

# **Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico**

**Subdirección Académica**

**Departamento de Ingeniería Mecánica**

## **TESIS DE MAESTRÍA EN CIENCIAS**

**Diseño y Construcción de un Robot Paralelo con Dos Guías Lineales**

presentada por  
**Ing. Víctor Manuel Penagos Pérez**

como requisito para la obtención del grado de  
**Maestro en Ciencias en Ingeniería Mecánica**

Director de tesis  
**Dr. Andrés Blanco Ortega**



Cuernavaca, Mor., 07/noviembre/2016

OFICIO No. DIM/297/2016  
Asunto: Aceptación de documento de tesis

C. DR. GERARDO VICENTE GUERRERO RAMÍREZ  
SUBDIRECTOR ACADÉMICO  
PRESENTE

Por este conducto, los integrantes de Comité Tutorial del C. Ing. Víctor Manuel Penagos Pérez, con número de control M14CE048, de la Maestría en Ciencias en Ingeniería Mecánica, le informamos que hemos revisado el trabajo de tesis profesional titulado "Diseño y construcción de un robot paralelo con dos guías lineales", hemos encontrado que se han realizado todas las correcciones y observaciones que se le indicaron, por lo que hemos acordado aceptar el documento de tesis y le solicitamos la autorización de impresión definitiva.

DIRECTOR DE TESIS

DR. ANDRÉS BLANCO ORTEGA  
Doctor en Ciencias en Ingeniería Eléctrica  
6559298

REVISOR 1

DR. JORGE COLÍN OCAMPO  
Doctor en Ciencias en Ingeniería Mecánica  
4694783

REVISOR 2

DR. ARTURO ABUNDEZ PLIEGO  
Doctor en Ciencias en Ingeniería Mecánica  
6801139

REVISOR 3

DR. ELADIO MARTÍNEZ RAYÓN  
Doctor en Ciencias en Ing. Mecánica  
8500740

C.p. Jefa del Departamento de Servicios Escolares.  
Estudiante  
Expediente

Iniciales AAP/mrsr

SEP

SECRETARÍA DE  
EDUCACIÓN PÚBLICA



TECNOLÓGICO NACIONAL DE MÉXICO  
Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico

Cuernavaca, Mor. 9 de noviembre de 2016  
OFICIO No. SAC/320/2016

**Asunto:** Autorización de impresión de tesis

**ING. VÍCTOR MANUEL PENAGOS PÉREZ**  
**CANDIDATO AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS**  
**EN INGENIERÍA MECÁNICA**  
**PRESENTE**

Por este conducto, tengo el agrado de comunicarle que el Comité Tutorial asignado a su trabajo de tesis titulado **"Diseño y construcción de un robot paralelo con dos guías lineales"**, ha informado a esta Subdirección Académica, que están de acuerdo con el trabajo presentado. Por lo anterior, se le autoriza a que proceda con la impresión definitiva de su trabajo de tesis.

Esperando que el logro del mismo sea acorde con sus aspiraciones profesionales, reciba un cordial saludo.

**ATENTAMENTE**

"CONOCIMIENTO Y TECNOLOGIA AL SERVICIO DE MEXICO"

**DR. GERARDO VICENTE GUERRERO RAMÍREZ**  
**SUBDIRECTOR ACADÉMICO**



S.E.P. - TecNM  
CENTRO NACIONAL  
DE INVESTIGACIÓN  
Y DESARROLLO  
TECNOLÓGICO  
DIRECCIÓN

C.p. M.T.I. María Elena Gómez Torres- Jefa del Departamento de Servicios Escolares.  
Expediente

GVGR/mcr

## AGRADECIMIENTOS

Agradezco infinitamente a mi *Padre Celestial "Jehová Dios"* por haberme permitido concluir satisfactoriamente el presente proyecto de tesis, brindándome salud y vida.

Al *Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT)* por brindarme el apoyo económico otorgado durante mi estancia de formación profesional.

Al *Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico (CENIDET)* por brindarme la oportunidad de escalar un peldaño más para tener mejores oportunidades.

Al *Lic. Daniel Jiménez y Lic. Inés Peralta*, personal del *Consejo Nacional de Fomento Educativo (CONAFE)* por brindarme y facilitarme el apoyo tanto administrativo como económico durante el periodo estipulado del contrato acordado.

A mi director de tesis, *Dr. Andrés Blanco Ortega* por brindarme su valiosa amistad, por la confianza y sobre todo por el apoyo continuo durante el periodo de tesis, Gracias.

A mis revisores, *Dr. Jorge Colín Ocampo, Dr. Eladio Martínez Rayón y Arturo Abúndez Pliego* por aceptar formar parte del comité revisor, dar sugerencias y críticas constructivas del proyecto. Gracias.

A todos mis profesores que me compartieron parte del conocimiento y experiencia que han adquirido a través del trayecto recorrido con tanto esfuerzo y dedicación en su formación profesional.

En general al departamento de Ingeniería Mecánica y servicios administrativos, por todas las atenciones y facilidades otorgadas en el momento requerido.

A *Eduardo Barrero Hernández*, más que un amigo eres como un hermano para mí, gracias por tus consejos y sobre todo por brindarme tu valiosa amistad.

*Sarita Peláez* no tengo palabras para agradecerte todo lo que has hecho por mí, en verdad te expreso mis más sinceros agradecimientos.

A *Celeste* por tu valiosa amistad especial, por los agradables "ratitos" de charla que tuvimos y que incondicionalmente estuviste cuando lo necesité, Gracias.

A *Yoana Raquel* por creer en mí y por brindarme palabras reconfortantes en los momentos difíciles.

*Anita Pérez Martínez* gracias por brindarme tu bonita y valiosa amistad, Gracias

A mis amigos que siempre han estado al pendiente de mí y que sin duda alguna tuvimos la oportunidad de convivir y tener momentos agradables durante la carrera *Andrew Cadena, Benjamín Saher, Luis Vázquez, Katsushiko Yoshimura, José de Jesús Valles, Héctor Azcaray, Jesús Alberto Chevez* alias "el Primais", *Virgilio Meza* alias "el Vikito", *Raúl Barrera* alias "Rulito", *José Manuel Delgado Cuenca* alias "el campeón de la banda", *Rabisel Escobar* alias "el mayor", *Williams Escobar* "Soldadito".

## DEDICATORIA

### *A mi madre:*

Especialmente para ti madre mía, Binda Luz Pérez que gracias a ti y con tanto esfuerzo supiste guiarme por el sendero del bien, madre mía te amo, te agradezco infinitamente por brindarme tu cariño y amor en todo momento.

