicado al modelo no lineal del intercambiador y en la Figura 3.3 la simulación del estimador adaptable.

Se puede observar que el estimador de alta ganancia no presenta un error visible como en el estimador adaptable aun cuando ambos tienen los mismos valores iniciales para el mismo modelo. A continuación se presentarán dos pruebas en las cuales se hará un cambio de flujo para la entrada que en este caso es el agua fría, pero como estamos trabajando en simulación, observaremos que pasa cuando el cambio ahora está en el flujo de agua caliente.

#### Simulación 3.2

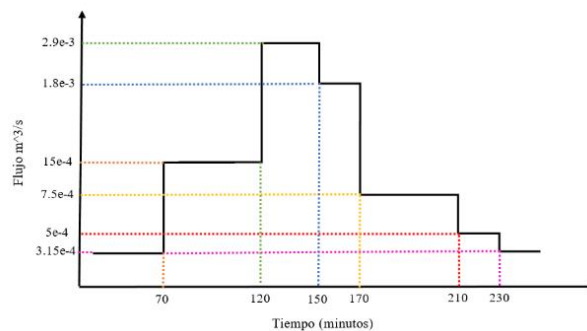
##### Cambio de flujo en la entrada de agua fría $v_c$ .

#### **Objetivo:**

Para esta simulación el objetivo es observar y después comparar los resultados obtenidos de las estimaciones de las temperaturas de salida del intercambiador de calor, respecto a los cambios programados en el flujo de agua fría. Se podrá comparar mediante criterios de error y así poder seleccionar que estimador obtuvo mejor rendimiento. En la Figura 3.4 muestra los cambios de flujo considerados para esta simulación.

#### **Desarrollo de la simulación:**

La simulación se realizó modificando el flujo de agua fría, donde se ha supuesto la variación del flujo como un cambio de condición y se espera observar el comportamiento de cada estimador evaluado. Se realizará un cambio de flujo como se puede observar en la Figura 3.4 en la variable  $v_c$ , donde a través de esos cambios de flujo podremos comparar los estimadores. Los cambios están programados según el tiempo propuesto donde podremos observar y analizar los comportamientos de los estimadores simulados.



*Figura 3.4 Cambios de flujo en  $v_c$  para los estimadores.*

En la Figura 3.5 se muestra los perfiles de temperatura del modelo y las estimaciones hechas por el estimador de alta ganancia y el adaptable, se puede observar que la variación de flujo en  $v_c$  se ve reflejado en la temperatura del agua fría en mayor cantidad respecto a la temperatura del agua caliente, el cual tuvo una ligera disminución.

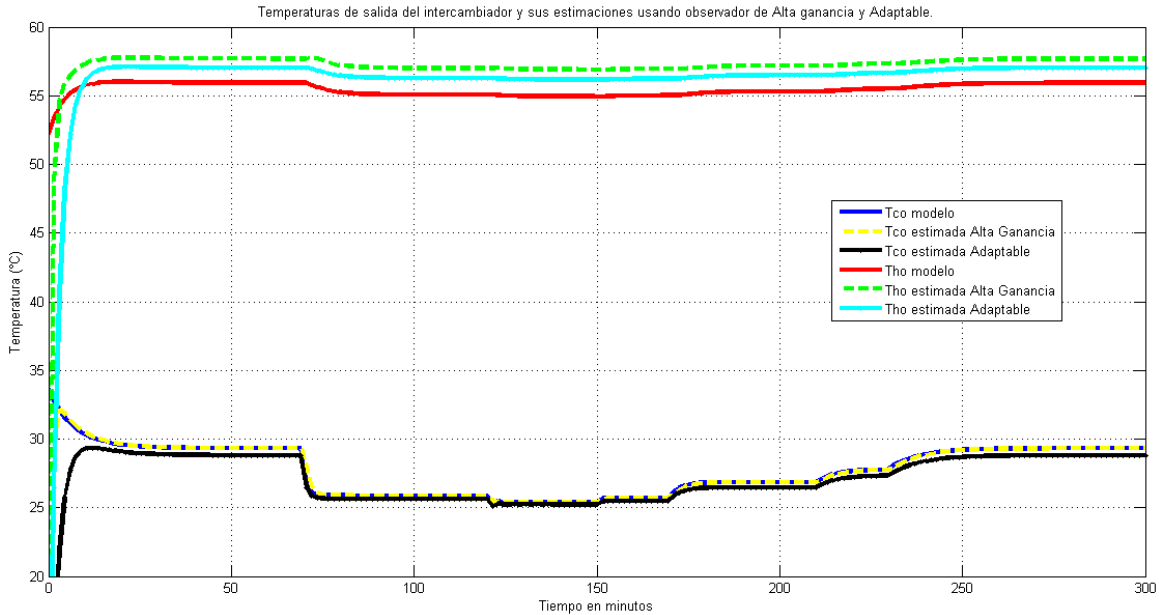


Figura 3.5 Temperaturas de salida y estimadas de los estimadores respecto al modelo.

Se puede observar que el estimador de alta ganancia muestra mejor rendimiento en la estimación respecto del estimador adaptable. En la Figura 3.6 se muestran los errores de estimación mediante graficas de barras en la temperatura de salida del agua fría  $T_{CO}$ .

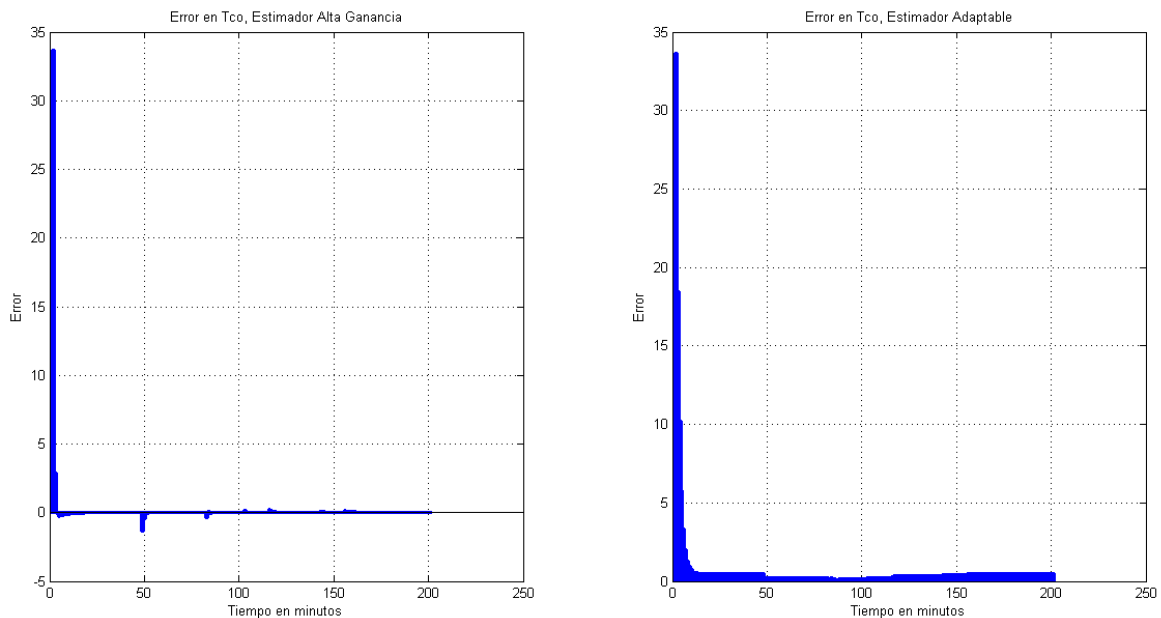
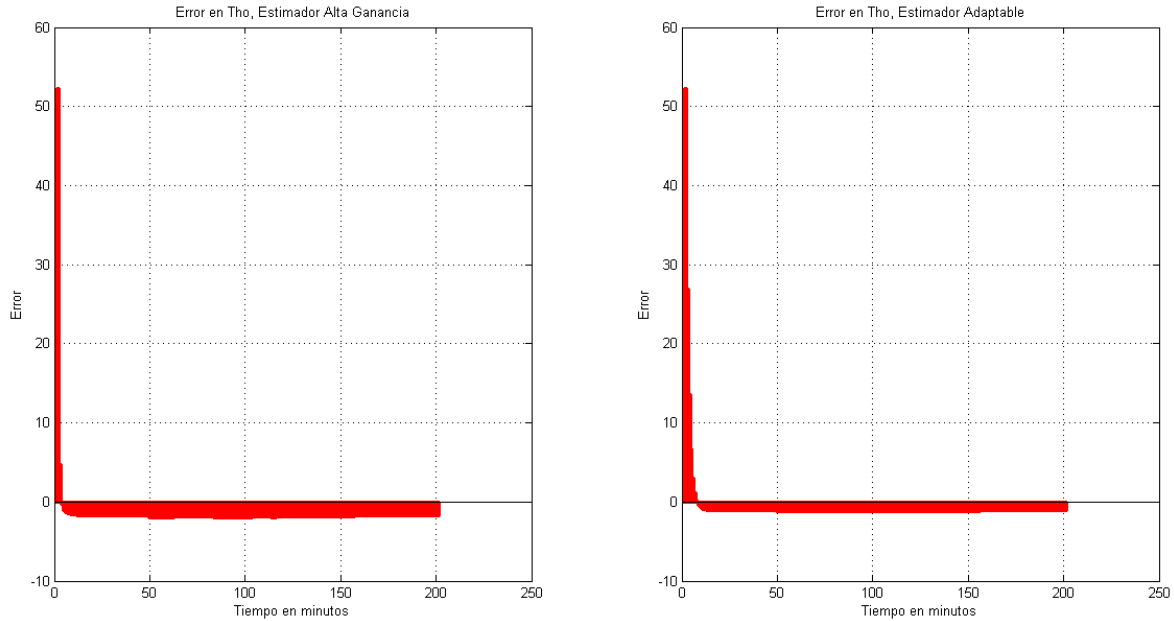


Figura 3.6 Errores obtenidos de los estimadores respecto al modelo para  $T_{CO}$ .



*Figura 3.7 Errores obtenidos de los estimadores respecto al modelo para  $T_{ho}$ .*

En la Figura 3.7 se muestra la gráfica de barras del error obtenido para cada estimador respecto a la temperatura de salida del agua caliente.

A continuación se muestran las tablas que contienen los índices de error, en el caso de los estimadores se calculó la integral del error cuadrático (IEC), integral del error absoluto (IEA) y error cuadrático medio (ECM) respecto a cada salida de temperatura.

*Tabla 3.1 índices de error en los estimadores respecto a los cambios en  $v_c$ .*

Estimador	IEC $\widehat{T}_{co}$	IEC $\widehat{T}_{ho}$	IAE $\widehat{T}_{co}$	IAE $\widehat{T}_{ho}$	ECM $\widehat{T}_{co}$	ECM $\widehat{T}_{ho}$
Alta Ganancia	1.5121e+03	5.8104e+03	0.1251	3.2132	0.1683	0.2909
Adaptable	5.6656e+03	2.0579e+04	0.1306	0.6502	0.2028	0.3127

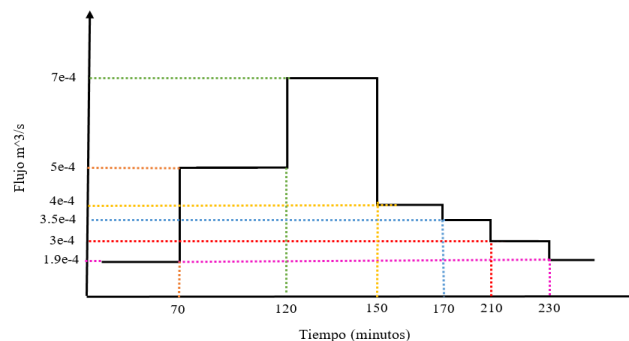
Se puede observar que los estimadores han funcionado correctamente, en la Tabla 3.1 usando los valores obtenidos en cada índice de error, se nota que el estimador adaptable tuvo una mejor estimación en la temperatura de salida del agua caliente, mientras que el estimador de alta ganancia hacía lo mismo pero para la temperatura de agua fría. Ambos estimadores funcionan correctamente, ahora se hará otra simulación en donde ahora se introducirán cambios en el flujo de agua caliente  $v_h$ .

**Simulación 3.3****Cambio de flujo en la entrada de agua caliente  $v_h$ .****Objetivo:**

Para esta simulación el objetivo es observar y después comparar los resultados obtenidos de las estimaciones de las temperaturas de salida del intercambiador de calor, respecto a los cambios programados en el flujo de agua caliente. Se podrá comparar mediante criterios de error y así poder seleccionar que estimador obtuvo mejor rendimiento. En la Figura 3.8 muestra los cambios de flujo considerados para esta simulación.

**Desarrollo de simulación:**

La simulación se realizó modificando el flujo de agua fría, donde se ha supuesto la variación del flujo como un cambio de condición y se espera observar el comportamiento de cada estimador evaluado. Se realizará un cambio de flujo como se puede observar en la Figura 3.8 en la variable  $v_h$ , donde a través de esos cambios de flujo podremos comparar los estimadores. Los cambios están programados según el tiempo propuesto donde podremos observar y analizar los comportamientos de los estimadores simulados.



**Figura 3.8** Cambios de flujo en  $v_h$  para los estimadores.

En la Figura 3.9 se muestra los perfiles de temperatura del modelo y las estimaciones hechas por el observador de alta ganancia y el adaptable, se puede observar que la variación de flujo en  $v_h$ .

### 3. ESTIMADORES DE ESTADO

Donde podemos ver que al contrario de la primera prueba, la variación tuvo más incidencia en la temperatura de salida del agua caliente.

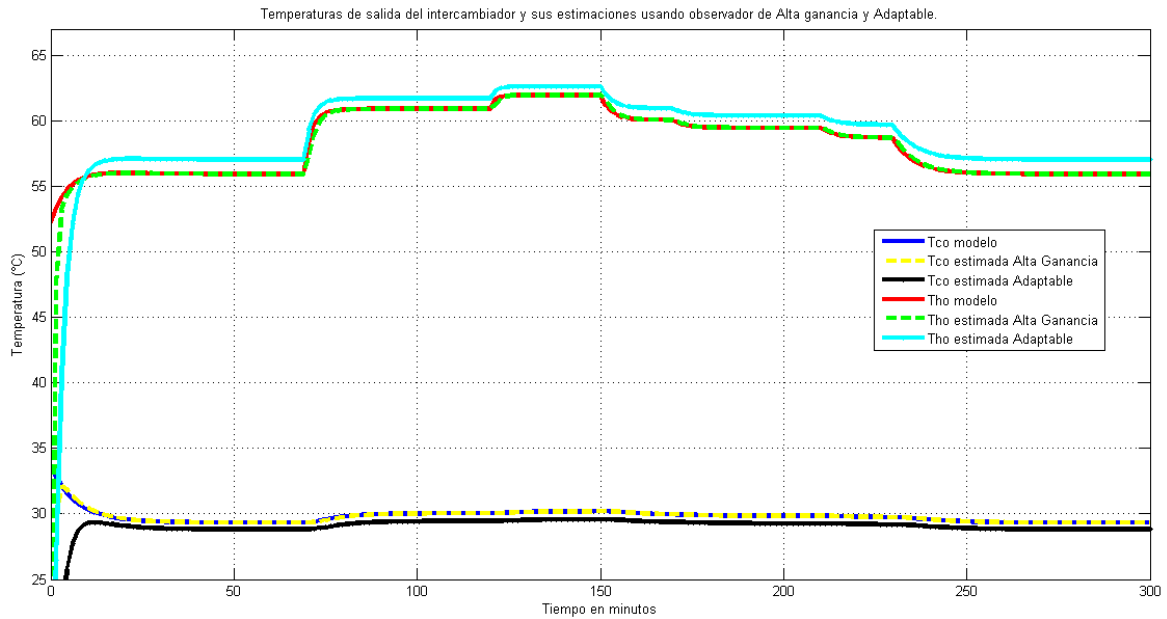


Figura 3.9 Temperaturas de salida y estimadas de los estimadores respecto al modelo.

Se puede observar que el observador de alta ganancia muestra mejor rendimiento en la estimación respecto del observador adaptable. En la Figura 3.10 se muestran los errores de estimación respecto a  $T_{CO}$ .