### *A mi padre:*

Víctor Manuel Penagos (QEPD), no fue mucho el tiempo que estuviste conmigo, pero aun así siempre estas presente en cada día de mi vida, me enseñaste lo que es ser una persona de trabajo combinando los valores morales, con tus acciones me enseñaste que para ser alguien en la vida tienes que sacrificar lo más valioso que tienes alejándote de tu familia para salir adelante.

### *A mi familia:*

Keren Pamela, Oscar Pérez Villatoro, Eustorgio Penagos, Juan Jesús Penagos, Emma Penagos, Julio Cesar Penagos, Zuleyma Ramos y el pequeño consentido de la familia, Cesar Eduardo Penagos, por estar al pendiente de mí en todo momento y también por brindarme todo el cariño y amor incondicional.

### *A mis familiares y amigos.*

*Hay que reír y llorar, amar, trabajar, gozar y sufrir, vibrar todo lo que se pueda y en todos los sentidos.*

## Resumen

En esta tesis se presenta el Diseño y Construcción de un Robot Paralelo de 2 grados de libertad utilizando guías lineales para rehabilitar el tobillo humano. En la primera parte de esta investigación se realizó un estudio del estado del arte para conocer los trabajos orientados a rehabilitación de tobillo, encontrando que la configuración seleccionada no se encuentra dentro de los trabajos desarrollados hasta el momento. El Robot Paralelo es capaz de emular los movimientos de dorsiflexión- plantarflexión e inversión-eversión del tobillo humano.

En el proceso de diseño primero se desarrolla el modelo matemático con las ecuaciones de Euler Lagrange. El modelo matemático incluye la cinemática y dinámica del Robot Paralelo, en la cinemática se determina la posición lineal, velocidad lineal de las guías y la posición angular de la plataforma móvil, y para la dinámica se consideran las cargas de trabajo aplicadas en la plataforma móvil y la inercia de todas las piezas que estarán en movimiento durante el funcionamiento del Robot Paralelo.

Luego de encontrar el modelo matemático se realiza el diseño virtual del prototipo con software CAD (Diseño Asistido por Computadora), el mismo diseño virtual se utilizó para hacer un análisis estructural de esfuerzos considerando los materiales y las condiciones de carga con el paquete de simulación de elemento finito llamado ANSYS (Análisis de sistemas), esto para monitorear el comportamiento de los esfuerzos generados internamente en las piezas involucradas al someterlo a las cargas de trabajo, así como también encontrar el factor de seguridad. Antes de construir el prototipo se realizó una simulación con el software de ADAMS (Análisis Dinámico Automatizado de Sistemas Mecánicos), esto para compararlo con los resultados obtenidos con el modelo matemático en cuanto a cinemática y dinámica de la plataforma móvil y así asegurar el funcionamiento óptimo de los movimientos que se requieren para la rehabilitación del tobillo humano.

Para la construcción del robot paralelo se utilizan dos guías lineales como actuadores, cada guía lineal cuenta con un motor a pasos que se accionan con un microcontrolador.

Finalmente, se presentan pruebas de rehabilitación pasiva del tobillo con el prototipo físico y un paciente sano, validando la funcionalidad del robot paralelo de dos grados de libertad.

## **Abstract**

The design and construction of a parallel robot with two degrees of freedom to rehabilitate the human ankle is presented in this thesis. In the first part, an art study to know the focused research to human ankle rehabilitation is presented finding that the selected configuration is not found within the work carried out so far. The Parallel Robot is able to emulate the movements such dorsiflexion-plantarflexión and inversion-eversion of human ankle.

In the design process first mathematical model is developed with the equations of Euler Lagrange. The mathematical model includes the kinematics and dynamics of Parallel Robot, in the kinematic linear position and velocity of linear guides and the angular position of the mobile platform is determined, and dynamics takes into account the forces work applied in the movable platform and bodies's inertia which will be in movement during the functioning Parallel Robot.

After finding the mathematical model, is development the virtual design of prototype with software CAD, the same virtual design was used for make a structural analysis of stress considering materials and conditions of loads with the simulation package called Ansys (Analysis system). This for monitoring the behavior of the internally stress generated in the interacting bodies, as well as find the security factor. Before of build the physical prototype was make a simulation with the software CAE (Computer Aided Engineering) ADAMS (Automated Dynamic Analysis of Mechanical Systems), simulation results was are compared with mathematical model results with respect kinematics and dynamics of movable platform and thus ensure the optimal functioning of the movements which are required for the rehabilitation of ankle human.

For the construction of the parallel robot, two linear guides and actuators are used, each linear guide has a stepper motor which are operated with a microcontroller. Finally, tests of passive ankle rehabilitation with the physical prototype and a healthy patient, validating the functionality of the parallel robot with two degrees of freedom, are presented.

## Terminología y Simbología

- F: Fuerza requerida para empujar la tuerca.
- M: Movilidad de mecanismo espacial.
- N: Factor de seguridad.
- R: Revoluciones del motor.
- A: Velocidad de avance del tornillo de potencia.
- L: Función Lagrangiana ( $K_{Total}-V$ ).
- P: Carga.
- V: Energía potencial.
- CAD: Computer-Aided Design o Diseño Asistido por Computadora.
- CAE: Computer-Aided- Engineering ó Ingeniería Asistida por Ordenador.
- GDL: Grado de libertad.
- LA: Avance de la cuerda.
- LPAA: Ligamento Peroneoastagalino.
- LPC: Ligamento Peroneocalcáneo.
- LTA: Ligamento Tibioperoneo Anterior.
- PWM: Pulse-width Modulation o modulación por ancho de pulso.
- X, Y, Z: Sistema global de coordenadas.
- a: distancia de la carga.
- d: diámetro con varios subíndices.
- j: Número de pares cinemáticos.
- m: Masa.
- n: Número total de eslabones en el sistema.
- p: Paso de la cuerda.
- x: Coordenada generalizada.
- ❖  $\dot{X}$ : Velocidad lineal de la barra circular en dirección horizontal.
- ❖  $\dot{Y}$ : Velocidad lineal de la barra circular en dirección vertical.
- ❖  $\dot{r}_i$ : Velocidad lineal eslabones móviles.
- ❖  $J_p$ : Momento de inercia de la plataforma móvil.
- ❖  $K_{Total}$ : Energía cinética total del robot paralelo.
- ❖  $R_i$ : Reacciones en rotulas.
- ❖  $T_d$ : Torque para bajar la carga.
- ❖  $T_u$ : Torque para levantar la carga.
- ❖  $f_i$ : Numero de grados de libertad de todos los pares cinemáticos.
- ❖  $m_1$ : Masa del carro instalado en la guía lineal.
- ❖  $m_2$ : Masa de la barra circular solida con esfera.
- ❖  $r_i$ : Número de eslabón de la ecuación de cierre de circuito.
- $\alpha$ : Ángulo radial de la cuerda.
- $\theta$ : Ángulo de rotación de plataforma móvil.
- $\lambda$ : Ángulo de avance.
- $\mu$ : Coeficiente de fricción.
- $\tau$ : Torque del motor.