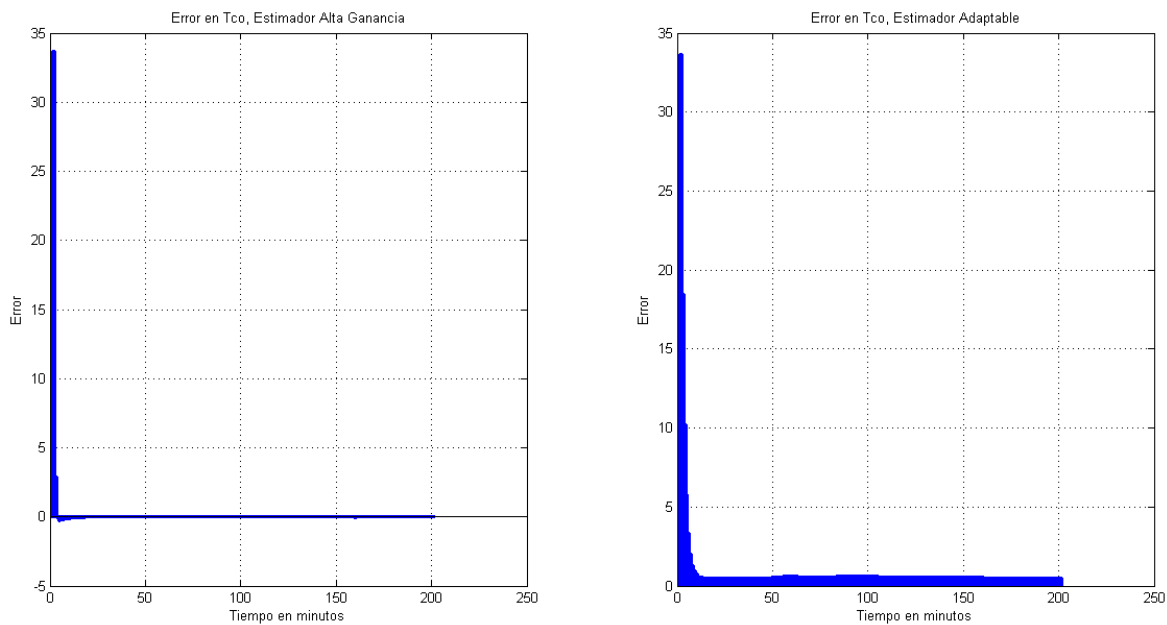
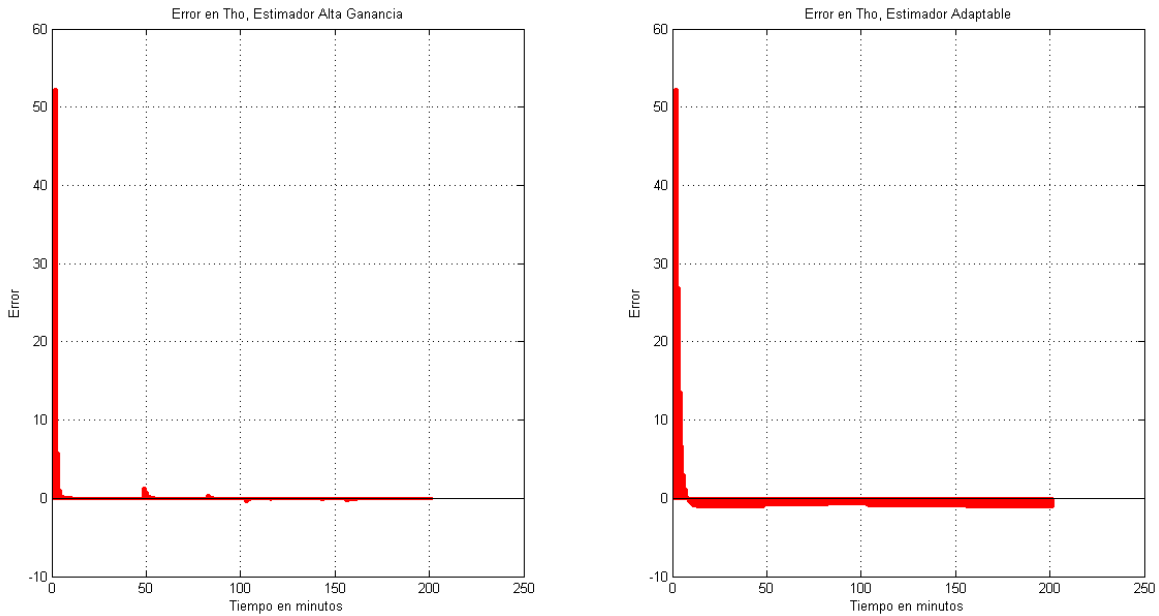


Figura 3.10 Errores obtenidos de los estimadores respecto al modelo.

En la Figura 3.11 se muestra la gráfica de barras del error obtenido para cada estimador respecto a la temperatura de salida del agua caliente.



*Figura 3.11 Errores obtenidos de los estimadores respecto al modelo.*

A continuación se muestran las tablas que contienen los índices de error, en el caso de los estimadores se calculó la integral del error cuadrático (IEC), integral del error absoluto (IEA) y error cuadrático medio (ECM) respecto a cada salida de temperatura.

*Tabla 3.2 índices de error en los estimadores respecto a los cambios en  $v_h$ .*

Estimador	IEC $\widehat{T}_{co}$	IEC $\widehat{T}_{ho}$	IAE $\widehat{T}_{co}$	IAE $\widehat{T}_{ho}$	ECM $\widehat{T}_{co}$	ECM $\widehat{T}_{ho}$
Alta Ganancia	1.5124e+03	7.0391e+03	0.1650	5.5752e-05	0.1682	0.2617
Adaptable	4.2677e+03	1.1141e+04	0.1306	0.6502	0.2045	0.3096

Al igual que en la simulación anterior los estimadores funcionan correctamente, en la Tabla 3.2 usando los valores obtenidos en cada índice de error, se nota que el estimador de alta ganancia tuvo una mejor estimación en forma general, mientras que el estimador adaptable aunque tiene un buen rendimiento aunque presenta una pequeña diferencia que provoca un error mayor respecto al estimador de alta ganancia.

## 3.5. Conclusiones

En la simulación de los estimadores donde no existen cambios de flujo, se observa en la Figura 3.2 y Figura 3.3 nos muestran la respuesta del estimador de alta ganancia y estimador adaptable, respectivamente. En el estimador adaptable se puede observar que las estimaciones tienen un error visible respecto a las estimaciones del de alta ganancia. Es claro que desde aquí se presenta una diferencia, por lo que al momento de hacer los cambios de flujo como pruebas de simulación, se esperaba obtener errores mayores en el estimador adaptable. Al realizar cambios de flujo en  $v_c$  la temperatura de salida que más reflejo un cambio fue la del agua fría respecto a la del agua caliente, la cual sí tuvo una ligera disminución, en la Figura 3.5 se observa que el estimador de alta ganancia estima la temperatura de salida  $T_{co}$  mucho mejor que el estimador adaptable, aunque para la temperatura  $T_{ho}$  el estimador de alta ganancia tiene un error mayor respecto a la estimación generada por el estimador adaptable. Los cambios de flujo en  $v_h$  influyó más en la temperatura de salida del agua caliente, ubicándonos en la Figura 3.9 notamos que el estimador de alta ganancia presenta una mejor estimación para cada temperatura de salida del intercambiador de calor respecto al estimador adaptable.

Mediante los índices de error calculados y presentados en las Tablas 3.1 y 3.2 se muestra que el estimador de alta ganancia tuvo una mejor estimación respecto a cambios de flujo en la entrada de agua fría y caliente. En la simulación donde se realizó como prueba el cambio en el flujo  $v_c$  se tuvo que para la temperatura de salida  $T_{co}$  el estimador de alta ganancia fue mucho mejor, caso contrario con la temperatura de salida  $T_{ho}$  en la que el estimador adaptable tuvo mejor rendimiento, pero cuando se realizó las pruebas pero ahora ejerciendo el cambio de flujo en  $v_h$ , donde el estimador de alta ganancia tuvo un mejor rendimiento que el estimador adaptable en las dos temperaturas de salida, reflejado en la tabla de índice de error 3.2 y visiblemente en la gráfica que nos presenta la Figura 3.9.

Con base en lo anterior se concluye que el estimador que tuvo un mejor funcionamiento y un error menor es el de alta ganancia, cabe destacar que incluso éste estimador es un poco más simple de abordar que el adaptable, incluso al igual que el adaptable, aparte de estimar estados también puede mediante la correcta manipulación matemática, estimar parámetros del sistema.



## 4. CONTROL EN EL INTERCAMBIADOR DE CALOR

Dentro de este capítulo se abordará un control por modelo de referencia, primero conoceremos algunas generalidades, se aplicará la estructura de control antes mencionada al modelo del intercambiador de calor. Se realizarán las simulaciones de la estructura de control por modelo de seguimiento. Mediante pruebas de cambios de flujos, hacer una comparación entre el desempeño del control por modelo de seguimiento y un control PID, cabe mencionar que el control PID es a través de un bloque de Simulink en Matlab.

### 4.1. Control por Modelo de Referencia

El término adaptable significa cambiar el comportamiento conforme a nuevas circunstancias. Un regulador adaptable es un regulador que puede modificar su comportamiento en respuesta a cambios en la dinámica del sistema y a las perturbaciones. Este mismo objetivo es el de la inclusión de la realimentación en el lazo de control, por lo cuál es la diferencia entre control realimentado y control adaptable es cuestionable [48].

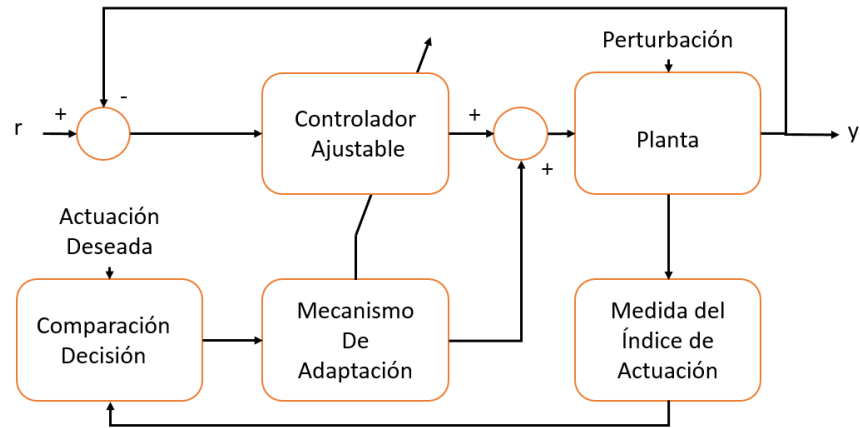
Existen muchas definiciones de control adaptable, siendo una de las más aceptadas, que control adaptable es un tipo especial de control no lineal en el que el estado del proceso puede ser separado en dos escalas de tiempo que evolucionan a diferente velocidad. La escala lenta corresponde a los cambios de los parámetros y por consiguiente a la velocidad con la cual los parámetros del regulador son modificados, y la escala rápida que corresponde a la dinámica del lazo ordinario de realimentación [48].

El esquema básico del control adaptable, según puede verse en la Figura 4.1, está compuesto por un lazo principal de realimentación negativa [45], en el que actúa al igual que en los sistemas convencionales un regulador y de otro lazo en el que se mide un cierto índice de funcionamiento, el cual es comparado con el índice deseado y se procesa el error en un mecanismo de adaptación que ajusta los parámetros del regulador y en algunos casos actúa directamente sobre la señal de control. También puede existir un tercer lazo dedicado a supervisar la marcha de los dos lazos anteriores [46], en orden a asegurar la estabilidad del sistema y a mejorar la actuación del conjunto.

El mecanismo de adaptación presenta una solución en tiempo real al problema de diseño para sistema con parámetros conocidos, aunque como veremos más adelante, puede ir a un tiempo de muestreo superior al correspondiente al regulador e identificador.

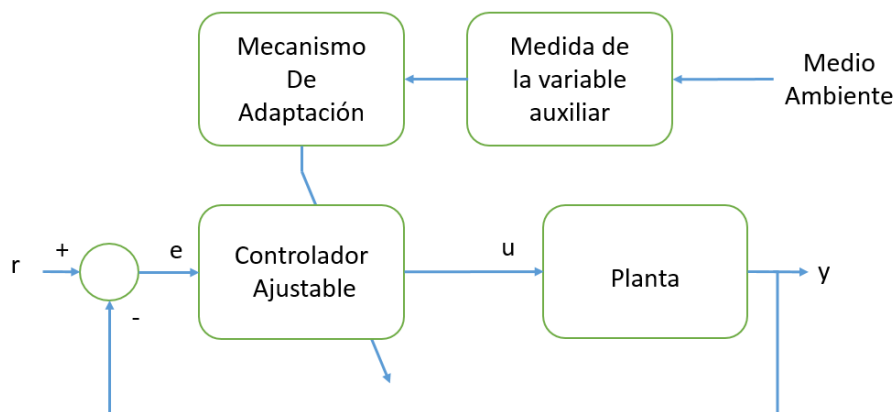
#### 4. CONTROL EN EL INTERCAMBIADOR DE CALOR

La característica fundamental que distingue a los sistemas adaptables es la presencia de un lazo de control en el que se compara un índice de funcionamiento [45].



*Figura 4.1 Configuración básica de control adaptable.*

Existen muchos tipos de controladores que proporcionan buenas características de regulación en presencia de cambios de los parámetros del sistema y que según la definición anterior no son realmente adaptables, puesto que la adaptación se realiza en lazo abierto. Un ejemplo muy utilizado de control adaptivo en lazo abierto es el denominado Cambio por tabla. Consiste en la modificación de los parámetros del controlador a partir de una tabla que ha sido calculada previamente para distintos puntos de funcionamiento, en función de una variable auxiliar. Un caso típico es el control de vuelo de un avión, cuyo regulador puede ser cambiado en función de la altura de éste [48].



*Figura 4.2 Sistema adaptable en lazo abierto.*

En la Figura 4.2, se presenta esquemáticamente este tipo de controladores. Se supone que existe una fuerte relación entre la variable auxiliar y la dinámica de los parámetros del sistema. Este tipo de adaptación tiene la ventaja de que el controlador puede ser cambiado muy rápidamente dependiendo de la rapidez con que la variable auxiliar refleje el cambio de la dinámica del proceso, siendo muy importante la elección de dicha variable. Sin embargo estos reguladores consumen mucho tiempo en la realización de la tabla de parámetros, presentando así mismo algunos problemas en la conmutación de unos parámetros a otros. Según sean diseñados los bloques descritos anteriormente, podemos tener uno u otro tipo de controlador adaptable, pudiéndose dividir principalmente en dos grupos: Controladores adaptables con modelado de referencia (MRAC) y reguladores autoajustables (STR) [48].

MRAC y STR pueden ser considerados como una aproximación a la solución del problema de control adaptable. La hipótesis que justifica la aproximación es que para cualquier juego de valores posibles de los parámetros de la planta y las perturbaciones, existe un controlador lineal con una complejidad fijada, tal que el conjunto de controlador y planta tienen características previamente especificadas.

1. Los controladores adaptables con modelo de referencia, intentan alcanzar para una señal de entrada definida, un comportamiento en lazo cerrado dado por un modelo de referencia.
2. Los reguladores adaptables autoajustables, tratan de alcanzar un control óptimo, sujeto a un tipo de controlador y a obtener información del proceso y sus señales.

Estas dos técnicas han sido desarrolladas separadamente durante varios años, pudiéndose demostrar su equivalencia en muchos casos. Las ventajas de MRAC están en su rápida adaptación para una entrada definida y en la simplicidad de tratamiento de la estabilidad utilizando la teoría de estabilidad de sistemas no lineal. Sin embargo, no se adapta convencionalmente si la señal de entrada al sistema tiene poca riqueza.

El STR tiene la ventaja de que se adapta para cualquier caso y en particular para perturbaciones no medibles, teniendo al mismo tiempo una estructura modular, lo que hace posible la programación por bloques, siendo fácil de realizar distintos reguladores [48].

### 4.1.1 Controladores adaptables con modelo de referencia

Los sistemas adaptables con modelo de referencia fueron diseñados principalmente para sistemas continuos por minimización de un índice de actuación, siendo dicho índice la integral del error al cuadrado [47]. Esta regla de diseño fue propuesta por Whitaker del MIT [48] denominándose por ello como la regla del MIT. En cuanto a las configuraciones posibles con modelo de referencia, la más usual es utilizar un modelo paralelo (Figura 4.3), aunque son posibles otras configuraciones [45], como modelo serie, serie-paralelo, etc.

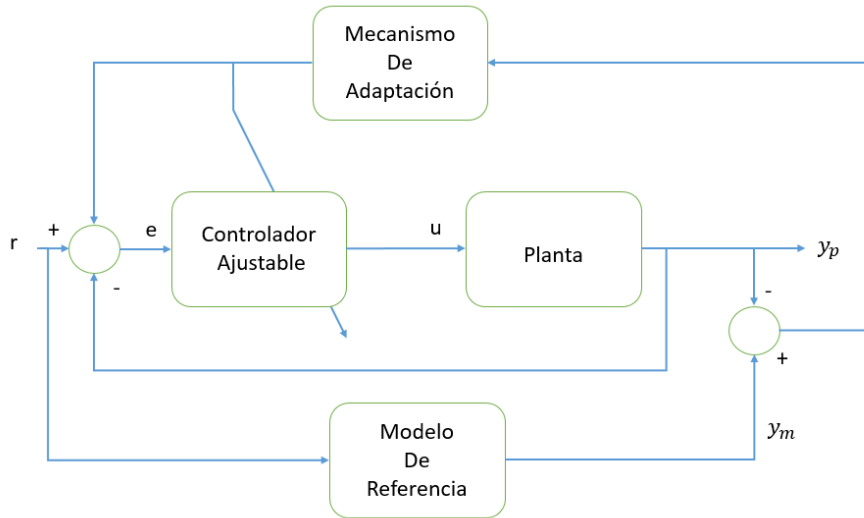


Figura 4.3 Estructura con modelo de referencia (MRAC).

Existe una dualidad entre los sistemas de control adaptable a un modelo de referencia y el problema de identificación con un modelo ajustable, siendo en este caso el modelo de referencia la planta a identificar. Dado que un modelo de referencia  $G_m(s, p)$  y un sistema ajustable  $G_a(s, \hat{p})$ , el cual se desea que siga al modelo para que el error sea nulo (o mínimo en el caso de la presencia de perturbaciones), se define el índice de funcionamiento:

$$J = \frac{1}{2} \int e^2 dt \quad (2.1)$$

$$e = y_m - y_a \quad (4.2)$$

Donde  $y_m$  es la salida del modelo de referencia,  $y_a$  es la salida del modelo ajustable y  $\hat{p}$  el parámetro a ajustar [48].

Usando la técnica de optimización del gradiente Landau (1981 [45]) se tiene que la regla de adaptación es:

$$\Delta \hat{p}(e, t) = -K \text{grad}(J) = -K \frac{\partial J}{\partial \hat{p}} \quad (4.3)$$

Siendo  $\Delta \bar{p}$  la variación  $\bar{p}$  con relación al último valor calculado y K es la ganancia de adaptación. La variación del parámetro ajustable con relación al tiempo será:

$$\dot{\hat{p}} = \frac{d\hat{p}}{dt} = -K \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial J}{\partial \hat{p}} \right) \quad (4.4)$$

Si se asume variación lenta de la ley de adaptación, se puede intercambiar el orden de las derivadas:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{p}} &= -K \frac{\partial}{\partial \hat{p}} \left( \frac{\partial J}{\partial t} \right) = -K \frac{\partial}{\partial \hat{p}} \left( \frac{1}{2} e^2 \right) \\ \dot{\hat{p}} &= -K e \frac{\partial e}{\partial \hat{p}} \end{aligned} \quad (4.5)$$

La ley de adaptación representada por la ecuación 4.5 representa la regla del M.I.T.

$$\frac{\partial e}{\partial \hat{p}} = \frac{\partial (y_m - y_a)}{\partial \hat{p}} = - \frac{\partial y_a}{\partial \hat{p}} \quad (4.6)$$

Luego

$$\dot{\hat{p}} = K e \frac{\partial y_a}{\partial \hat{p}} \quad (4.7)$$

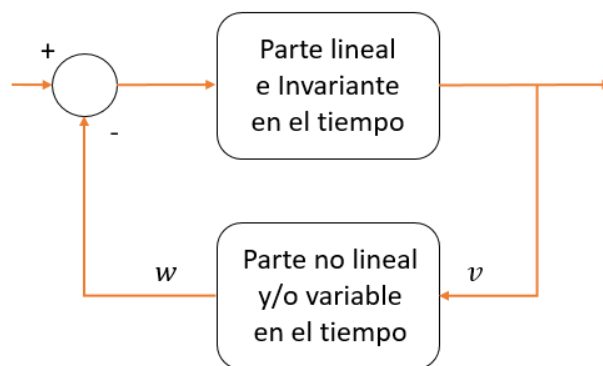
La  $\partial y_a / \partial \bar{p}$  es la función de sensibilidad del modelo ajustable con respecto al parámetro. En este caso la función de sensibilidad es proporcional a  $y_m$ , quedando la ley de adaptación de la forma:

$$\dot{\hat{p}} = K_1 e y_m \quad (4.8)$$

Esta regla ha sido muy popular debido a su simplicidad. Sin embargo para el caso de ajuste de varios parámetros requiere un número elevado de funciones de sensibilidad (tantas como parámetros) [48].

Por otro lado la ganancia de adaptación gobierna la velocidad de respuesta, si ésta es muy grande el sistema puede ser inestable y si es muy pequeña la velocidad será muy lenta. Para obtener un buen compromiso entre velocidad de respuesta y estabilidad es necesario un laborioso estudio por simulación.

Otra técnica de diseño se fundamenta en la utilización del segundo método de Lyapunov, el cual tiene la ventaja de que asegura la estabilidad global para cualquier valor de la ganancia de adaptación y cualquier tipo de entrada, la principal desventaja de este método es que se requiere el conocimiento del vector de estado, que no siempre es accesible. Otra desventaja es que no es aplicable a los casos donde los parámetros del conjunto planta más controlador no pueden ser modificados directamente.



*Figura 4.4 Separación del sistema (Hiperestabilidad).*

Landau propone una técnica de diseño basada en el concepto de hiperestabilidad y en la teoría de estabilidad de Popov [49]. El concepto de hiperestabilidad está relacionado con la estabilidad de una clase de sistemas, tales que pueden ser separados en dos bloques, Figura 4.4.

Este sistema está formado por una parte lineal invariante en el tiempo y otra no lineal y/o variable en el tiempo. Si la entrada y salida de la parte no lineal están relacionadas por la desigualdad de Popov:

$$n(0, t) = \int_0^t vu \, dt \geq -T_0^2, \forall t > 0. \quad (4.9)$$

Donde  $v$  es la entrada y  $u$  la salida e  $T_0^2$  es una constante finita positiva independiente de  $t$  el problema de encontrar la estabilidad absoluta de este sistema se concreta en averiguar las condiciones que debe de cumplir la parte lineal para que el conjunto sea estable [48].

Para diseñar la ley de adaptación mediante esta técnica se tienen que seguir los pasos que se detallan a continuación de forma resumida [48]:

1. Transformar el sistema con modelo de referencia en uno equivalente que tenga la estructura de la Figura 4.4.
2. Encontrar la ley de adaptación para que se cumpla la desigualdad de Popov.
3. Encontrar la parte de la ley de adaptación que aparezca en la parte lineal para que el conjunto del sistema sea globalmente estable.
4. Volver al sistema original y formular la ley de adaptación explícitamente.

Una discusión extensa de esta técnica puede encontrarse en el libro de Landau (1981[45]), resultando en casos particulares que la ley de adaptación es de la forma proporcional + integral o proporcional + integral + derivada. Con esta técnica se garantiza la estabilidad del conjunto, siendo su principal desventaja que a menudo son necesarios una serie de diferenciadores.

El modelo de seguimiento es un modelo en lazo cerrado a través del cual se obtiene una descripción basada en la estructura y dinámica del sistema, capaz de seguir el comportamiento de éste; en este caso se tiene conocimiento de las entradas y las salidas.

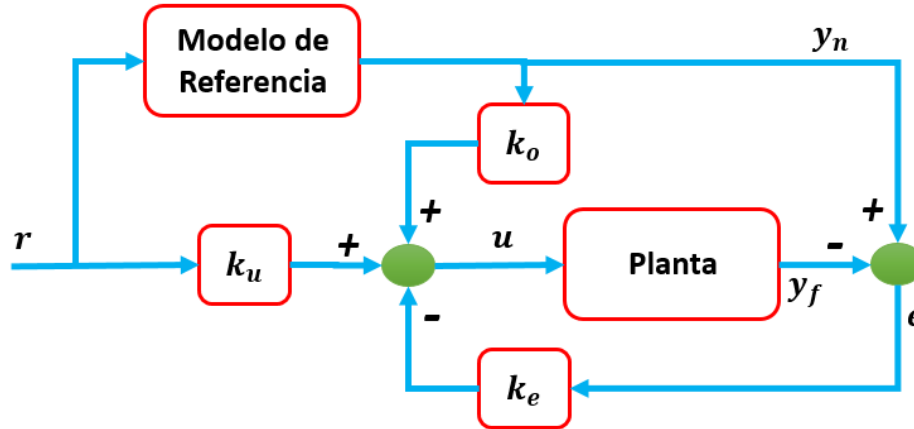


Figura 4.5 Esquema general de control de modelo de referencia.

La idea consiste en tener la planta nominal y una simulación sin fallas de la misma planta, para que cuando deje de funcionar correctamente bajo las mismas condiciones sea posible detectar la anomalía en la estructura de control. Básicamente sabremos las fallas incluso antes de que la planta entre en operación.

Se tiene un sistema nominal sin fallas el cual nos servirá de referencia, que está representador por:

$$\begin{aligned} \dot{x}_n &= A_x x_n(t) + B_n u_n(t) \\ y_n(t) &= C_n x_n(t) \end{aligned} \quad (4.10)$$

Donde:  $A_n \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $B_n \in \mathbb{R}^{n \times m}$  y  $C_n \in \mathbb{R}^{q \times n}$ . Mientras que el sistema que tiene la falla se encuentra representado por:

$$\begin{aligned} \dot{x}_f &= A_f x_f(t) + B_f u_f(t) \\ y_f(t) &= C_f x_f(t) \end{aligned} \quad (4.11)$$

Donde:  $A_n \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $B_n \in \mathbb{R}^{n \times m}$  y  $C_n \in \mathbb{R}^{q \times n}$ . La ley de control está dada por:

$$u(t) = k_e e(t) + [k_o x_n(t) + k_u r(t)] \quad (4.12)$$



De lo cual obtenemos el error en la ecuación 4.13, para después derivarlo (ecuación 4.14) con el fin de ver la diferencia entre las ecuaciones diferenciales de los estados del sistema de referencia y la planta real:

$$e(t) = x_n(t) - x_f(t) \quad (4.13)$$

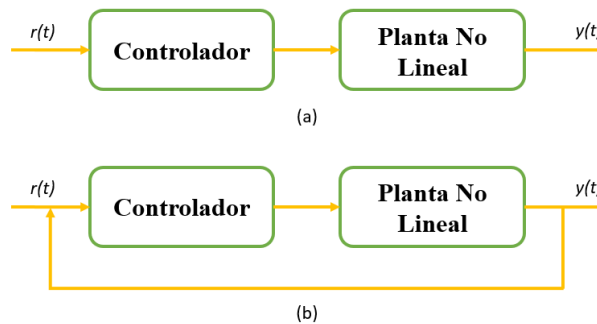
$$\dot{e}(t) = \dot{x}_n(t) - \dot{x}_f(t) \quad (4.14)$$

Sustituyendo en la diferencia representada por la ecuación 4.14 encontraremos las expresiones necesarias para calcular las ganancias  $k_o$ ,  $k_u$  y  $k_e$ . Donde  $k_e$  es la matriz de ganancia de retroalimentación que coloca los polos en lazo cerrado. Las matrices de ganancias se obtienen de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} k_e &= B_f^+ A_f \\ k_o &= B_f^+ (A_n - A_f) \\ k_u &= B_f^+ B_n \end{aligned} \quad (4.15)$$

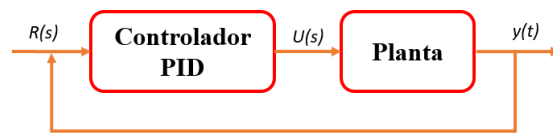
## 4.2. Control Proporcional Integral y Derivativo (PID)

Muchos procesos industriales, en los cuales los procesos químicos son incluidos, pueden ser controlados mediante una configuración en lazo abierto. Tal caso implica que la planta y el controlador sean estables. Los parámetros pueden ser reajustados manualmente o por computadora cuando hay algún cambio en la referencia o *Set-Point* o la carga. Para el caso donde se hace una retroalimentación, el reajuste puede no ser necesario. La retroalimentación mejora el rendimiento de los sistemas ya que los hace menos sensibles a las perturbaciones de la planta y perturbaciones externas [50].



*Figura 4.6 (a) Sistema no lineal en lazo abierto, (b) Sistema no lineal en lazo cerrado.*

Considerando un lazo de control de una entrada y una salida (SISO) de un grado de libertad:



*Figura 4.7 Diagrama en bloques.*

Los controladores PID están compuestos por tres acciones: *proporcional (P)*, *integral (I)* y *derivativa (D)*. Es posible de acuerdo a la necesidad, realizar un control del tipo P, I, PI, PD y PID.

La acción **proporcional (P)** corresponde a una salida del controlador que cumple una proporcionalidad respecto al error generado, es decir

$$u(t) = K_p * e(t) \quad (4.16)$$

La cual queda descrita como función de transferencia

$$C_p(s) = K_p \quad (4.17)$$

Donde  $K_p$  es una ganancia proporcional ajustable. Un controlador del tipo proporcional puede controlar cualquier planta estable, pero con el inconveniente de poseer un limitado desempeño y un error en régimen permanente (off – set).

La acción **integral (I)** implica obtener una salida que es proporcional al error acumulado, lo cual termina siendo un controlador algo lento

$$u(t) = K_i \int_0^t e(\tau) d\tau \quad (4.18)$$

$$C_i = \frac{K_i}{s} \quad (4.19)$$

Cabe destacar que la señal de control  $u(t)$  difiere de cero cuando la señal de error  $e(t)$  es cero. Dada una referencia constante o perturbaciones, el error en régimen permanente es cero. La acción **proporcional – integral (PI)** la cual está definida por

$$u(t) = K_P e(t) + \frac{K_P}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau \quad (4.20)$$

Donde  $T_i$  es el tiempo integral y se ajusta para obtener la acción integral, quedando como función de transferencia

$$C_{PI}(s) = K_P \left(1 + \frac{1}{T_i s}\right) \quad (4.21)$$

En un control proporcional es necesario que exista un error para poder tener una acción de control distinta de cero. La acción integral en un error pequeño positivo siempre dará una acción de control creciente, pero si fuese negativo la señal de control será decreciente. Por lo que el error tenderá a cero en estado de régimen permanente. Muchos controladores industriales usan solo la acción PI, sobre todo cuando los procesos tienen dinámica de primer orden. La acción de control **proporcional – derivativa (PD)** se define mediante

$$u(t) = K_P e(t) + K_P T_d \frac{de(t)}{dt} \quad (4.22)$$

Donde  $T_d$  es un constante denominada *tiempo derivativo*.

La acción tiene un comportamiento de previsión, lo que provoca una acción más rápida de control aunque tiene la gran desventaja de amplificar señales de ruido y puede provocar saturaciones en actuador. La acción de control derivativa es eficaz durante períodos transitorios.

Quedando el controlador PD representado por la función de transferencia

$$C_{PD}(s) = K_p + sK_pT_d \quad (4.23)$$

Al añadir una acción de control derivativa a un controlador proporcional, se obtiene un controlador de alta sensibilidad, la cual responde a la velocidad del cambio del error y produce una corrección significativa antes de que la magnitud del error se vuelva grande. El control derivativo no afecta directamente al error en estado estacionario pero añade amortiguamiento al sistema y, por tanto, permite un valor más grande que la ganancia K, lo cual mejora la precisión en estado estable.

El control **proporcional – integral – derivativo (PID)** combina las ventajas de cada una de las acciones de control, quedando representado por

$$u(t) = K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau + K_p T_d \frac{de(t)}{dt} \quad (4.24)$$

Y su función de transferencia resulta

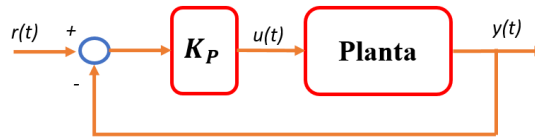
$$C_{PID}(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \quad (4.25)$$

El proceso de seleccionar los parámetros del controlador se conoce como sintonización del controlador. Ziegler y Nichols en 1942 sugirieron algunas reglas para poder sintonizar los controladores PID, es decir, establecer los valores de  $K_p$ ,  $T_i$  y  $T_d$ . Todo en base a las respuestas escalón experimentales o basadas en el valor de  $K_p$  el cual se produce en la estabilidad marginal al usar una acción proporcional. Estas reglas de sintonización sirven sobre todo si no se conoce el modelo matemático de la planta o sistema, están basadas en las características de respuesta transitoria.

A continuación veremos dos métodos de ajuste de las ganancias para el controlador PID, el *Método de Oscilación* o *Método de Respuesta en Frecuencia* y el *Método Basado en la Curva de Reacción* o *Método de Respuesta al Escalón*.

El método de oscilación basado en un lazo de control que maneja una ganancia proporcional, la cual se establece para cierto valor con el fin de provocar oscilaciones de las cuales se establecen las ganancias del controlador. El método de curva de reacción se realiza mediante el análisis del sistema en lazo abierto con un escalón unitario, se calculan algunos parámetros como la máxima pendiente de la curva y el retardo. Con lo anterior se establecen las ganancias del controlador PID, método desarrollado empíricamente por Ziegler y Nichols.

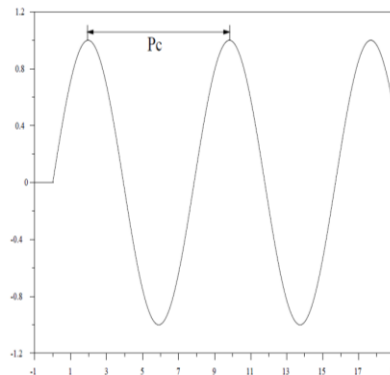
### 4.2.1 Método de Oscilación



*Figura 4.8 Planta en lazo abierto.*

Este procedimiento es válido solo para plantas estables a lazo abierto y se lleva a cabo mediante los siguientes pasos:

1. Solo se utiliza la ganancia proporcional, se comienza usando un valor de ganancia pequeño que se incrementará hasta que la salida de la planta  $y(t)$  presente oscilaciones, ver Figura 4.8. Se requieren que sean oscilaciones lineales y deben reflejarse en la salida del controlador.
2. La ganancia que nos ha hecho oscilar la planta ahora se denominará como  $K_C$  la cual se conoce como ganancia crítica y el periodo de oscilación de la salida del controlador  $P_C$ , ver Figura 4.9. Es importante mencionar que si la salida no presenta oscilaciones sostenidas para cualquier valor que pueda tomar  $K_P$ , el método no es aplicable.



*Figura 4.9 Ejemplo de respuesta de una planta con ganancia crítica.*

3. Los parámetros del controlador se ajustan de acuerdo a la tabla que sugirieron Ziegler – Nichols

*Tabla 4.1 Parámetros de ajuste (Método de Oscilación).*

<b>Tipo de controlador</b>	<b><math>K_P</math></b>	<b><math>T_i</math></b>	<b><math>T_d</math></b>
<b><i>P</i></b>	$0.5K_C$		
<b><i>PI</i></b>	$0.45K_C$	$P_C/1.2$	
<b><i>PID</i></b>	$0.60K_C$	$0.5P_C$	$P_C/8$

La Tabla 4.1 fue obtenida cuando Ziegler – Nichols buscaban una respuesta al escalón de bajo amortiguamiento para plantas que puedan describirse satisfactoriamente por un modelo de la forma:

$$G_0(s) = \frac{K_0 e^{-s\tau_0}}{v_0 s + 1} \quad \text{donde} \quad v_0 > 0 \quad (4.26)$$

### 4.2.1 Método basado en la Curva de Reacción

Para emplear este método es necesario tener a la entrada de la planta un escalón unitario como se puede observar en la Figura 4.10, si la planta no tiene integradores ni polos dominantes complejos conjugados, la curva de respuesta al escalón unitario exhibirá una forma de S, si no se presenta el caso entonces el método no es el pertinente [5].