## Indice general

Agradecimientos .....	I
Dedicatoria.....	II
Resumen .....	III
Abstract.....	IV
Terminología y Simbología .....	V
Indice general.....	VI
Indice de figuras .....	VIII
Indice de tablas .....	X
<b>Capítulo I. Introducción .....</b>	<b>1</b>
2.1 Antecedentes.....	1
2.2 Planteamiento del problema.....	6
2.2.1 Definición del problema .....	6
2.3 Objetivos de la tesis .....	6
2.3.1 Objetivo general .....	6
2.3.2 Objetivos específicos.....	6
2.4 Justificación del problema .....	7
2.5 Alcance y limitaciones.....	8
2.6 Limitaciones.....	8
2.7 Productos y beneficios esperados .....	8
2.8 Aportación de la Tesis .....	9
2.9 Organización de la tesis .....	9
<b>Capítulo II. Marco Teórico .....</b>	<b>10</b>
3.1 Introducción a los Robots Paralelos.....	10
3.2 Biomecánica del Tobillo Humano.....	12
3.2.1 Análisis y observación del movimiento humano.....	12
3.2.2 Planos y ejes de movimiento del cuerpo humano .....	12
<b>Capitulo III. Modelo matemático y Simulación de Robot Paralelo .....</b>	<b>15</b>
4.1 Modelos Matemáticos .....	15
4.1.1 Análisis de movilidad.....	15
4.1.2 Análisis Cinemático .....	17
4.1.3 Análisis Dinámico .....	20
4.2 Análisis de esfuerzos y factor de seguridad .....	23
4.2.1 Análisis estático.....	23
4.2.2 Análisis de Elemento Finito .....	27
4.2.3 Factor de seguridad .....	28
4.3 Tornillos de potencia.....	29

4.3.1	Descripción del tornillo de potencia.....	31
4.3.2	Análisis de fuerzas en el tornillo de potencia y tuerca .....	32
4.4	Simulación virtual de robot paralelo en Adams View .....	33
4.4.1	Controlador Proporcional Derivativo para el Robot Paralelo .....	33
4.4.2	Comparación de la respuesta del modelo matemático con la simulación de Adams View	37
<b>Capítulo IV. Diseño y Construcción de Robot Paralelo .....</b>		<b>39</b>
5.1	Diseños virtuales previos a la obtención del diseño virtual final .....	39
5.2	Diseño conceptual de la configuración seleccionada del Robot Paralelo .....	43
5.3	Construcción y ensamble de Robot Paralelo.....	47
5.4	Etapas de potencia .....	49
5.5	Pruebas de funcionalidad y resultados experimentales .....	51
5.5.1	Resultados de dorsiflexión .....	54
5.5.2	Resultados de plantarflexión .....	55
5.5.3	Resultados de inversión-eversión.....	56
<b>Capítulo V. Conclusiones y Trabajos Futuros de Robot Paralelo .....</b>		<b>57</b>
6.1	Conclusiones .....	57
6.2	Trabajos Futuros.....	59
<b>Referencias Bibliográficas .....</b>		<b>60</b>
Apéndice A	Biomecánica del Tobillo Humano.....	66
Apéndice B	Motor a pasos Nema.....	70
Apéndice C	Pares Cinemáticos en Robots Paralelos.....	73
Apéndice D	Piezas que componen al Robot Paralelo .....	76
Apéndice E	Planos de piezas maquinadas .....	79
Apéndice F	Manufactura de piezas con el torno CNC DINAMACH.....	86

## Índice de figuras

Figura 1-1: Robot paralelo de 2 grados de libertad [7].	1
Figura 1-2: Mecanismo para rehabilitación de tobillo basado en una mesa XY [1].	2
Figura 1-3: Robot paralelo de 1 grado de libertad (Rehabilitador de Tobillo) [2].	3
Figura 1-4: Robot paralelo de 3 grados de libertad grados de libertad [3].	3
Figura 1-5: Rehabilitador OptiFlex Ankle CPM [8].	3
Figura 1-6: Ankle Exerciser [9].	4
Figura 1-7: Kinetec 5090 [10].	4
Figura 1-8: Fisiotek -25005 [11].	4
Figura 1-9: Ankle CPM [12].	5
Figura 1-10: Dispositivo Breva de dos grados de libertad [13].	5
Figura 2-1: Robot en serie [21].	10
Figura 2-2: Robot Paralelo [22].	10
Figura 2-3: Simulador de vuelos de 6 grados de libertad [7].	11
Figura 2-4: Planos anatómicos de movimiento de cuerpo humano [26].	12
Figura 2-5: Planos anatómicos de movimiento en el pie humano [23].	13
Figura 2-6: Movimiento de dorsiflexión y plantarflexión [27].	13
Figura 2-7: Movimiento de inversión-eversión [27].	13
Figura 2-8: Movimiento de aducción-abducción, [27].	14
Figura 3-1: Diagrama cinemático de robot paralelo.	18
Figura 3-2: Diagrama vectorial de cierre de circuito.	18
Figura 3-3: Modelo Dinámico de robot paralelo programado con bloques en Simulink.	22
Figura 3-4: Respuesta del modelo Matemático de cadena cinemática HPPS.	22
Figura 3-5: Diagrama de cuerpo libre de plataforma móvil.	24
Figura 3-6: Diagrama de cuerpo libre de rotula.	25
Figura 3-7: Reacción de rotula $R_{AY}$ accionado por motor 2.	26
Figura 3-8: Reacción de rotula $R_{BY}$ accionado por el motor 1.	26
Figura 3-9: Reacción del poste central $R_{CY}$ .	26
Figura 3-10: Modelo virtual de robot paralelo para simulación en ANSYS.	27
Figura 3-11: Cargas aplicadas en el eje X.	28
Figura 3-12: Concentración de esfuerzos de la barra sólida circular con esfera.	28
Figura 3-13: Factor de Seguridad de Robot Paralelo.	29
Figura 3-14: Cuerda trapezoidal Acme [26].	29
Figura 3-15: Análisis de fuerzas en el punto de contacto tornillo –tuerca en una cuerda Acme [26].	30
Figura 3-16: Perfil trapezoidal rosca Acme.	32
Figura 3-17: Ambiente de Adams View.	33
Figura 3-18: Vista Isométrica del Robot paralelo en Adams View.	34
Figura 3-19: Ángulo con respecto al eje Z accionando el motor 1.	36
Figura 3-20: Ángulo con respecto al eje Y accionando motor 1.	37
Figura 3-21: Ángulo con respecto al eje X accionando motor 1.	37
Figura 3-22: Desplazamiento angular de la plataforma móvil con respecto al eje z, accionando motor 1.	38

Figura 3-23: Desplazamiento angular de la plataforma móvil con respecto al eje Z accionando el motor .....	38
Figura 4-1: Diseño 1. Configuración HRSS.....	40
Figura 4-2: Diseño 2. Configuración HRSS.....	40
Figura 4-3: Diseño 3. Configuración HPRS, a) Vista superior, b) Vista isométrica, c) Vista lateral. ....	41
Figura 4-4: Diseño 4: Configuración HPSU .....	41
Figura 4-5: Diseño 5. Configuración HPSS. ....	42
Figura 4-6: Diseño virtual final seleccionado .....	42
Figura 4-7: Estructura interna de guía lineal. ....	43
Figura 4-8: Configuración seleccionada de Robot Paralelo de 2 grados de libertad.....	44
Figura 4-9: Unión guía lineal con base fija .....	44
Figura 4-10: Representación gráfica de carro y tornillo de potencia en guía lineal. ....	44
Figura 4-11: Par cinemático H, tornillo-tuerca. ....	45
Figura 4-12: Chumacera con rodamiento lineal. ....	45
Figura 4-13: Conexión fija entre chumacera lineal y carro. ....	45
Figura 4-14: Par cinemático de tipo prismático. ....	46
Figura 4-16: Unión esférica entre plataforma móvil y barra circular solida de acero. ....	46
Figura 4-17: Vista Superior.....	46
Figura 4-18: A) Vista lateral derecha; B) Vista frontal.....	47
Figura 4-19: Vista isométrica. ....	47
Figura 4-20: Piezas para ensamblar el Robot Paralelo.....	47
Figura 4-20: Ensamble chumacera lineal con guía lineal.....	48
Figura 4-21: Ensamble de guías lineales con base fija, poste central con base fija. ....	48
Figura 4-22: Prototipo físico de Robot Paralelo terminado. ....	48
Figura 4-23: Representación gráfica de la etapa de potencia y control.....	49
Figura 4-24: Fuente de potencia, microcontrolador Arduino uno y 2 driver de potencia. ....	50
Figura 4-25: Prototipo físico de Robot Paralelo con sistema de potencia implementado.....	50
Figura 4-27: Smartphone con sensor para medir.....	51
Figura 4-28: Movimiento del tobillo de Dorsi-Plantarflexión .....	52
Figura 4-29: Movimiento del tobillo de inversión-eversión .....	52
Figura 4-30: Prototipo físico listo para realizar pruebas. ....	52
Figura 4-31: Referencia cero de la plataforma móvil.....	54
Figura 4-32: Movimiento de tobillo de Dorsiflexión. ....	55
Figura 4-33: Movimiento de Plantarflexión de tobillo a 30° .....	55
Figura 4-34: Movimiento de inversión-eversión de la plataforma móvil, A) inversión, B) referencia cero, C) eversión. ....	56

## Índice de tablas

Tabla 1: Ventajas y desventajas de los robots paralelos con respecto a los robots seriales. ....	2
Tabla 2: Comparación de precios entre guía lineal y actuador lineal.....	8
Tabla 3: Comparación de Robot Serie- Robot Paralelo, referenciado a [24]. ....	11
Tabla 4: Número de eslabones en el sistema general. ....	16
Tabla 5: Número de pares cinemáticos. ....	16
Tabla 6: Clases de carga.....	23
Tabla 7: Peso de la plataforma móvil.....	25
Tabla 8: Conversión de revoluciones de motor a ángulo de plataforma. ....	54
Tabla 9: Rehabilitación de un esguince agudo de tobillo.....	70
Tabla 10: Pares Inferiores. ....	76
Tabla 11: Componentes del Robot Paralelo.....	76

## Capítulo I

## Introducción

---

### 1.1 Antecedentes

Se dice que el tobillo humano es una de las articulaciones más propensas a sufrir lesiones graves como fracturas maleolares y esguinces, esto debido a que el tobillo soporta fuerzas de compresión de hasta 5 veces el peso del cuerpo sobre superficies planas y fuerzas de cizallamiento (hacia adelante y hacia atrás) de hasta una vez el peso corporal [1], para el tratamiento de estas lesiones frecuentemente se usa una etapa de terapia física en donde el tobillo del paciente se somete a una serie de ejercicios para recuperar las aptitudes físicas perdidas a causa del incidente traumático, para tal terapia física actualmente se están utilizando dispositivos mecánicos automatizados tales como los robots paralelos, ya que ofrecen este tipo de terapia física que ayudan a la rehabilitación de tobillo. El interés por desarrollar nuevas configuraciones de dispositivos mecánicos para la rehabilitación de tobillo está en constante mejora, esto se puede observar debido a que en las universidades, sector privado y tal es el caso del Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico ya se cuenta con tres configuraciones orientadas a la rehabilitación pasiva del tobillo [2, 3, 4, 5].

En general los robots paralelos son mecanismos de cadena cinemática cerrada en donde su configuración se basa en dos plataformas, una llamada base fija y la otra plataforma móvil o efector final, ver Figura 1-1. La plataforma móvil está conectada a la base a través de eslabones formando cadenas cinemáticas cerradas e independientes, en general los eslabones que unen a las dos plataformas se pueden considerar como las piernas del robot paralelo, son simétricas y están unidas por diferentes tipos de pares cinemáticos, como son rotacionales; prismáticas, universales y esféricas. Se han utilizado en un gran número de aplicaciones que van desde la astronomía, rehabilitación médica, hasta simuladores de vuelo, y se están convirtiendo en los manipuladores más populares en la industria de las máquinas-herramientas [6].

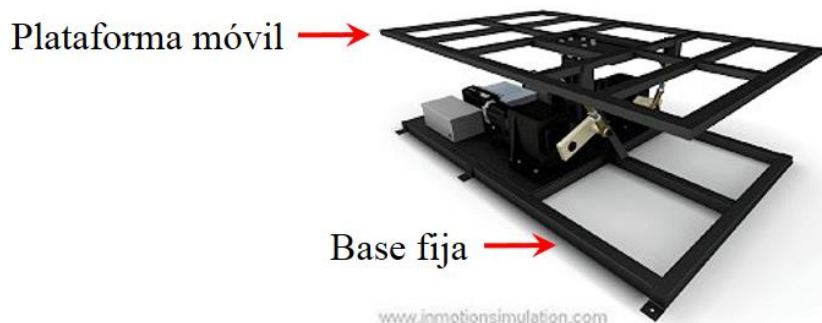


Figura 1-1: Robot paralelo de 2 grados de libertad [7].