*Figura 4.10 Respuesta al escalón unitario.*

La curva con forma de S se caracteriza por tener dos parámetros importantes: La constante de tiempo  $T$  y el tiempo de retardo  $L$ . Se logra determinar sus valores dibujando una recta tangente en el punto de inflexión de la curva, determinando las intersecciones de la tangente en el eje del tiempo y la línea  $c(t) = K$  como se observa en la Figura 4.11.

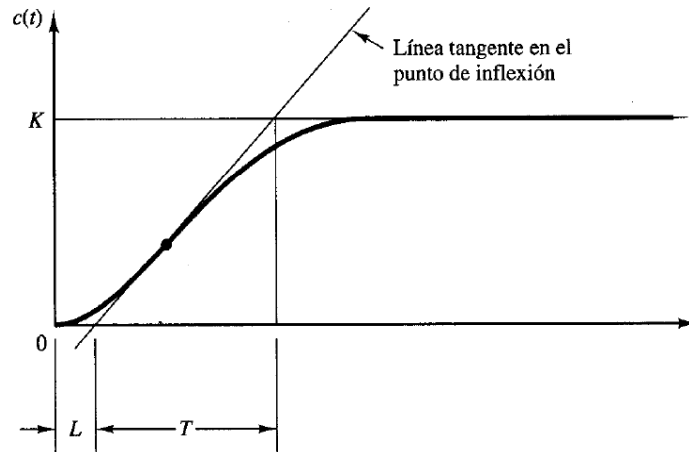


Figura 4.11 Curva de Reacción.

Ziegler – Nichols mediante experimentación sugirieron la Tabla 4.2 para obtener los valores correspondientes de  $K_p$ ,  $T_i$  y  $T_d$  de acuerdo a la formula.

Tabla 4.2 Parámetros de ajuste (Método de Reacción de Curva).

Tipo de controlador	$K_p$	$T_i$	$T_d$
<b>P</b>	$T/L$		
<b>PI</b>	$0.9 T/L$	$L/0.3$	
<b>PID</b>	$1.2 T/L$	$2L$	$0.5L$

La función de transferencia se aproxima mediante un sistema de primer orden con un retardo de transporte, pueden ser descritas satisfactoriamente por el modelo

$$\frac{C(s)}{U(s)} = \frac{K e^{-Ls}}{Ts + 1} \quad (4.27)$$

Si la planta está representada por una función de transferencia conocida, se procede a calcular la respuesta a un escalón unitario o la ganancia crítica y el periodo, esto se hizo para calcular los valores de  $K_p$ ,  $T_i$  y  $T_d$  utilizando el método de oscilaciones sostenidas o el método de la curva de reacción. Pero como en la mayoría de los casos no se tiene una representación de la dinámica de la planta, las reglas de Ziegler – Nichols de sintonización nos sirven para trabajar con enfoques analíticos o gráficos para el diseño de los controladores [5].

### 4.3. Aplicación al Intercambiador de calor

Se implementará el control por seguimiento de referencia como se puede observar en la Figura 4.12 donde simularemos el modelo linealizado junto con un modelo con fallas, con lo cual podremos distinguir el error que hay entre los modelos.

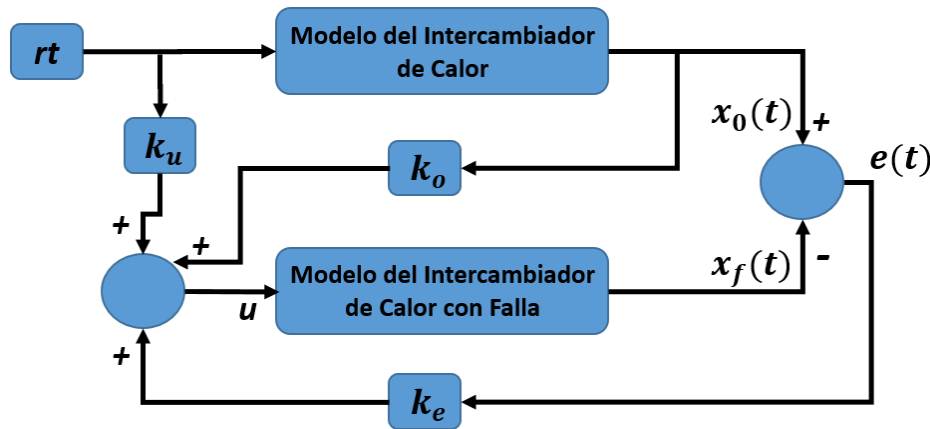


Figura 4.12 Esquema general del control por seguimiento de referencia.

Se seguirá el método para poder realizar esta estructura de control, donde el modelo matemático no lineal simplificado del intercambiador se tiene que linealizar en algún punto de operación, para después obtener su representación matricial que será la representación de la dinámica de la planta. En el Anexo B se puede encontrar la linealización hecha mediante la obtención de la matriz Jacobiana, a continuación se muestra el modelo matemático linealizado en espacio de estados.

$$\begin{bmatrix} \dot{T}_{co} \\ \dot{T}_{ho} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(-\frac{2v_c}{V_c} - k_1\right) & k_1 \\ k_2 & \left(-\frac{2v_h}{V_h} + k_2\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{co} \\ T_{ho} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \left(\frac{2(T_{ci})}{V_c}\right) & 0 \\ 0 & \left(\frac{2(T_{hi})}{V_h}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_c \\ v_h \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

Se linealizó en las siguientes temperaturas iniciales para las temperaturas de salida de agua frío y caliente:

$$T_{co} = 33 \text{ } ^\circ\text{C}$$



$$T_{ho} = 52 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Se obtienen las siguientes matrices numéricas del modelo en espacio de estado aplicado a los puntos de operación

$$\begin{bmatrix} \dot{T}_{co} \\ \dot{T}_{ho} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.1217 & 0.0175 \\ 0.0398 & -0.1586 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{co} \\ T_{ho} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 8215 & 0 \\ 0 & 40531 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_c \\ v_h \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

Mediante Matlab® se simuló el modelo linealizado respecto al modelo no lineal del cual se ha partido

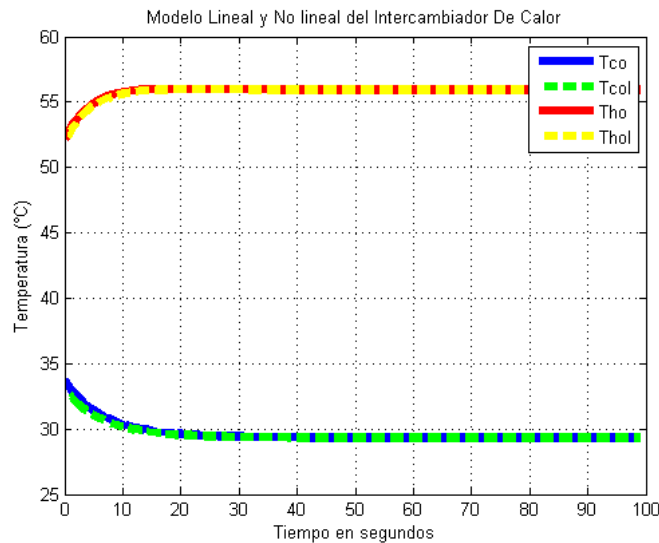


Figura 4.13 Modelo Linealizado respecto al Modelo No Lineal.

Como se observó en la Figura 4.12, tenemos en un subsistema el modelo linealizado de la planta o proceso, mientras en el otro subsistema tenemos el modelo con una falla, la cual es mínima y necesaria para crear residuos. A continuación se presenta la matriz de la planta con falla:

$$\begin{bmatrix} \dot{T}_{cof} \\ \dot{T}_{hof} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.1217 & 0.0175 \\ 0.04 & -0.1586 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{co} \\ T_{ho} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.8215 & 0 \\ 0 & 4.0531 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_c \\ v_h \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

#### 4. CONTROL EN EL INTERCAMBIADOR DE CALOR

Para el control PID que se aplicará el modelo lineal del intercambiador tendremos el esquema presentado en la Figura 4.14, donde mediante sintonización de Ziegler – Nichols obtendremos los valores de las ganancias.

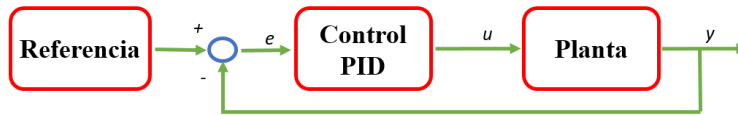


Figura 4.14 Esquema control PID.

Cabe destacar que el sistema que representa al intercambiador es un sistema de múltiple entrada y múltiple salida (MIMO), específicamente hablando de un sistema de dos entradas y dos salidas (TITO), por lo que se ha separado cada lazo de forma independiente para cada perfil de temperatura, donde nuestro sistema queda en dos lazos de una entrada y una salida (SISO), ver Figura 4.15.

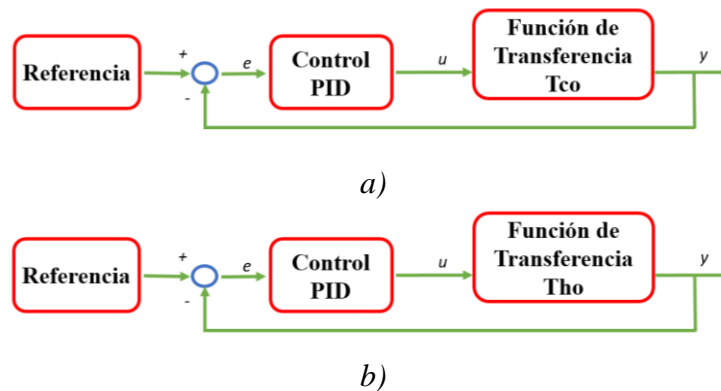


Figura 4.15 Esquema control PID para cada perfil de temperatura.

Cada bloque de control PID, irá conformado como se muestra en la Figura 4.16, donde se colocaran los valores obtenidos para las ganancias correspondientes mediante el método de curva de reacción, aplicando el análisis en lazo abierto.

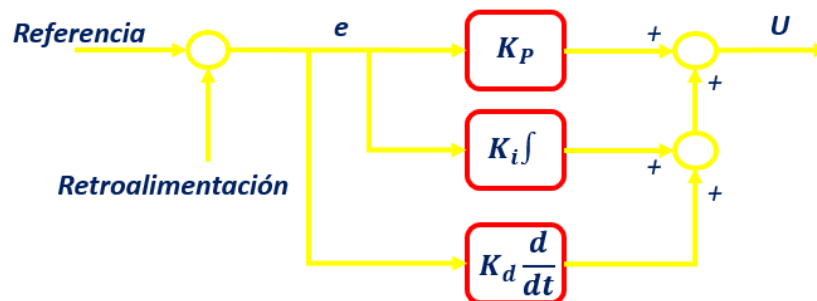
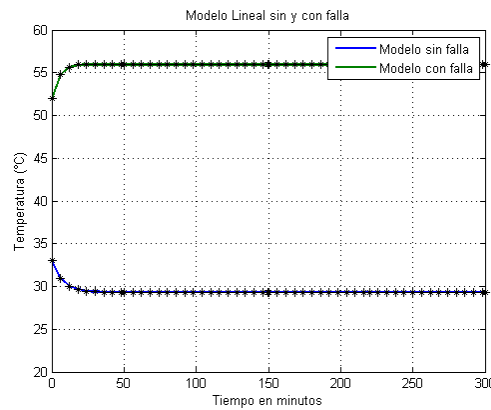


Figura 4.16 Esquema interno de un control PID.

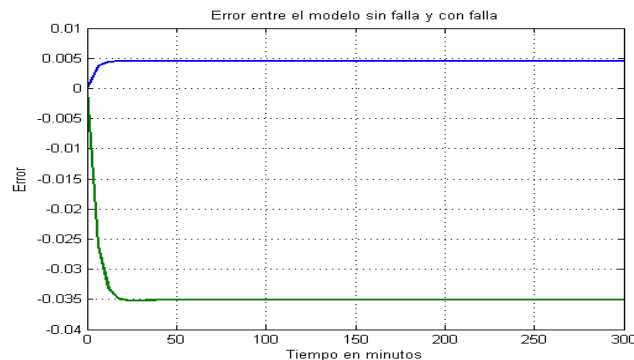
## 4.4. Simulación de los esquemas de control propuestos

Comenzaremos por la simulación del control por modelo de referencia, en la sección anterior en la ecuación 4.32 se ha propuesto el modelo del intercambiador con una falla añadida. La falla física que se pretende representar en la parte resaltada es un ligero cambio positivo en el coeficiente de transferencia de calor, lo cual representa un posible ensuciamiento de la pared en la cual ocurre la transferencia de calor. Se desarrolló la programación necesaria para poder simular la estructura de control, primero se programó la simulación del modelo lineal de la planta y la misma planta con falla sin cambios de flujo en la entrada.



*Figura 4.17* Modelo de la planta y el modelo de planta con falla.

En la Figura 4.17 se observan los perfiles de temperatura del modelo lineal del intercambiador de calor sin falla, es decir, cuando la planta está operando normalmente, y vemos que el modelo que a pesar de que se ha introducido un valor diferente en el coeficiente de transferencia de temperatura sigue correctamente el modelo lineal sin falla. Aparentemente son iguales pero es claro que existe un error no visible pero existente, lógicamente el error es producto de la falla. En la Figura 4.18 se observa que el error producido entre los modelos simulados es muy pequeño.



*Figura 4.18* Error entre el modelo con falla y sin falla.

#### 4. CONTROL EN EL INTERCAMBIADOR DE CALOR

Ahora se procederá a realizar un par de pruebas al esquema de control, primero se probará el esquema ante cambios de flujo de agua fría y posteriormente cambios de flujo de agua caliente. Las simulaciones prácticamente manejan los mismos datos de simulación usados para la simulación del modelo no lineal, excepto las condiciones iniciales del proceso que son:  $T_{co}^0 = 0\text{ }^\circ\text{C}$  y  $T_{ho}^0 = 0\text{ }^\circ\text{C}$ . El tiempo de simulación es de 300 segundos. Se presentará la simulación de ante cambios en la entrada, es decir, de los flujos de agua fría y caliente.

##### Simulación 4.1

###### Cambio de flujo en la entrada de agua fría $v_c$ .

###### **Objetivo:**

Para esta simulación el objetivo es poder observar el comportamiento obtenido al realizar un cambio de flujo de agua fría en los perfiles de temperatura de la planta con la falla, se pretende realizar un cambio de flujo donde se aprecie un cambio positivo y uno negativo.

###### **Desarrollo de simulación:**

La simulación se realizó modificando el flujo de agua fría, donde se ha supuesto la variación del flujo como un cambio de condición y se espera observar el comportamiento de cada perfil de temperatura controlado. Se realizará un cambio de flujo como se puede observar en la Figura 4.19 en la variable  $v_c$ , los cambios están programados según el tiempo propuesto donde podremos observar y analizar el comportamiento obtenido por los perfiles de temperatura controlados.

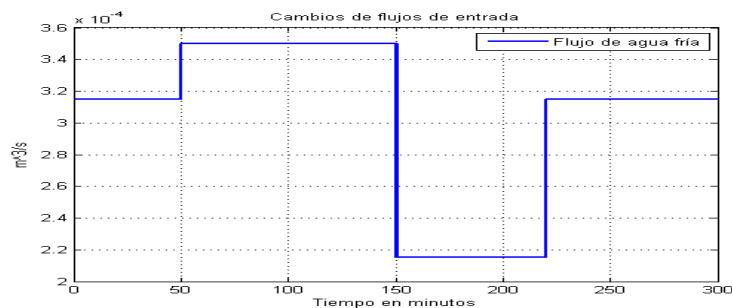
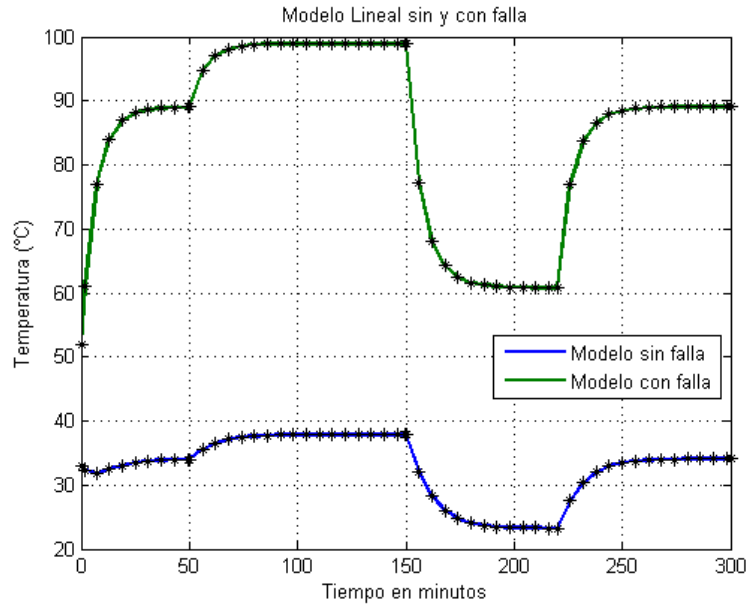


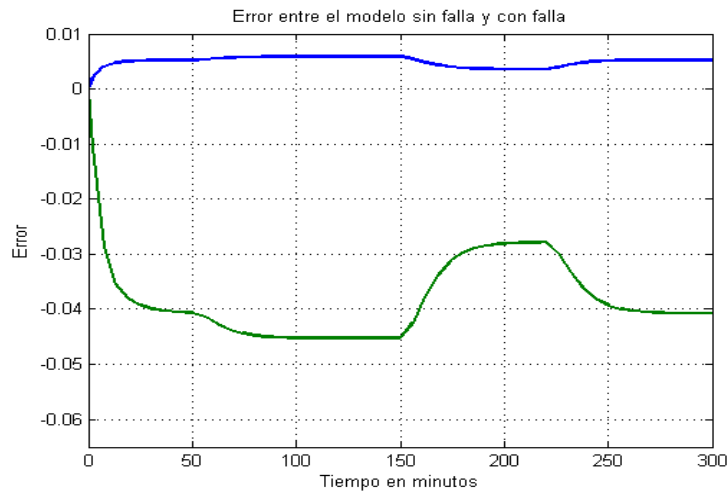
Figura 4.19 Cambio de flujo de agua fría en la entrada.