# Capítulo I. Introducción

Los robots paralelos ofrecen ventajas que los robots en serie no tienen, ver Tabla 1.

Tabla 1: Ventajas y desventajas de los robots paralelos con respecto a los robots seriales.

VENTAJAS	DESVENTAJAS
Poseen una estructura más rígida	Menor espacio de trabajo
Alta precisión	Difícil de obtener su dinámica y cinemática
Capacidad de manipular grandes cargas	Mayor número de eslabones y uniones
Altas velocidades y aceleraciones	Puede presentar singularidades
Mejores características dinámicas	
Baja inercia	

Retomando la aplicación de rehabilitación médica como un caso de estudio para el diseño de este Robot Paralelo, se presentan los siguientes dispositivos basados en Robots Paralelos. El Robot Paralelo llamado rehabilitador de tobillo basado en una mesa XY, Ver Figura 1-2, es de 2 grados de libertad y es accionado mediante dos motorreductores de corriente directa, estos motores están acoplados directamente a un sistema de guía lineal, lo que permite tener los movimientos horizontal y vertical de la mesa X-Y, el movimiento horizontal de la guía lineal permite realizar los movimientos de abducción-aducción del tobillo, el movimiento vertical de la guía lineal permite realizar los movimientos de dorsiflexión y plantarflexión. Tiene una plataforma fija y otra móvil, en la plataforma móvil es donde se apoyará el pie del tobillo a rehabilitar. Se utilizan uniones esféricas para unir la base móvil con la base fija y la mesa X-Y [2].



Figura 1-2: Mecanismo para rehabilitación de tobillo basado en una mesa XY [1].

En [3] se desarrolló un Rehabilitador de Tobillo de un grado de libertad utilizando el polinomio de Bézier como señal de entrada para el control del actuador lineal, esta trayectoria es de orden decimo y permite generar un movimiento de salida suave para accionar el actuador, lo cual se aprovecha para entregar una rehabilitación de tobillo de tipo pasivo, ver Figura 1-3, emula los movimientos de dorsiflexión-plantarflexión del tobillo. Las señales mioeléctricas han sido utilizadas para controlar actuadores electromecánicos de prótesis, sistemas robóticos de rehabilitación con movimientos basados en señales mioeléctricas, por lo que en [4] se implementa un sistema de accionamiento de tipo joystick conectado directamente al actuador lineal y retroalimentado mediante las señales mioeléctricas generadas al momento de accionar el joystick, las señales mioeléctricas se adquieren por medio de electrodos ubicados en partes específicas del antebrazo.

# Capítulo I. Introducción

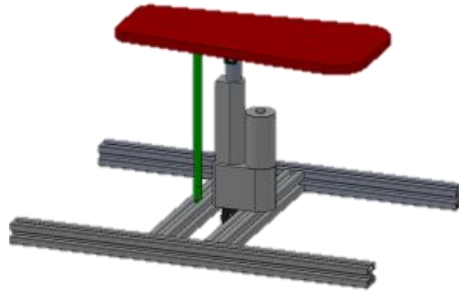


Figura 1-3: Robot paralelo de 1 grado de libertad (Rehabilitador de Tobillo) [2].

En [4] se construyó un “Robot Paralelo para Rehabilitación de Tobillo” de 3 grados de libertad, ver Figura 1-4, este robot es accionado con 3 actuadores lineales y proporciona los movimientos de dorsi-plantarflexión e inversión-eversión. El tercer grado de libertad es para subir o bajar de manera horizontal la plataforma.



Figura 1-4: Robot paralelo de 3 grados de libertad grados de libertad [3].

En la Figura 1-5 se presenta el dispositivo “OptiFlex Ankle CPM” desarrollado por RehabMart, ofrece movimiento pasivo continuo y permite a los pacientes mover su tobillo de una manera anatómicamente correcta y segura, es de 2 grados de libertad y permite los movimientos de dorsiflexión-plantarflexión hasta 40-0-60° respectivamente, así como también los movimientos de inversión-eversión hasta 40-0-20° respectivamente, [8].



Figura 1-5: Rehabilitador OptiFlex Ankle CPM [8].



## Capítulo I. Introducción

En la Figura 1-6 se desarrolló un dispositivo con un sistema de dos resortes acoplados a un soporte, es de 1 grado de libertad y realiza los movimientos de dorsiflexión y plantarflexión, el pie se monta sobre la base laminada y la base laminada está unida al soporte, este rehabilitador ofrece rehabilitación de tipo resistiva.



Figura 1-6: Ankle Exerciser [9].

El dispositivo que se presenta en la Figura 1-7 se llama Kinetec 5090, es de 2 grados de libertad y puede generar los movimientos de dorsiflexión-plantarflexión y aducción-abducción [10].



Figura 1-7: Kinetec 5090 [10].

El dispositivo de la Figura 1-8, sirve para rehabilitar la rodilla y el tobillo, para el tobillo solo puede realizar el movimiento de dorsiflexión-plantarflexión con una amplitud de 20 a  $-40^{\circ}$  respectivamente [11].



Figura 1-8: Fisiotek -25005 [11].

# Capítulo I. Introducción

El rango de movimiento del dispositivo Ankle CPM presentado en la Figura 1-9 es de  $50^\circ$  para plantarflexión y de  $40^\circ$  para dorsiflexión, así también para inversión es de  $40^\circ$  y eversión es de  $20^\circ$ . En este dispositivo se utilizan dos motores de corriente directa convirtiéndolo en un robot de dos grados de libertad no sobreactuado [12].



Figura 1-9: Ankle CPM [12].

Finalmente en la Figura 1-10 se presenta el dispositivo de movimiento pasivo continuo diseñado por Kinetec denominado Breva, puede realizar los movimientos de plantarflexión-dorsiflexión de  $40$  a  $30^\circ$  respectivamente, para el movimiento de inversión-eversión tiene un rango de  $25$  a  $25^\circ$  respectivamente.



Figura 1-10: Dispositivo Breva de dos grados de libertad [13].