En la Figura 4.20 se puede observar que los perfiles de temperatura, tanto del modelo sin falla y el modelo con falla, son parecidos como se mencionó anteriormente debido a que la falla presentada es muy pequeña, pero lo necesaria para crear un error numérico con fines de demostración.



*Figura 4.20* Perfiles de temperatura ante un cambio en  $v_c$ .

Ante los cambios de flujo provocados en el agua fría, se ha visto que el controlador funciona correctamente provocando que la salida de la planta con falla sea parecida a la salida de la planta sin falla, aunque en la Figura 4.21 no se pueda notar algún error entre los modelos, en la Figura 4.18 se muestra el error presente entre las dos plantas, un error mínimo pero existente.



*Figura 4.21* Error entre la planta sin falla y con falla.

#### 4. CONTROL EN EL INTERCAMBIADOR DE CALOR

---

En la Tabla 4.3 se ha concentrado los errores obtenidos mediante los criterios de error de planta sin falla respecto a la planta con falla ante los cambios de flujo de agua fría a los que fueron sometidos.

*Tabla 4.3 Índices de error respecto a los cambios en  $v_c$ .*

<b>IEC <math>T_{co}</math></b>	<b>IEC <math>T_{ho}</math></b>	<b>IAE <math>T_{co}</math></b>	<b>IAE <math>T_{ho}</math></b>	<b>ECM <math>T_{co}</math></b>	<b>ECM <math>T_{ho}</math></b>
5.1995e-08	2.3742e-05	1.3941e-05	8.2910e-04	6.4659e-04	0.0050

Se puede notar que el control por modelo de referencia funciona antes los cambios de flujo en  $v_c$ , como se observa en la Figura 4.21. Los errores obtenidos son mínimos. En la Tabla 4.3 se tienen los errores, si bien esta tabla sirve para evaluar el comportamiento y también para optimizarlos respecto del comportamiento de su error en transitorio. Como se observa los errores son muy bajos y esto nos demuestra que el control funciona correctamente, así concluye la simulación 4.1.

#### Simulación 4.2

##### Cambio de flujo en la entrada de agua caliente $v_h$ .

#### **Objetivo:**

Para esta simulación el objetivo es poder observar el comportamiento obtenido al realizar un cambio de flujo de agua caliente en los perfiles de temperatura de la planta con la falla, se pretende realizar un cambio de flujo donde se aprecie un cambio positivo y uno negativo durante el tiempo de simulación.

#### **Desarrollo de simulación:**

La simulación se realizó modificando el flujo de agua fría, donde se ha supuesto la variación del flujo como un cambio de condición y se espera observar el comportamiento de cada perfil de temperatura controlado. Se realizará un cambio de flujo como se puede observar en la Figura 4.22 en la variable  $v_h$ , los cambios están programados según el tiempo propuesto donde podremos observar y analizar el comportamiento obtenido por los perfiles de temperatura controlados.

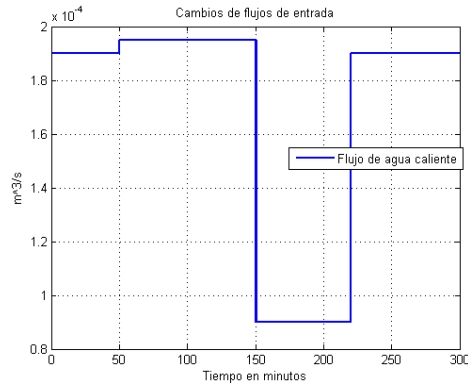


Figura 4.22 Cambio de flujo de agua caliente en la entrada.

La Figura 4.23 se observa que los perfiles de temperatura, tanto del modelo sin falla y el modelo con falla, son casi idénticos. Como se mencionó anteriormente debido a que la falla presentada es muy pequeña, pero lo necesaria para crear un error numérico con fines de demostración a nivel simulación.

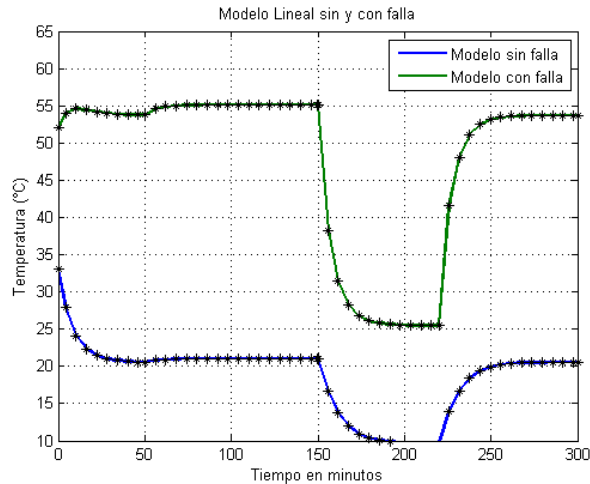


Figura 4.23 Perfiles de temperatura ante un cambio en  $v_h$ .

Ante los cambios de flujo de agua caliente inducidos, se ha visto que el controlador funciona correctamente provocando que la salida de la planta con falla sea parecida a la salida de la planta sin falla. La Figura 4.24 se muestra el error presente entre las dos plantas, un error mínimo pero existente como fue en el caso de la simulación anterior.

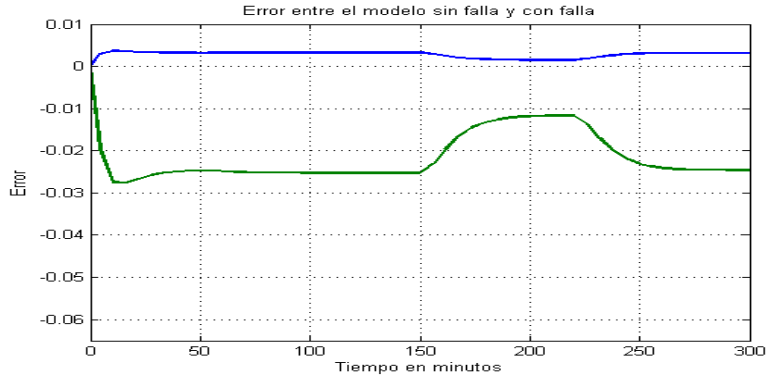


Figura 4.24 Error entre el modelo con falla y sin falla.

Ahora se presenta en la Tabla 4.4 tal los criterios de error calculados de la planta sin falla respecto a la planta con falla ante los cambios de flujo en el agua caliente.

Tabla 4.4 Índices de error respecto a los cambios en  $v_h$ .

IEC $T_{co}$	IEC $T_{ho}$	IAE $T_{co}$	IAE $T_{ho}$	ECM $T_{co}$	ECM $T_{ho}$
1.5259e-08	6.2416e-06	5.0709e-06	3.0157e-04	3.7559e-04	0.0029

El control por modelo de referencia funciona antes los cambios de flujo en  $v_h$  al igual cuando se realizan cambios en  $v_c$ . En la Tabla 4.3 se tienen los errores calculados que como se observa los errores son muy bajos y esto nos demuestra que el control funciona correctamente, incluso cuando existieron cambios de flujo positivos y negativos. Las Tablas de errores nos muestran que los errores son casi nulos lo cual nos demuestra la funcionalidad del control por seguimiento de referencia.

Ahora se procederá a realizar la simulación del esquema de control PID para el intercambiador de calor, del cual anteriormente en la ecuación 4.28 se tiene el modelo linealizado y en la ecuación 4.29 la matriz numérica que representa el modelo lineal en los puntos de operación especificados anteriormente. Como ya se ha explicado con anterioridad nuestro sistema es un sistema TITO, el cual se ha de representar mediante la siguiente matriz de transferencia

$$H_c = \begin{bmatrix} \frac{8215 s + 1303}{s^2 + 0.2802 s + 0.01859} & \frac{710.5}{s^2 + 0.2802 s + 0.01859} \\ \frac{327}{s^2 + 0.2802 s + 0.01859} & \frac{40530s + 4931}{s^2 + 0.2802 s + 0.01859} \end{bmatrix} \quad (4.31)$$



En donde se despliegan las siguientes relaciones

- De la entrada 1 a la salida 1

$$H_{c11} = \frac{8215 s + 1303}{s^2 + 0.2802 s + 0.01859}$$

- De la entrada 1 a la salida 2

$$H_{c12} = \frac{710.5}{s^2 + 0.2802 s + 0.01859}$$

- De la entrada 2 a la salida 1

$$H_{c21} = \frac{327}{s^2 + 0.2802 s + 0.01859}$$

- De la entrada 2 a la salida 2

$$H_{c22} = \frac{40530s + 4931}{s^2 + 0.2802 s + 0.01859}$$

Dónde: Entrada 1 =  $T_{ci}$ , Entrada 2 =  $T_{hi}$ , Salida 1 =  $T_{co}$  y Salida 2 =  $T_{ho}$ .

En la Figura 4.25 se tiene el esquema para la simulación de la matriz de transferencia que representa el intercambiador de calor.

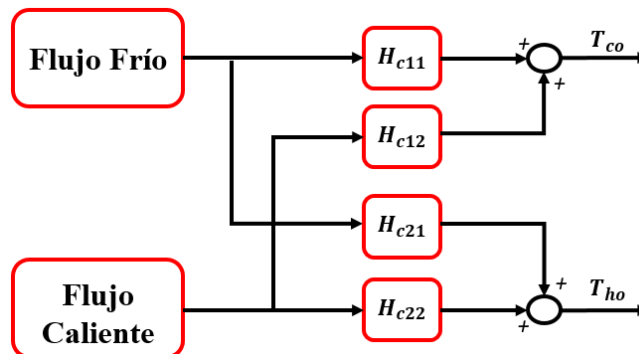


Figura 4.25 Esquema para la simulación de la matriz de transferencia.

#### 4. CONTROL EN EL INTERCAMBIADOR DE CALOR

Mediante el software Simulink ® se han simulado la estructura anterior, las configuraciones usadas para la simulación han sido igual que las mostradas en la simulación 4.1, donde tenemos condiciones iniciales en cero y un tiempo de simulación de 300 segundos. En la Figura 4.26 se puede observar el perfil de salida de la temperatura  $T_{co}$  y  $T_{ho}$ .

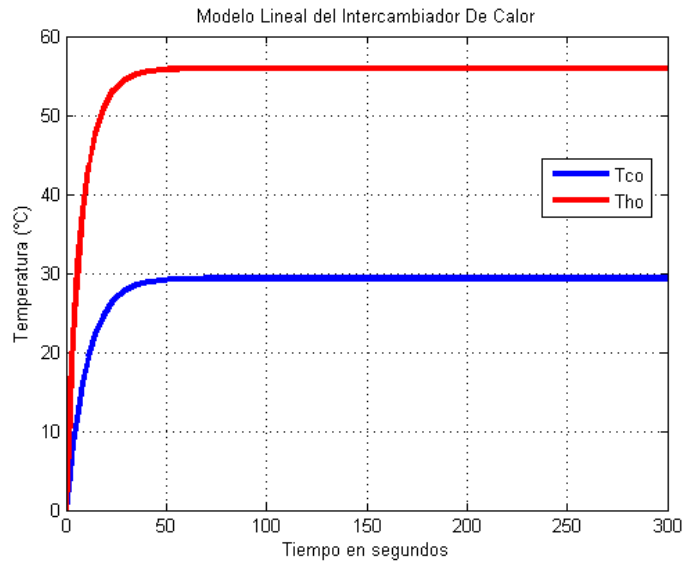


Figura 4.26 Simulación de la matriz de transferencia del intercambiador de calor.

Respecto a la Figura 4.26, en la temperatura  $T_{co}$  en la simulación, alcanzó el estado estable a partir de los 90 segundos y se establece en 29.32 °C. En la temperatura  $T_{ho}$  el estado estable es alcanzado a los 80 segundos de simulación y se establece en 55.93 °C. Como se mencionó el intercambiador al tener dos entradas y dos salidas lo convierte en un sistema MIMO, específicamente en sistema TITO, se considerará la simulación de sistemas SISO, se simulan las temperaturas por separado, primero simulamos la temperatura  $T_{co}$ .

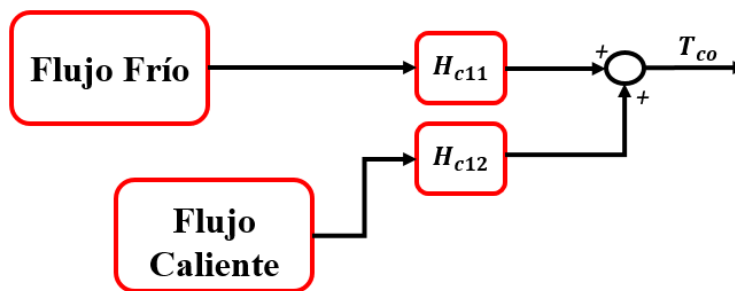


Figura 4.27 Esquema SISO para la simulación de la temperatura  $T_{co}$ .

En la Figura 4.27 se muestra el esquema para la simulación de la temperatura  $T_{co}$  mediante Simulink®, se ha tomado el flujo caliente  $v_h$  como un parámetro constante en el proceso y se multiplicó por la función de transferencia  $H_{C12}$  quedando:

$$H_{C12} * v_h = \frac{0.135}{s^2 + 0.2802 s + 0.01859}$$

La sumamos con la función de transferencia  $H_{C11}$  queda:

$$(H_{C12} * v_h) + H_{C11} = \frac{0.135}{s^2 + 0.2802 s + 0.01859} + H_{C11} = \frac{8215 s + 1303}{s^2 + 0.2802 s + 0.01859}$$

La cual queda representado por la siguiente función de transferencia de la temperatura de salida del agua fría, la cual llamaremos  $H_{C-Tco}$

$$H_{C-Tco} = \frac{8215 s^3 + 3605s^2 + 517.8s + 24.22}{s^4 + 0.5604 s^3 + 0.1157s^2 + 0.01042 s + 0.0003457} \quad (4.32)$$

Se ha simulado la función de transferencia obteniendo el siguiente perfil de temperatura.

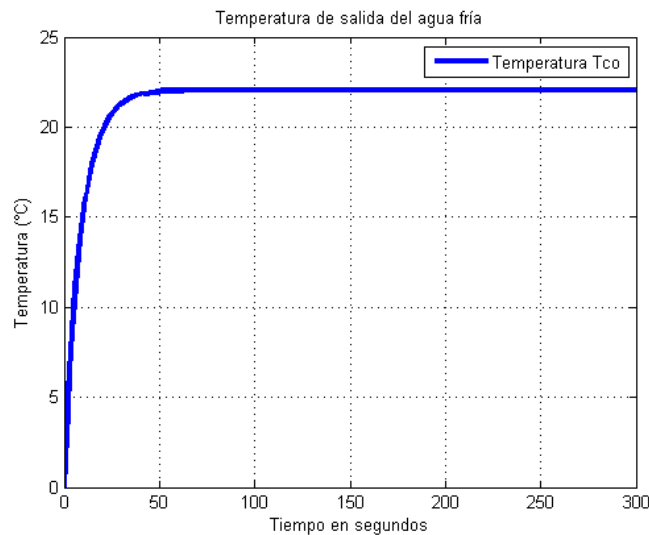


Figura 4.28 Simulación de la Temperatura  $T_{co}$  .

#### 4. CONTROL EN EL INTERCAMBIADOR DE CALOR

En la Figura 4.28 la temperatura de salida del agua fría alcanza el estado estable a partir de los 90 segundos de simulación y se establece en una temperatura de 22.07 °C. Ahora se hará la simulación en sistema SISO para la temperatura  $T_{ho}$ .

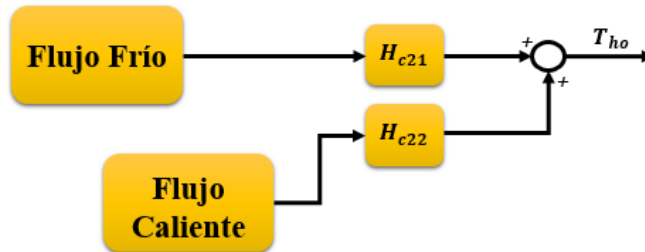


Figura 4.29 Esquema SISO para la simulación de la temperatura  $T_{ho}$ .

Repitiendo el proceso para obtener la función de transferencia que representa a  $T_{ho}$ , está dado por

$$H_{C-T_{ho}} = \frac{40530s^3 + 16290s^2 + 2135s + 91.69}{s^4 + 0.5604s^3 + 0.1157s^2 + 0.01042s + 0.0003457} \quad (4.33)$$

Simulando la función  $H_{C-T_{ho}}$ , se obtiene la Figura 4.30.

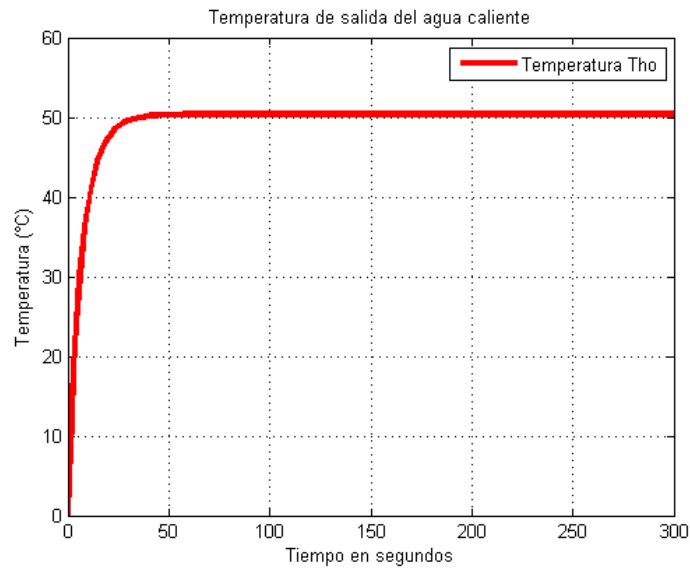


Figura 4.30 Simulación de la Temperatura  $T_{ho}$ .

En la Figura 4.30 la temperatura llega al estado estable a partir de los 80 segundos de simulación y se ha establecido en una temperatura de 50.39 °C. En ambas temperaturas donde se han simulado en sistema SISO se ha notado que las temperaturas muestran una diferencia respecto a los valores donde se establecen, mientras que se comportan iguales respecto al tiempo que les el sistema MIMO simulado. Mediante el análisis de la planta en lazo abierto usando el método de curva de reacción para el cálculo de las ganancias usadas en el control PID para la temperatura  $T_{co}$ , obteniendo mediante los parámetros necesarios utilizados en la Tabla 4.2

$$K_p = 2$$

$$T_i = 0.8$$

$$T_d = 0.127$$

El esquema que se presenta en la Figura 4.31 es la aplicación de un control PID a la función de transferencia de la temperatura  $T_{co}$ .

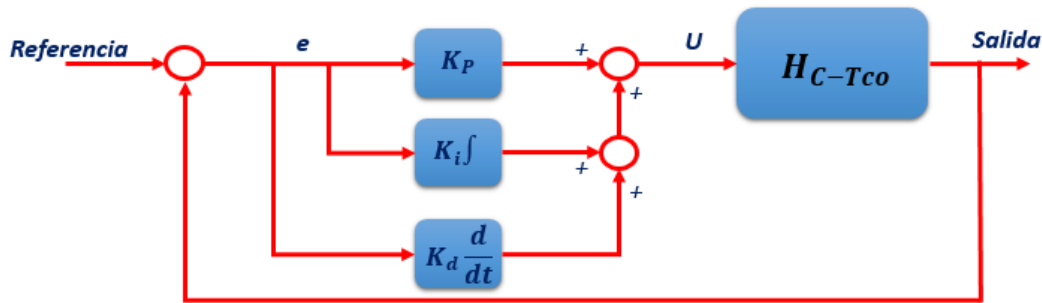


Figura 4.31 PID aplicado a la temperatura  $T_{co}$ .

### Simulación 4.3

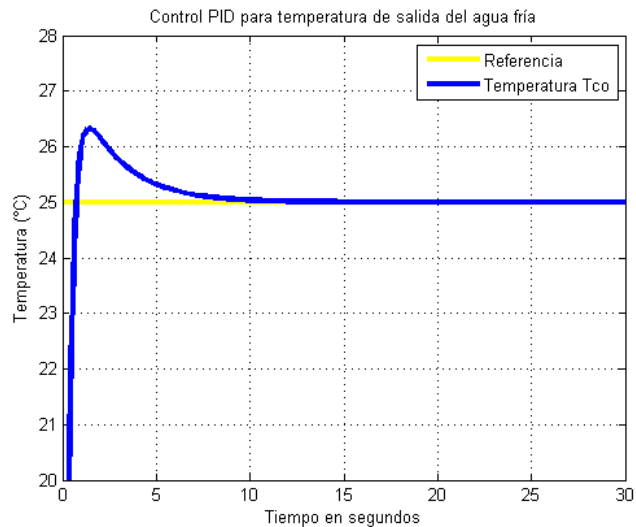
#### Cambio de referencia en la temperatura $T_{co}$ .

#### **Objetivo:**

El objetivo de la simulación será comprobar el funcionamiento del control PID aplicado a la función de transferencia que representa a la temperatura de salida del agua fría  $T_{co}$  mediante cambios de referencia.

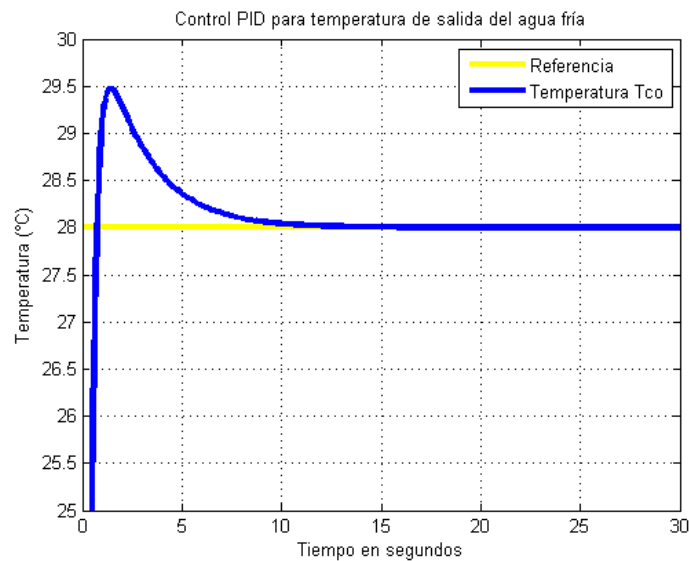
##### Desarrollo de simulación:

Se modificará la referencia empleada en la estructura para el control PID mostrada en la Figura 4.31. Donde el cambio nos servirá para poder apreciar el funcionamiento del control con las ganancias previamente calculadas, primero se hará la simulación para una referencia de 25 °C.



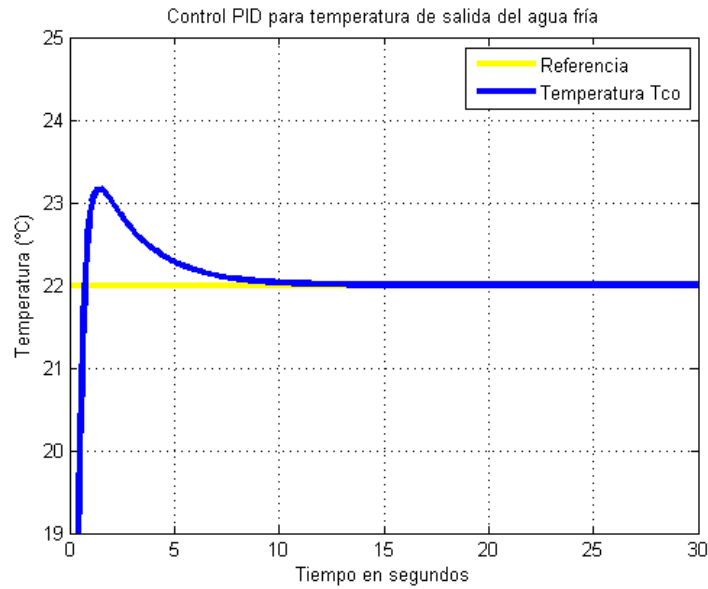
*Figura 4.32 Simulación del control PID aplicado a la temperatura  $T_{co}$  con referencia en 25 °C.*

En la Figura 4.32 se observa que el control PID lleva la temperatura  $T_{co}$  a la referencia marcada en los 25 °C, se aumentará el valor de la referencia a 28 °C.



*Figura 4.33 Simulación del control PID aplicado a la temperatura  $T_{co}$  con referencia en 28 °C.*

Y como último cambio de referencia para la temperatura  $T_{co}$  se ajustará a 22 °C.



*Figura 4.34 Simulación del control PID aplicado a la temperatura  $T_{co}$  con referencia en 22 °C.*

Con el controlador PID la temperatura alcanza en el caso de  $T_{co}$  la deseada respecto a la referencia e incluso alcanza el estado estable en un tiempo mucho menor. El controlador funciona correctamente ante cambios en la referencia. A continuación se presentará las simulaciones obtenidas ante cambios en la señal de control.

#### **Simulación 4.4**

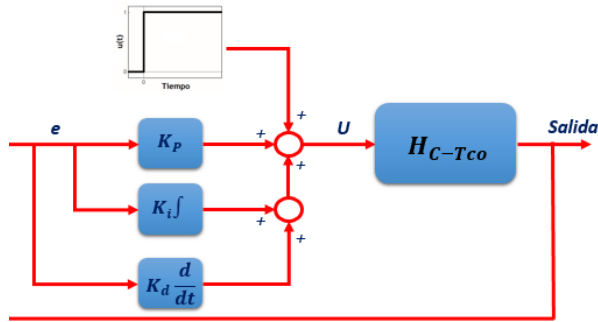
##### Cambio a la entrada en la temperatura $T_{co}$ .

#### **Objetivo:**

El objetivo de la simulación será comprobar el funcionamiento del control PID aplicado a la función de transferencia que representa a la temperatura de salida del agua fría  $T_{co}$  mediante cambios de en la entrada o señal de control.

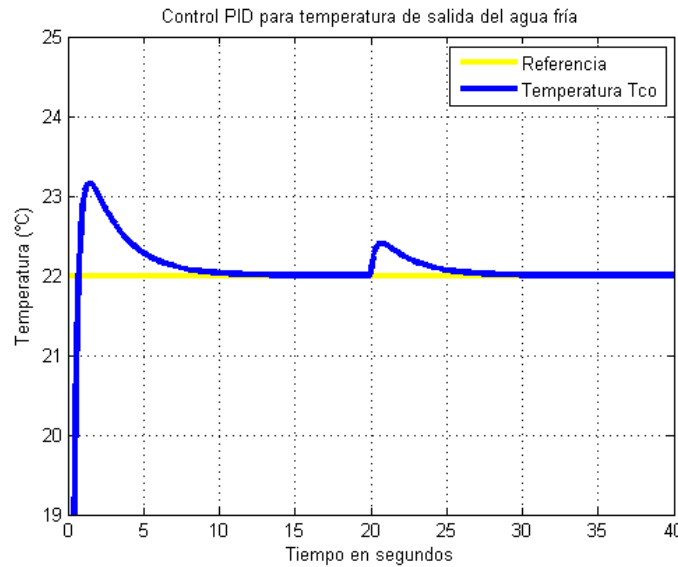
**Desarrollo de simulación:**

Se hará la modificación de la entrada de la función de transferencia que representa a  $T_{co}$ , la modificación consiste en sumar o restar una señal, que para nuestro caso será un escalón unitario como se muestra en la Figura 4.35.



*Figura 4.35 Simulación del control PID aplicado a la temperatura  $T_{co}$  con cambios en la entrada.*

Primero sumaremos el escalón unitario con la señal de control a los 20 segundos de simulación, se ha mantenido como referencia en 22 °C. Como en las simulaciones anteriores el tiempo de simulación ha sido de 300 segundos, pero no es necesario observar todo el estado estable a partir desde que se estabiliza.



*Figura 4.36 Simulación del control PID aplicado a la temperatura  $T_{co}$  con cambio positivo en la entrada.*



Se observa en la Figura 4.36 que el control funciona correctamente ante un cambio en la entrada, ahora se simulará un escalón negativo unitario que nos represente una disminución momentánea en la entrada de la función  $H_{C-T_{CO}}$ .

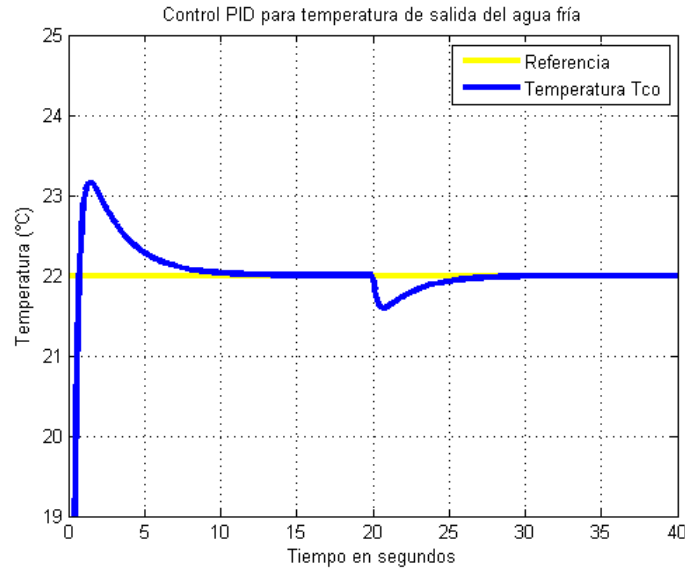


Figura 4.37 Simulación del control PID aplicado a la temperatura  $T_{CO}$  con cambio negativo en la entrada.

Tal como se ha observado en la Figura 4.36 y Figura 4.37, el control PID funciona correctamente ante cambios en la entrada de la planta, que en nuestro caso solo es la representación por función de transferencia de la temperatura de salida de agua fría. En lo que cabe destacar la rápida acción transitoria presentada por la salida gracias al controlador.

A continuación tendremos las simulaciones del control PID aplicado a la temperatura de salida  $T_{ho}$  donde al igual que  $T_{CO}$  se harán cambios de referencia y entrada para probar el funcionamiento del controlador.

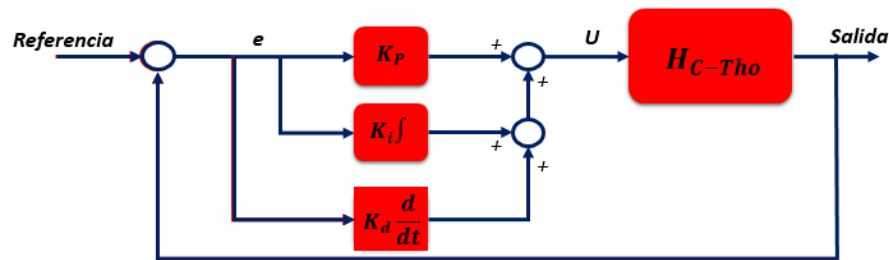


Figura 4.38 PID aplicado a la temperatura  $T_{ho}$ .

Al igual que la temperatura de salida del agua fría  $T_{co}$ , se ha analizado en lazo abierto la función de transferencia de la temperatura de salida del agua caliente  $T_{ho}$  usando la curva de reacción obtenida al excitar la función de transferencia con un escalón unitario, el cálculo de las ganancias para el controlador PID mediante sintonización Ziegler – Nichols obteniendo los siguientes valores

$$K_p = 3.52$$

$$T_i = 0.65$$

$$T_d = 0.158$$

#### **Simulación 4.5**

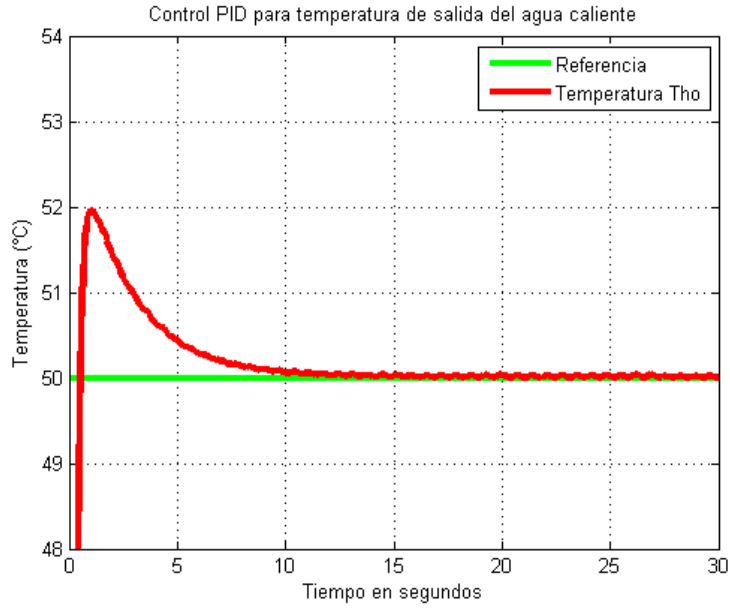
Cambio de referencia en la temperatura  $T_{ho}$ .

#### **Objetivo:**

El objetivo de la simulación será comprobar el funcionamiento del control PID aplicado a la función de transferencia que representa a la temperatura de salida del agua caliente  $T_{ho}$  mediante cambios de referencia.