De acuerdo con todos los dispositivos revisados anteriormente se observa que solamente en [2] Fabio Gómez presenta un diseño en donde utiliza las guías lineales para generar los movimientos de plantarflexión-dorsiflexión, aducción-abducción, por lo que comparado con el diseño que se propone para este proyecto de tesis comparten la misma movilidad, será de dos grados de libertad, y el movimiento de aducción-abducción será una variante en este Robot Paralelo ya que se tendrán los movimientos de inversión-eversión. Ahora bien de acuerdo con la revisión que se realizó con respecto a la amplitud de movimiento de dorsiflexión se encuentra que los autores manejan diferentes amplitudes comenzando desde  $20^\circ$  hasta  $30^\circ$ , por ejemplo (Nigel Palastanga et al, 2000) [14] menciona que para dorsiflexión son  $30^\circ$  y para plantarflexión son

# Capítulo I. Introducción

50°, (Eugene Sherry et al, 2000 ) [15] menciona que la articulación tibioastragalina permite 25° de dorsiflexión y 35° de plantarflexión, (L. Chaitow et al, 2006) [16] menciona que para la dorsiflexión son 20° y para plantarflexión son 50°. Por lo que tomando en consideración estas amplitudes de movimiento se eligen 20° para dorsiflexión y 30° para plantarflexión.

## 1.2 Planteamiento del problema

### 1.2.1 Definición del problema

Debido a las recientes investigaciones en el campo de los robots paralelos se ha detectado que uno de los problemas fundamentales se debe a las singularidades esto debido a las diferentes configuraciones que se utilizan para construirlos, cuando los elementos de un robot paralelo presentan una singularidad entonces se expone a fuerzas grandes provocando una avería en el robot [17].

El problema general del presente proyecto de investigación es encontrar una configuración adecuada para lograr un mayor espacio de trabajo, evitar singularidades y manipular la plataforma móvil en una posición deseada.

Se propone diseñar y construir un prototipo de robot paralelo implementando un sistema de dos guías lineales con rosca Acme, desde un punto de vista cinemático las guías lineales servirán para evitar las singularidades, además de ofrecer ventajas como son: una mayor rigidez, soportar cargas grandes e incrementar el área de trabajo, debido a que la rehabilitación de tobillo se hace con movimientos suaves, entonces el Robot Paralelo tiene que ser de Movimiento Pasivo Continuo.

## 1.3 Objetivos de la tesis

### 1.3.1 Objetivo general

Diseñar y construir un robot paralelo con dos guías lineales para posicionamiento angular de una base móvil.

### 1.3.2 Objetivos específicos

1. Obtener el modelo matemático que rige el comportamiento del Robot Paralelo utilizando las dos guías lineales.
2. Diseñar un prototipo virtual de un Robot Paralelo con un Software CAD para analizar su cinemática y dinámica.
3. Simular el prototipo virtual con un software CAE para comparar los resultados obtenidos con el modelo matemático.
4. Construir el prototipo físico del Robot Paralelo para realizar las pruebas de funcionalidad.

# Capítulo I. Introducción

## 1.4 Justificación del problema


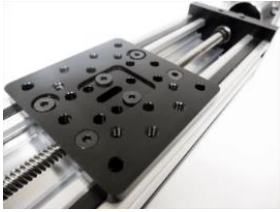
El interés por el estudio de los robots paralelos comenzó en la década de los 80's. Hasta la fecha este interés aún se mantiene por parte de los centros de investigación y sector privado, incorporando nuevos diseños para mejorar el desempeño de su funcionamiento, dando prioridad a los problemas de singularidades cinemáticas y que no sean redundantes, es decir que no estén sobreactuados [18].

La motivación para desarrollar el proyecto de tesis se realiza con base en los artículos revisados en los antecedentes, en [2] se construye un Robot Paralelo rehabilitador de tobillo, este Robot Paralelo proporciona los movimientos de dorsiflexión-plantarflexión, abducción-aducción y consiste de dos guías lineales con motorreductores de corriente directa, para los movimientos horizontal y vertical de la mesa X-Y, se utilizan uniones esféricas para unir la base móvil con la base fija y la mesa X-Y; en [3] se desarrolló un Rehabilitador de Tobillo de un grado de libertad utilizando el polinomio de Bézier como señal de entrada para el control del actuador lineal, esta trayectoria es de orden decimo y permite generar un movimiento de salida suave para accionar el actuador, lo cual se aprovecha para entregar una rehabilitación de tobillo de tipo pasivo, emula los movimientos de dorsiflexión-plantarflexión del tobillo. Las señales mioeléctricas han sido utilizadas para controlar actuadores electromecánicos de prótesis, sistemas robóticos de rehabilitación con movimientos basados en señales mioeléctricas, por lo que en [4] se implementa un sistema de accionamiento de tipo joystick conectado directamente al actuador lineal y retroalimentado mediante las señales mioeléctricas generadas al momento de accionar el joystick, las señales mioeléctricas se adquieren por medio de electrodos ubicados en partes específicas del antebrazo. En [4] se desarrolló un Robot Paralelo para Rehabilitación de Tobillo, dicho robot cuenta con tres grados de libertad y es capaz de emular los tres movimientos del tobillo humano, en [5] se implementa un sistema de sensores mioeléctricas que sirven para adquirir las señales producidas por los músculos para luego procesarlas en señales de control para accionar el rehabilitador de Tobillo de un grado de libertad emulando dorsiflexión y plantarflexión del Tobillo humano. En esta tesis se propone implementar dos guías lineales en forma vertical debido a que se aprovecha mejor el espacio de trabajo, con las guías lineales se tiene la posibilidad de disminuir la altura inicial o punto cero de referencia de accionamiento con respecto a los actuadores lineales, los actuadores lineales de entrada ya traen una altura inicial incluida en la base, la carcasa y el vástago provocan que la altura inicial de accionamiento del actuador lineal sea mayor al de una guía lineal. Otro punto que le favorece a la guía lineal con respecto a un actuador lineal es su precio en el mercado, ver Tabla 2.

Dentro de las aplicaciones que se le atribuyen a los Robots Paralelos están principalmente los simuladores de vuelo, simuladores de autos deportivos, robótica médica, rehabilitación de tobillo, en esta tesis el prototipo físico está orientado a la rehabilitación del tobillo humano.

# Capítulo I. Introducción

Tabla 2: Comparación de precios entre guía lineal y actuador lineal

Actuador lineal	Características
 <p>www.pjolu.com</p>	Su precio se encuentra entre \$3500. <sup>00</sup> – 4000. <sup>00</sup> Voltaje de funcionamiento es de 12 VDC. Para evitar fallos prematuros el actuador debe montarse de forma que la carga no doble o gire el vástago del actuador, por lo que obliga a que la carga se aplique en el centro del actuador [19].
Guía lineal	
	Su precio es de \$2518. <sup>00</sup> Cuenta con un motor a pasos para mejor precisión. Tiene un torque de 123 N-cm Es rígida y ligera [20].