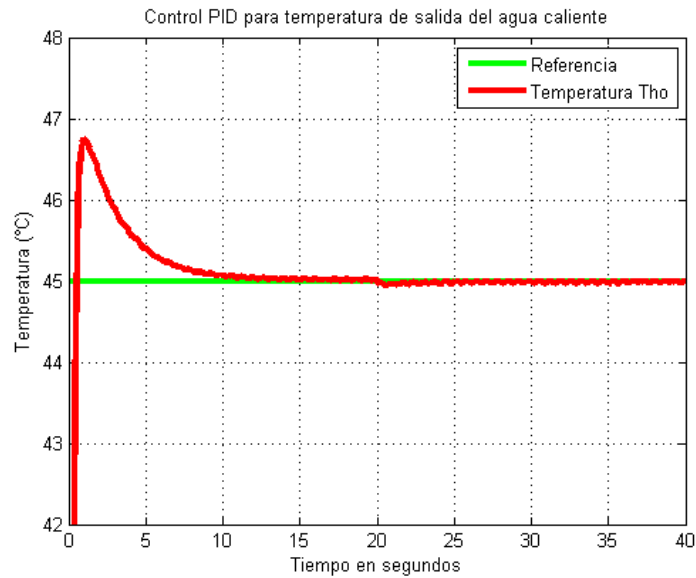
#### **Desarrollo de simulación:**

Se hará el cambio de referencia usado en el esquema para el controlador PID expuesto en la Figura 4.38, para comprobar el correcto funcionamiento del control con las ganancias expuestas para éste controlador. Partiremos con una referencia de 50 °C para la temperatura de salida del agua caliente.



*Figura 4.39 Simulación del control PID aplicado a la temperatura  $T_{ho}$  con referencia en 50 °C.*

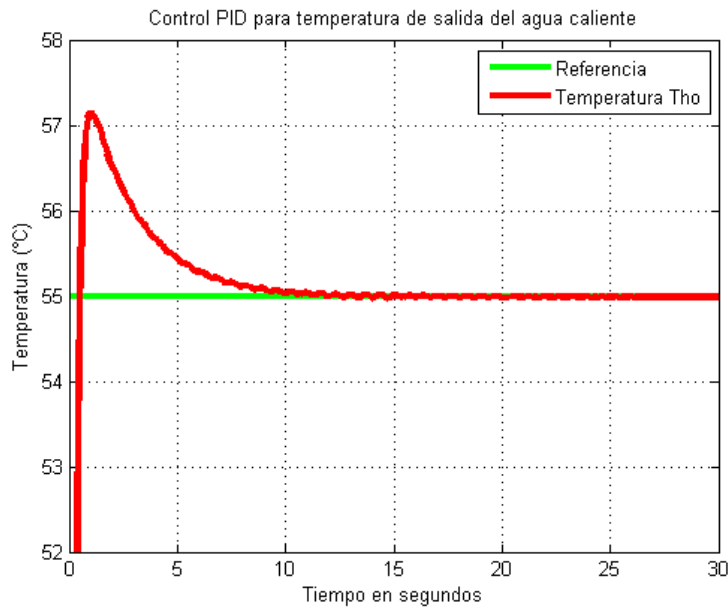
En la Figura 4.39 se observa que la señal de salida llega a la referencia establecida en 50 °C, ahora se hará un cambio de la referencia a 45 °C.



*Figura 4.40 Simulación del control PID aplicado a la temperatura  $T_{ho}$  con referencia en 45 °C.*

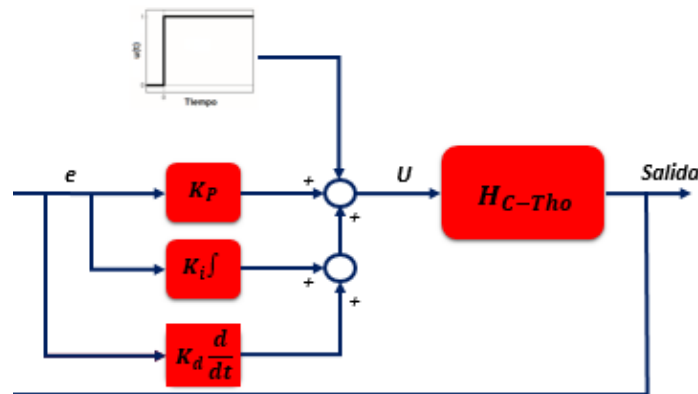
#### 4. CONTROL EN EL INTERCAMBIADOR DE CALOR

La Figura 4.40 nos muestra la señal como alcanza la nueva referencia, pero cabe destacar que presentan ligeras oscilaciones que conforme la simulación corrió se fueron atenuando y alcanzando la referencia deseada con exactitud.



*Figura 4.41 Simulación del control PID aplicado a la temperatura  $T_{ho}$  con referencia en 55 °C.*

La Figura 4.41 expone la salida de la función de transferencia para la temperatura de salida del agua caliente en una referencia deseada de 55 °C, que al igual que la Figura 4.39 muestran un sobre impulso mucho mayor respecto a la Figura 4.40. Además se puede apreciar que las pequeñas oscilaciones se atenúan rápidamente.



*Figura 4.42 Simulación del control PID aplicado a la temperatura  $T_{ho}$  con cambios en la entrada.*

**Simulación 4.6**

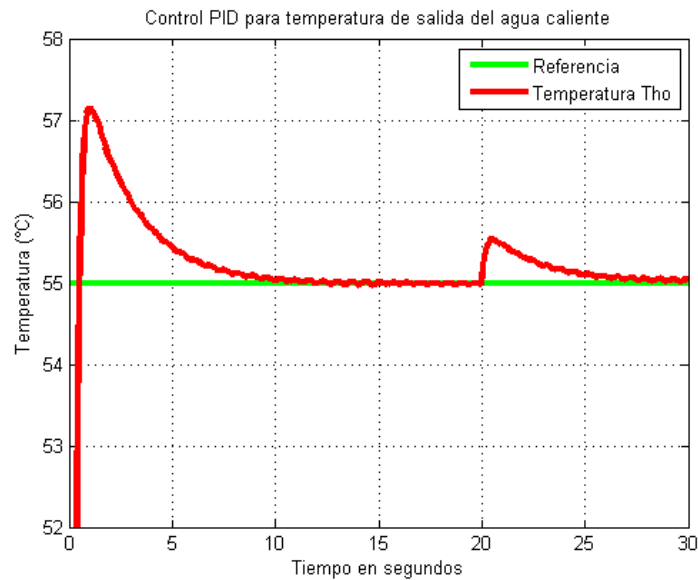
Cambio a la entrada en la temperatura  $T_{ho}$ .

**Objetivo:**

El objetivo de la simulación será comprobar el funcionamiento del control PID aplicado a la función de transferencia que representa a la temperatura de salida del agua caliente  $T_{ho}$  mediante cambios de en la entrada o señal de control.

**Desarrollo de simulación:**

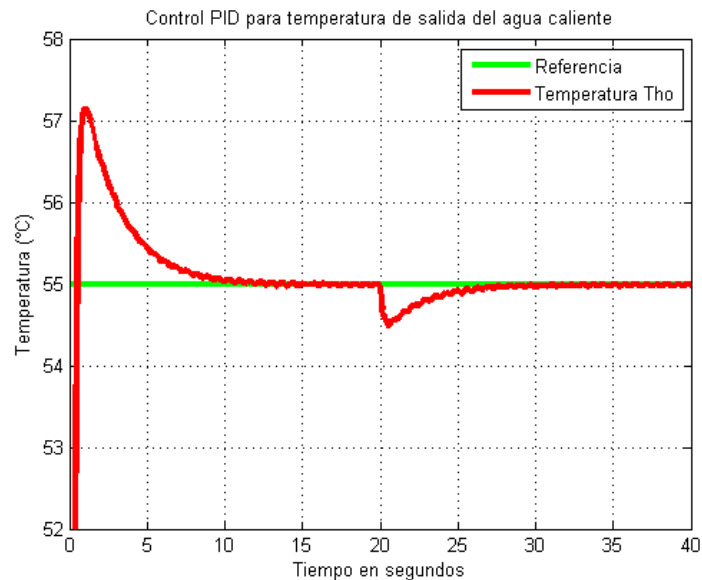
Continuaremos con las simulaciones para los cambios de entrada para la temperatura de salida del agua caliente, como se puede ver en la Figura 4.42 se añadirá un escalón unitario. El escalón unitario se sumará a la señal de control a los 20 segundos de simulación, logrando así ver la acción del controlador ante el cambio provocado, como referencia se ha mantenido en 55 °C.



*Figura 4.43 Simulación del control PID aplicado a la temperatura  $T_{ho}$  con cambio positivo en la entrada.*

#### 4. CONTROL EN EL INTERCAMBIADOR DE CALOR

La acción de control funciona correctamente incluso presentando ligeras oscilaciones como en los casos anteriores. Ahora aplicaremos una vez más el esquema de la Figura 4.42 pero aplicando ahora un escalón unitario negativo a la entrada de la función  $H_{C-Tho}$ .



*Figura 4.44 Simulación del control PID aplicado a la temperatura  $T_{ho}$  con cambio negativo en la entrada.*

En la Figura 4.44 se observa el cambio negativo el cual se presenta en los 20 segundos de simulación, notando que el control lleva la señal de temperatura de salida a la señal deseada marcada como nuestra referencia. Con las pruebas anteriores se ha podido corroborar el correcto funcionamiento de un controlador PID aplicado a cada función de transferencia de cada temperatura.

Ambos controladores han cumplido con su acción de control, aunque evidentemente para el caso de la temperatura de salida de agua fría las ganancias se podrían adecuar mucho mejor para evitar un sobre impulso, que aunque no es mucho puesto que solamente es un 1 °C. Pero a diferencia del control PID para la temperatura de salida de agua caliente tiene un sobre ligeramente mayor (2 °C) el cual se trató de reducir mediante el ajuste de la ganancia diferencial, pero esta reducción produjo ligeras oscilaciones las cuales son mínimas y se atenúan conforme corre el tiempo total de simulación. Incluso en todas las simulaciones anteriores del control PID los tiempos de levantamiento y de sobre impulso son menores a los 10 segundos.

## 4.5. Conclusiones

En este capítulo se desarrollaron dos esquemas de control para el intercambiador de calor, el primer esquema abordado fue un control por modelo de referencia donde la idea principal fue tener la planta nominal del intercambiador y una simulación de la misma pero sin fallas. Cuando exista alguna anomalía en la planta nominal la estructura de control podrá detectarla, para crear la estructura de control se linealizó el modelo no lineal del intercambiador, las simulaciones efectuadas para la estructura del control se han hecho con el fin de ponerlo a prueba cuando se efectúan cambios de flujo en el agua fría y caliente. Las simulaciones donde se hizo el cambio de flujo en el agua fría el control funcionaron correctamente, siguiendo los cambios presentados en la planta nominal. Al efectuar las simulaciones donde el cambio de flujo en el agua caliente, el control presentó un funcionamiento muy bueno en el tiempo de simulación, aunque cuando el cambio fue a menos la temperatura de salida del agua fría presentó un error mínimo.

La segunda estructura es un controlador PID, para la realización de este control se utilizó y manipuló el modelo matemático linealizado utilizado en la estructura de control anterior, se obtuvieron las funciones de transferencia que representan cada perfil de temperatura de salida. Cada representación se utilizó para poder realizar la sintonización del controlador PID mediante el método de curva de reacción. Al igual que la estructura de control anterior, se realizaron cambios en los flujos de entrada del intercambiador de calor y además se realizaron simulaciones donde se cambió la referencia en cada temperatura. Las simulaciones ante los cambios de referencia funcionaron correctamente siguiendo los cambios establecidos en el algoritmo, incluso en ambas temperaturas de salida (Caliente y fría) alcanzan el estado estable en mucho menor tiempo (0 – 20 segundos). Después de realizar cambios de referencia se hicieron cambios a la entrada y el controlador funcionó correctamente llevando la temperatura de salida a la referencia establecida. Cabe destacar que todas las pruebas funcionaron correctamente, aunque en el control PID de la temperatura de salida del agua caliente se han observado en las gráficas que presenta una ligera oscilación, esto debido a que la sintonización en la parte proporcional fue muy pequeña de acuerdo a los datos obtenidos mediante el método de curva de reacción.





## 5. CONCLUSIONES

Se ha seleccionado un modelo no lineal matemático que represente a un intercambiador de calor de tubos concéntricos con configuración en contracorriente, donde la fuerza conductora encargada de que se dé la transferencia de calor fue seleccionada en base a la simplicidad de manipulación matemática basado en investigaciones anteriores. Tal modelo fue utilizado para implementar dos estimadores que se han comparado para seleccionar cual realiza la mejor estimación. Los estimadores fueron sometidos a cambios de flujo en la entrada de agua caliente y fría obteniendo la comparativa deseada. Y para terminar se ha implementado dos estructuras de control, las cuales fueron sometidas a pruebas de manera individual para corroborar su correcto funcionamiento dentro de lo supuesto.

### 5.1. Conclusiones generales

En la literatura se han logrado encontrar diferentes modelos matemáticos que representen la dinámica del intercambiador de calor, existen modelos matemáticos unos más exactos que otros que basan su funcionamiento de acuerdo a los parámetros que constituyen el principio de modelado. Existen modelos básicos variados, la variedad se da gracias a los tipos de intercambiador de calor que hay. El caso de estudio consiste en un intercambiador de calor clasificado de acuerdo a su construcción tipo tubular, específicamente se compone en un intercambiador de calor de doble tubo que presenta dos configuraciones; nuestro caso de estudio es un intercambiador de calor de doble tubo en configuración contracorriente. El modelo matemático asignado a nuestro intercambiador de calor ha sido representado por un modelo de parámetros concentrados, esto debido a que nos representará un análisis poco difícil gracias a sus representaciones en ecuaciones diferenciales. El modelo matemático usado fue un modelo simplificado no lineal, la no linealidad se debe a la diferencia que hay entre las temperaturas de los fluidos que pasan a través de intercambiador de calor. La diferencia de temperaturas de fluidos denominada como fuerza conductora fue seleccionada en base a trabajos pasados que incluyeron experimentación, para el desarrollo de este trabajo la fuerza conductora empleada fue la diferencia de temperaturas a la entrada (ITD) por su simplicidad en la expresión que la caracteriza aparte de la facilidad a la hora de elaborar cálculos, simulaciones y linealización.

El modelo matemático no lineal del intercambiador de calor ya definido es usado para aplicación de estimadores de estados, específicamente para un estimador con forma adaptable y otro estimador de alta ganancia.

Los estimadores aplicados al intercambiador de calor se han sometido a pruebas mediante cambios de flujo de entrada de agua fría y caliente. Donde se observó que los estimadores funcionaron correctamente aunque el estimador de alta ganancia presentó una mejor estimación de los estados ante las pruebas a las cuales fueron sometidas, comprobado de manera visual en las Figuras de simulación presentadas y en tablas que contienen los errores generados entre la señal a estimar y la estimada.

Utilizando el modelo no lineal del intercambiador de calor se ha implementado un par de esquemas de control lineal simples, la cual consistió en un control por modelo de referencia y un control clásico Proporcional – Integral – Derivativo. Para la realización de tales controladores fue necesario la linealización para los puntos de operación especificados en la sección correspondiente. Con el controlador por modelo de referencia se realizaron pruebas, las cuales consistieron en elaborar la simulación del esquema de control por modelo de referencia, que básicamente consiste en la comparación de la planta lineal del intercambiador de calor y una representación de la planta lineal con una falla que simula una situación física en uno de los parámetros del proceso. Creando un error de salida entre el modelo normal y el modelo con falla, éste último siguiendo la trayectoria marcada por el modelo normal generando errores mínimos y funcionando correctamente ante cambios en el flujo de agua entrante caliente y fría.

Para el controlador PID se utilizó el mismo modelo lineal del intercambiador de calor usado para el esquema de control por modelo de referencia, pero con la diferencia de que al ser un sistema MIMO de dos entradas y dos salidas, se realizó un análisis SISO por cada temperatura de salida. Es importante mencionar que la simulación del sistema MIMO representado por una matriz de transferencia nos arrojó los mismos datos que la simulación del modelo no lineal simplificado usado al principio, pero en el análisis del sistema en lazos separados SISO se notó que las temperaturas han variado en algunos grados, debido a que se han separado los lazos del sistema MIMO. Cabe mencionar que la sintonización por el método de Ziegler – Nichols nos han proporcionado los valores de las ganancias usando la curva de reacción de cada temperatura. Para cada temperatura se realizó cambios de referencia y cambios en la señal de entrada como el de una perturbación, ejemplificado por inserción de un escalón unitario. El control PID ha funcionado correctamente para las dos temperaturas de salida del intercambiador pero se ha notado que la temperatura de salida del agua caliente presenta ligeras oscilaciones las cuales desaparecen después de los 40 segundos de simulación, podría deberse a la complejidad para el cálculo de los parámetros de la curva de reacción.

## 5.2. Trabajos Futuros

Durante la realización de este trabajo se mencionó que el método para modelar de una manera precisa el comportamiento del intercambiador de calor es usando el modelo de parámetros distribuidos, quedando como una vía de futuros trabajos para el análisis detallado. El modelo matemático no lineal obtenido ya sea de un análisis de parámetros distribuidos o concentrados para el intercambiador de calor en estudio, por cuestiones de diseño nos lleva a que la fuerza conductora ideal sería la logarítmica, aunque en este trabajo se mencionó que con propósitos de simplicidad se utilizó la fuerza conductora de simple diferencia de temperaturas ya que bajo las suposiciones a las cuales fue sometido la realización del modelado, no produciría gran injerencia en la dinámica simulada. Es importante mencionar que la fuerza conductora logarítmica es muy recurrente a la hora de tomar en consideración valores de longitud del tubo del intercambiador mayores respecto al que se usó en la simulación del intercambiador que fue de aproximadamente 30 centímetros.

En lo que se refiere al control por modelo de referencia, es solo una parte de algunos esquemas para el control tolerante a falla. La creación del error generado es utilizada para enviarlo a un posible mecanismo de ajuste, en este trabajo no se incluyó y queda como un trabajo más para incluir.



## 6. BIBLIOGRAFÍA

- 1 *Jarniel García Morales. Detección y diagnóstico de fallas para componentes de un intercambiador de calor empleando el enfoque de modos deslizantes. Tesis de maestría. 2013.*
- 2 *Mauricio Angeles Martínez. Diseño de observadores no lineales para procesos de intercambio de calor. Tesis de maestría. 2003*
- 3 *Salvador, C. y A. Morales (2008). Fundamentos y aplicaciones de los sensores virtuales. In: Simposio de Metrología 2008. Centro de Investigación y Estudios Avanzados, Instituto Politécnico Nacional, México.*
- 4 *Kakac, S.y.H.L., Heat exchangers selection, rating, and thermal design. Crc Press., 2002.*
- 5 *Ogata Katsuhiko (1998). Ingeniería de Control Moderna. Pearson.*
- 6 *Cabrera González Ma. De los Ángeles (2000). Nueva metodología para diagnóstico de fallas basada en generación residual... Tesis de Maestría. Universidad Autónoma de Nuevo León, Sn. Nicolás de los Garza, N. L.*
- 7 *Bregón Aníbal (2010). Integration of FDI and DX Techniques within consistency-based Diagnosis with Possible Conflicts. Tesis de Doctorado. Universidad de Valladolid, Valladolid, España.*
- 8 *Gauthier JP, Hammouri H, Othman S. A simple observer for nonlinear systems, applications to bioreactors. IEEE Transactions on Automatic Control 1992; 37:875–80.*
- 9 *Farza M, Hammouri H, Othman S, Busawon K. Nonlinear observers for parameter estimation in bioprocesses. Chemical Engineering Science 1997; 52:4251–67.*
- 10 *Gildas Besaçon., “Remarks on nonlinear adaptive observer desing, Systems & Control Letters 41 (2000) 271 – 280.*
- 11 *R.F. Escobar. Sistema de control tolerante a fallas en sensores. Aplicación a un proceso de purificación de agua integrado a un transformador térmico. Tesis Doctoral. 2012*
- 12 *Ana Gabriela Wisther Sánchez. Control de un sistema de alimentación basado en celdas de combustible con modelado del intercambiador de calor. Tesis de maestría. 2012*

- 13 Gloria Lilia Osorio Gordillo. *Observadores para sistemas singulares LPV. Tesis de maestría. 2011.*
- 14 Szederkényi, G. (1998). *Simultaneous Fault Detection of Heat Exchangers. Tesis de Doctorado. University of Veszprém, Hungría.*
- 15 Betty Yolanda López Zapata. *Desarrollo de un sistema de detección de fallas utilizando un enfoque multi-modelos LIT aplicado a un intercambiador de calor. Tesis de maestría. 2009*
- 16 C.M. Astorga-Zaragoza, Víctor-Manuel Alvarado-Martínez, Arturo Zavala-Río. *Observer-based monitoring of heat exchangers. ISA Transactions 47 (2008) pags. 15 – 14.*
- 17 R.F. Escobar, C.M. Astorga-Zaragoza. *Estimación en línea del coeficiente de transferencia de calor en un intercambiador de calor. Congreso Anual 2009 de la asociación de México de control automático*
- 18 Zavala A., R. Femat y R. Santiesteban (2005). *An analytical study of the logarithmic mean temperature difference. Revista mexicana de ingeniería química, Volumen 4, 201 – 212.*
- 19 Weyer E., Szederkényi G., Hangos K., (2000). *Grey box fault detection of heat exchangers, Control Engineering Practice 8 (2) 121–131.*
- 20 Zhi-jun, Y., Xiao-hui, Q. & Gan-lin, S. (2009). *Fault tolerant flight control law design with a Model-Following Sliding Mode Controller. Internacional Conference on Measuring Technology and Mechatronics Automation, 1(1), 665 – 668.*
- 21 López, B. Y., Adam, M., Escobar, R., Álvarez, P. E., Sánchez, E. M., & Guerrero, G. V. (2014). *Sensors and actuator fault tolerant control applied in a heat exchanger. Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes.*
- 22 Zhang, Y., & Jiang, J. (2003). *Fault tolerant control system design with explicit consideration of performance degradation. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 39(3), 838–848.*
- 23 Rotondo, D., Nejjari, F., & Puig, V. (2015). *Robust quasi-LPV model reference FTC of a quadrotor UAV subject to actuator faults. International Journal of Applied Mathematics and Computer Science, 25(1), 7–22.*
- 24 Abdullah, A., & Zribi, M. (2009). *Model reference control of LPV systems. Journal of the Franklin Institute, 346(9), 854–871.*

- 
- 25 Khuntia, P. S., & Mitra, D. (2009). *Fuzzy Model Reference Learning Controller For Pitch Control System of an Aircraft*. *Georgian Electronic Scientific Journal: Computer Science and Telecommunications*, 3(20), 36–46.
- 26 Incropera. F. P. y D. P. DeWitt (1996). *Fundamentos de Transferencia de Calor*. Prentice Hall.
- 27 J. Cervantes de Gortari (199). *Fundamentos de Transferencia de Calor UNAM-FCE (Ediciones Cientificas Universitarias), Mexico*.
- 28 R. K. Shah y D. P. Sekulic (2003) .*Fundamentals of Heat Exchanger Design.*, Ed. Wiley, 1a. ed.
- 29 Kanoh, H. *Distributed parameter heat exchangers - modeling, dynamics and control*. In *Distributed Parameter Control System*, S. G. Tzafestas (ed.), Pergamon Press, pp. 417-449, 1982.
- 30 Fazlur Rahman, M. H. R., y Devanathan, R. *Modelling and dynamic feedback linearisation of a heat exchanger model*. *3rd IEEE Conference on Control Applications*, 3:1801- 1806, 1994.
- 31 Xu, C. Z., Gauthier, J. P., y Kupka, I. *Exponential Stability of the heat exchanger equation*. *2nd European Control Conference (ECC93)*, 1:303-307, Groninghen, 1993.
- 32 Raúl Santiesteban Cos. *Estudio analítico de un tipo de modelo compartimental de intercambiadores de calor de tubos concéntricos*. Tesis de maestría. 2004.
- 33 K.M. Hangos, J.B., G. Szederkényi, *Analysis and control of nonlinear process systems*, ed. Springer. 2004.
- 34 Williams, T. J., y Morris, H. J. *A survey of the literature on heat exchangers dynamics and control*. *Chemical Engineering Progress, Symposium Series (Process Dynamics Control)*, 57(36):20-30, 1961.
- 35 Kanoh, H. *Distributed parameter heat exchangers - modeling, dynamics and control*. In *Distributed Parameter Control System*, S. G. Tzafestas (ed.), Pergamon Press, pp.417-449, 1982.
- 36 Masada, G. Y., y Wormley, D. N. *Evaluation of lumped Parameter Heat Exchanger Dynamic Models*. ASME Paper No. 82-WA/DSC-16, 1982.
- 37 H. Jorge (2008). *Sensores virtuales basados en observadores continuos - discretos*. Tesis de Maestría. Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico (Cenidet), Cuernavaca Morelos, México.

- 38 Ramón Frederick G (2006). *Apuntes: Transferencia de calor. Universidad de Chile.*
- 39 Steiner, M. *Low order dynamic models of heat exchangers. Int. Symp. Distr. Heat Simul., Reykjavik, Islandia, 1989.*
- 40 Kurt Alfons Reimann. *The consideration of dynamics and control in the design of heat exchanger networks. Phd. Tesis. 1986.*
- 41 Lino Enriquez Gonzaga. *Detección y diagnóstico de fallas para componentes de un intercambiador de calor empleando el enfoque de modos deslizantes. Tesis de maestría. 2011.*
- 42 Slotine Jean E. y Weiping Li (1991). *Applied Nonlinear Control. Prentice Hall.*
- 43 J. Casti (1985). *Nonlinear System Theory. Academic Press Inc.*
- 44 Cabrera González Ma. De Los Ángeles (2000). *Nueva Metodología para Diagnóstico de Fallas basada en Generación Residual. Tesis de maestría. Universidad autónoma de nuevo león. Sn. Nicolás de los Garza, Nuevo león.*
- 45 Landau ID (1974) *A survey of model reference adaptive techniques—theory and applications. Automatica 10:353–379.*
- 46 Isermann, R. (1982). *Parameter adaptive control algorithms—a tutorial. Automatica, 18(5), 513–528.*
- 47 C.C. Hang and P.C. Parks (1973). *Comparative Studies of Model Reference Adaptive Control Systems. IEEE T.A.C. Vol AC 18-5 pp 419-428.*
- 48 H.P. Whitaker, J. Yamron and A. Kezer (1958). *Design of Model Reference Adaptive Control Systems for Aircraft. Report R-164 Instrumentation Laboratory, M.I.T., Cambridge.*
- 49 Francisco Rodríguez Rubio, Manuel Jesús López Sánchez (1996). *Control Adaptativo y Robusto. Universidad de Sevilla, España.*
- 50 Chi – Tsong Chen. *Analog and Digital Control System Design.*
- 51 Subhransu Padhee, Yuvraj Bhushan Khare, Yaduvir Singh (2011). *Internal Model Based PID Control of Shell and Tube Heat Exchanger System. IEEE Students' Technology Symposium.*



- 52 *V. Jenifer Poorani, L. D. Vijay Anand (2013). Compariso Conferencia on Emerging Trends in Computing, Communication and Nanotechnology.*



## 7. ANEXOS

### Anexo A

#### Nomenclatura

$A$	Área superficial de transferencia de calor, $m^2$
$c_{pc}$	Calor específico en el lado frío, $J/(kg K)$
$c_{ph}$	Calor específico en el lado caliente, $J/(kg K)$
$T_{ci}, T_{hi}$	Temperaturas de entrada en el lado caliente y frío respectivamente, $K$
$T_{co}, T_{ho}$	Temperaturas de salida en el lado caliente y frío respectivamente, $K$
$U$	Coefficiente global de transferencia de calor, $J/(m^2 K s)$
$v_c$	Flujo másico en el lado frío, $m^3/s$
$v_h$	Flujo másico en el lado caliente, $m^3/s$
$V_c$	Volumen en el lado frío, $m^3$
$V_h$	Volumen en lado caliente, $m^3$
$\rho_c$	Densidad del fluido frío, $kg/m^3$
$\rho_h$	Densidad del fluido caliente, $kg/m^3$

#### Tabla de datos usados en la simulación

Constante	Valor	Unidades
$A$	0.633	$m^2$
$\rho_c$	1000	$kg/m^3$
$\rho_h$	1000	$kg/m^3$
$V_c$	$6.05 \times 10^{-3}$	$m^3$
$V_h$	$3.2 \times 10^{-3}$	$m^3$
$c_{pc}$	1910	$J/(K kg)$
$c_{ph}$	1590	$J/(K kg)$

*Tabla A.1 Datos de simulación.*

## Anexo B

### Linealización del modelo no lineal del intercambiador de calor

Del modelo no lineal que representa la dinámica del intercambiador:

$$\begin{aligned}\dot{T}_{co} &= \frac{2}{V_c} \left[ v_c(T_{ci} - T_{co}) + \frac{UA}{c_{pc}\rho_c} \Delta T_1 \right] \\ \dot{T}_{ho} &= \frac{2}{V_h} \left[ v_h(T_{hi} - T_{ho}) - \frac{UA}{c_{ph}\rho_h} \Delta T_1 \right]\end{aligned}$$

Donde:

$$\Delta T_1 = T_{ho} - T_{co}$$

$$\Delta T_2 = T_{co} - T_{ho}$$

De las ecuaciones del modelo no lineal, tenemos las siguientes funciones:

$$f_1 = \dot{T}_{co}$$

$$f_2 = \dot{T}_{ho}$$

Los estados:

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{co} \\ T_{ho} \end{bmatrix}$$

Y asumimos los siguientes cocientes como valores constantes:

$$\frac{2UA}{V_c c_{pc} \rho_c} = k_1$$

$$\frac{2UA}{V_h c_{ph} \rho_h} = k_2$$

Obtenemos el Jacobiano del modelo respecto a las salidas:

$$J(x) = \begin{bmatrix} \frac{df_1}{dx_1} & \frac{df_1}{dx_2} \\ \frac{df_2}{dx_1} & \frac{df_2}{dx_2} \end{bmatrix}$$

Realizamos las derivadas:

$$\frac{df_1}{x_1} = -\frac{2v_c}{V_c} - k_1$$

$$\frac{df_1}{x_2} = k_1$$

$$\frac{df_2}{x_1} = -k_2$$

$$\frac{df_2}{x_2} = -\frac{2v_h}{V_h} + k_2$$

Jacobiano respecto a las entradas:

$$J(u) = \begin{bmatrix} \frac{df_1}{u_1} & \frac{df_1}{u_2} \\ \frac{df_2}{u_1} & \frac{df_2}{u_2} \end{bmatrix}$$

Resolvemos las derivadas:

$$\frac{df_1}{u_1} = \frac{2(T_{ci} - T_{co})}{V_c}$$

$$\frac{df_1}{u_2} = 0$$

$$\frac{df_2}{u_1} = 0$$

$$\frac{df_2}{u_2} = \frac{2(T_{hi} - T_{ho})}{V_h}$$

Usando las derivadas obtenidas anteriormente, formamos el modelo lineal del intercambiador de calor:

$$\begin{bmatrix} \dot{T}_{co} \\ \dot{T}_{ho} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(-\frac{2v_c}{V_c} - k_1\right) & k_1 \\ -k_2 & \left(-\frac{2v_h}{V_h} + k_2\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{co} \\ T_{ho} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \left(\frac{2(T_{ci} - T_{co})}{V_c}\right) & 0 \\ 0 & \left(\frac{2(T_{hi} - T_{ho})}{V_h}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_c \\ v_h \end{bmatrix}$$

## Anexo C

### Suposiciones para el modelo matemático del intercambiador de calor

1. Los flujos de salida y entrada son iguales, implica que el volumen de ambos tubos son constantes.
2. El coeficiente de transferencia de calor está relacionado con las temperaturas de los fluidos.
3. No hay transferencia de calor entre el tubo externo y el medio ambiente.
4. Las propiedades termo-físicas de los fluidos son constantes.
5. No hay almacenamiento de energía en las paredes.
6. Las temperaturas de entrada son constantes.
7. Los flujos máxicos en el lado frío y caliente ( $v_c(t), v_h(t)$ ) son medibles y son entradas del sistema ( $u_1(t)$  y  $u_2(t)$ , respectivamente).
8. Las temperaturas de salida de los estados ( $T_{co}(t)$  y  $T_{ho}(t)$ ) son medibles y son las salidas del sistema ( $y_1(t)$  y  $y_2(t)$ , respectivamente).

## Anexo D

### Simulación dinámica del modelo no lineal del intercambiador de calor

Se presenta a continuación la gráfica donde podremos observar las temperaturas de salida del intercambiador de calor. El modelo simulado fue el no lineal representado por:

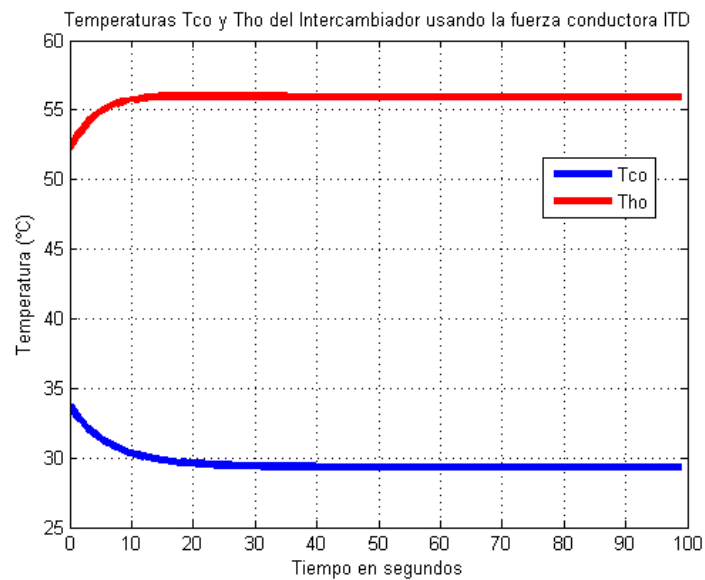
$$\frac{dT_{co}}{dt} = \frac{2}{V_c} \left[ v_c(T_{ci} - T_{co}) + \frac{UA}{c_{pc}\rho_c} \Delta T \right]$$
$$\frac{dT_{ho}}{dt} = \frac{2}{V_h} \left[ v_h(T_{hi} - T_{ho}) - \frac{UA}{c_{ph}\rho_h} \Delta T \right]$$

Usando como fuerza conductora la elegida para la realización de éste trabajo, la diferencia de temperatura a la entrada, que básicamente es la fuerza conductora estándar:

$$\Delta T_I = (T_{ho} - T_{co})$$

Se ha considerado un coeficiente global de transferencia de calor constante ( $U = 160 \text{ J/m}^2\text{Ks}$ ), las temperaturas de entrada  $T_{ci}$  y  $T_{hi}$  como  $24.85 \text{ }^\circ\text{C}$  y  $64.85 \text{ }^\circ\text{C}$  respectivamente. El flujo del fluido frío  $v_c$  es  $3.15 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$  mientras que el flujo de fluido caliente  $v_h$  es  $1.9 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$ . Las condiciones iniciales del proceso son:  $T_{co}^0 = 33.67 \text{ }^\circ\text{C}$  y  $T_{ho}^0 = 52.23 \text{ }^\circ\text{C}$ . El tiempo de muestreo es de 1.5 segundos.

En la figura D.1 se puede observar las temperaturas de salida del intercambiador usando como fuerza conductora la ITD:



*Figura D.1 Simulación del Modelo No Lineal del Intercambiador de Calor.*