## 1.5 Alcance y limitaciones

Alcances:

- Diseñar y construir un robot paralelo de 2 grados de libertad con dimensiones a nivel prototipo.
- Implementar una ley de control en Adams View para posicionamiento de la plataforma móvil.
- Realizar pruebas de funcionamiento en el robot paralelo.

## 1.6 Limitaciones

- El Robot Paralelo está orientado a rehabilitación pasiva del tobillo humano, pero no se realizarán pruebas con un paciente que presente alguna lesión y requiera de rehabilitación.
- Para los movimientos del Robot Paralelo se contempla un movimiento pasivo continuo, por lo que se utilizarán los motores a pasos para una mayor precisión.
- Los movimientos por grado de libertad serán independientes, no se combinan los movimientos, por lo que no se tendrá una orientación de la plataforma móvil.

## 1.7 Productos y beneficios esperados

Se obtendrá el prototipo físico de un Robot Paralelo de dos grados de libertad para la aplicación de rehabilitación pasiva del tobillo humano, será capaz de realizar terapia pasiva para los movimientos de dorsi-flexión-plantarflexión e inversión-eversión.

# Capítulo I. Introducción

## 1.8 Aportación de la Tesis

La implementación del diseño de un Robot Paralelo basado en guías lineales con cuerda Acme, las guías lineales ayudan a eliminar las singularidades que se presentan en los robots paralelos, como en la rehabilitación pasiva se requieren movimientos suaves y precisión se opta por usar un motor a pasos por cada guía lineal, el motor ofrece una precisión de  $1.8^\circ$  lo cual es equivalente a 200 pasos por revolución.

## 1.9 Organización de la tesis

Esta tesis está organizada en 5 Capítulos, el contenido de cada capítulo es el siguiente:

En el capítulo 1 se presenta la revisión del estado del arte, a continuación la parte medular del presente proyecto de tesis conformado por los antecedentes, planteamiento del problema, definición del problema, se definen los objetivos general y específicos, así como también la justificación del porque la importancia de realizar el presente proyecto de tesis, en esta misma sección se describe brevemente el contenido de cada capítulo que integra el documento de tesis. El Capítulo 2 contiene el marco teórico, información técnica referente al tobillo humano y los robots paralelos.

En el capítulo 3 se aborda el desarrollo del modelo matemático tanto cinemático como dinámico de la cadena cinemática seleccionada, se presenta también un análisis estructural de la plataforma móvil realizada con el paquete de Elemento Finito de Ansys esto para garantizar el funcionamiento óptimo con respecto a concentración de esfuerzos y factor de seguridad, luego el mismo diseño CAD se exporta al programa de Adams View con extensión parasolid x\_t, esto para realizar las simulaciones virtuales del funcionamiento del Robot Paralelo, en Adams View se obtiene la posición deseada de la plataforma móvil programando la ecuación de control PD del torque en la parte del torque de cada motor, los resultados de simulación de Adams View y del modelo matemático que se obtiene con Matlab se comparan para verificar el funcionamiento del Robot Paralelo.

En el capítulo 4 se presentan los diseños virtuales analizados previamente a la selección del diseño final, una vez seleccionado la versión del diseño virtual final se describe detalladamente sus pares cinemáticos y partes que lo conforman. Así también se presenta la construcción física del prototipo de Robot Paralelo, la descripción de la etapa de potencia y el control de lazo abierto de los motores a pasos mediante un microcontrolador, pruebas realizadas con un paciente sano para dorsiflexión- plantarflexión e inversión-eversión para validar el funcionamiento del robot paralelo y los resultados generados en cada prueba.

El capítulo 5 contiene las conclusiones y trabajos futuros.

En el apéndice A se presenta la parte de Biomecánica del tobillo humano, en el apéndice B se encuentran las características del motor a pasos Nema 23, en el apéndice C se presentan los pares cinemáticos utilizados en Robots Paralelos, en el apéndice D se encuentran la lista de las piezas que integran al Robot Paralelo, en el Apéndice E se presentan los planos de las piezas maquinadas, el Apéndice F se muestran las piezas maquinadas con el torno CNC.

# Capítulo II

## Marco Teórico

---

En este capítulo se presenta la teoría utilizada para el desarrollo de la tesis, una breve introducción de robótica, se explican los movimientos que el tobillo puede realizar.

### 2.1 Introducción a los Robots Paralelos

En robótica existen varios criterios para la clasificación de los robots, basándose en su estructura cinemática se clasifican en robots seriales y robots paralelos. Un robot es serial cuando su estructura cinemática es una cadena en lazo abierto, ver Figura 2-1.



Figura 2-1: Robot en serie [21].

En la Figura 2-2, se presenta un robot paralelo, en general es un mecanismo formado por cadenas cinemáticas de lazo cerrado, estas cadenas cinemáticas son independientes y sirven para conectar la plataforma fija a la plataforma móvil [17].



Figura 2-2: Robot Paralelo [22] .

## Capítulo II. Marco Teórico

En los Robots Paralelos, existen dos eslabones llamados plataformas, uno fijo que forma a la base, y uno móvil llamado plataforma móvil o efector final, estas dos plataformas están unidas por los brazos. Las articulaciones que conforman estos brazos pueden o no ser actuadas. En la mayoría de los casos, se busca que los actuadores estén fijos a la base, para mejorar la dinámica del robot, en la Figura 2-3 se puede observar un Robot Paralelo que cuenta con seis actuadores hidráulicos, los cuales están montados directamente a la base fija. [23]. El número de grados de libertad de un manipulador paralelo es igual al número de sus extremidades. Los actuadores se montan en o cerca de la base, lo que contribuye a reducir la inercia de los manipuladores [23].



Figura 2-3: Simulador de vuelos de 6 grados de libertad [7].

En la Tabla 3 se realiza una comparación acerca de las características que presentan los robots paralelos y robots seriales respectivamente, por lo que se puede concluir de manera general que los robots paralelos son muy buenos para soportar cargas grandes de trabajo comparados con los robots seriales, esto debido a que las cargas se distribuyen sobre las cadenas cinemáticas que tiene de acuerdo a su configuración.

Tabla 3: Comparación de Robot Serie- Robot Paralelo, referenciado a [24].

<b>Robot Serie</b>	<b>Robot Paralelo</b>
Estructura poco rígida	Arquitectura más rígida
Baja relación carga/peso del manipulador	Relación carga/peso muy superior
Robot más pesado	Robot ligero
Baja precisión. Precisión del posicionamiento. Los errores en las articulaciones crecen de elemento a elemento y se acumulan hasta el elemento terminal.	Alta precisión. Los errores en las articulaciones afectan con el mismo orden de magnitud a la posición de la plataforma.
Bajas velocidades y aceleraciones. Peores características dinámicas	Altas velocidades y aceleraciones. Mejor respuesta dinámica
Cinemática simple. Resolución analítica de las ecuaciones. Facilidad en el lazo de control	Cinemática compleja. Alto tiempo de computación. Dificultad en el control
Amplio espacio de trabajo	Espacio de trabajo más reducido
Técnica de calibración resuelta	Calibración compleja.
Posiciones singulares únicamente en el problema inverso	Posiciones singulares más complejas en problemas directo e inverso



# Capítulo II. Marco Teórico

Durante las últimas dos décadas, los manipuladores paralelos se les ha puesto más atención por parte de los investigadores debido a las características que se presentan en la Tabla 1, sección 1.1 respecto de los robots en serie. Por tanto, los robots paralelos tienen aplicaciones ampliamente potenciales en los campos de la robótica industrial, máquinas herramientas, robots médicos, simuladores de movimientos, [17].

## 2.2 Biomecánica del Tobillo Humano

### 2.2.1 Análisis y observación del movimiento humano

En los últimos años el avance en el conocimiento respecto al cuerpo humano ha sido rápido y una razón importante para dicho avance ha sido la colaboración entre cuatro ramas de la ciencia: la Medicina, la Biología, la Física y la Ingeniería. Por lo que se ha consolidado una nueva ciencia denominada Biomecánica, este término nace de la Biología y la Mecánica y puede definirse como el estudio de los fenómenos biológicos a través de los métodos de la Mecánica. Esto implica que tiene como objetivo el estudio de las fuerzas externas e internas (cinética) y de los movimientos asociados que afectan al ser humano (cinemática) [25].

### 2.2.2 Planos y ejes de movimiento del cuerpo humano

Para describir los movimientos del cuerpo humano, los especialistas emplean una serie de planos anatómicos que facilitan su comprensión. Todos los movimientos posibles que puede realizar un cuerpo o sus segmentos se producen sobre tres planos imaginarios que se interseccionan de manera perpendicular en el centro de masas del cuerpo, ver Figura 2-4. El movimiento se producirá en uno o varios planos específicos o en planos paralelos a estos. El movimiento en un plano siempre se producirá sobre un eje perpendicular a este plano. El plano y el eje de movimiento siempre serán perpendiculares, es decir, formando un ángulo de  $90^\circ$ . Los tres planos cardinales que tienen su origen en el centro de gravedad del cuerpo son el plano sagital, frontal y transverso [25].

- Plano sagital: divide el cuerpo en mitad derecha e izquierda.
- Plano frontal: divide el cuerpo en mitad anterior y posterior.
- Plano transverso: divide el cuerpo en mitad superior e inferior.

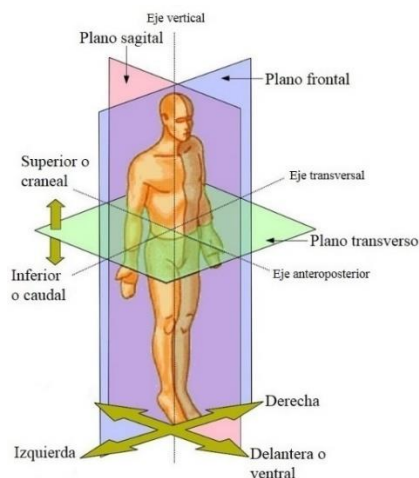


Figura 2-4: Planos anatómicos de movimiento de cuerpo humano [26].

## Capítulo II. Marco Teórico

En la Figura 2-5 se muestran los tres planos imaginarios orientando al tobillo humano, se puede observar que los movimientos siempre tendrán lugar en cualquiera de estos tres planos y sobre un eje, se tiene el eje transversal (plano sagital), eje anteroposterior (plano frontal) o eje vertical (plano transversal) [25].

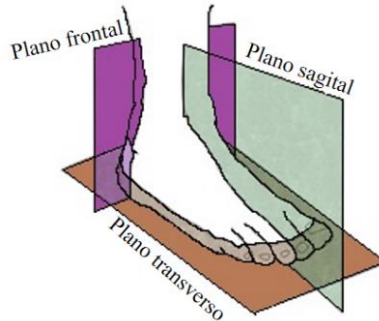


Figura 2-5: Planos anatómicos de movimiento en el pie humano [23].

En la Figura 2-6 se presenta el plano sagital, en este plano se generan los movimientos de dorsiflexión y plantarflexión, ambos movimientos son con respecto al eje transversal, en donde dorsiflexión es hacia arriba y plantarflexión es hacia abajo [25].

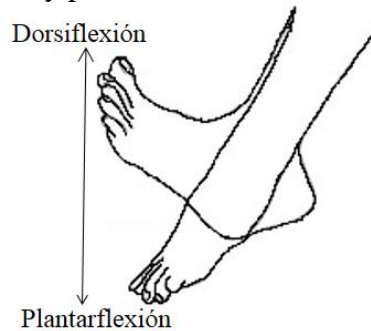


Figura 2-6: Movimiento de dorsiflexión y plantarflexión [27].

La Figura 2-7 presenta el plano frontal imaginario, en este plano se encuentran los movimientos de inversión y eversión del tobillo. El movimiento de la suela hacia afuera es la inversión y cuando el movimiento de la suela del pie es hacia adentro se llama eversión, estos movimientos son con respecto al eje anteroposterior [25].

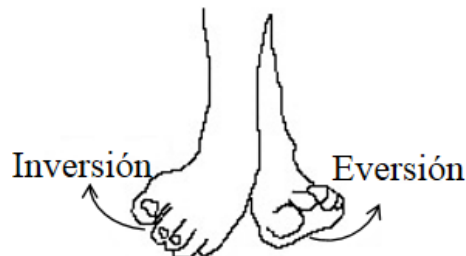


Figura 2-7: Movimiento de inversión-eversión [27].

## Capítulo II. Marco Teórico

El plano transverso se presenta en la Figura 2-8, en este plano se tienen los movimientos de aducción y abducción. En donde aducción es el movimiento de la zona anterior del pie hacia adentro y abducción es el movimiento de la zona anterior del pie hacia afuera, estos movimientos se generan con respecto al eje vertical, [25].

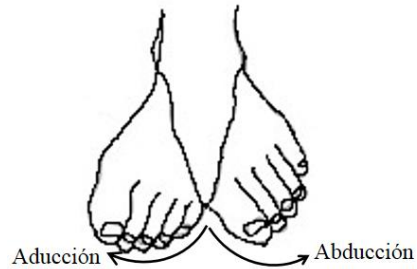


Figura 2-8: Movimiento de aducción-abducción, [27].

# Capítulo III

## Modelo matemático y simulación de robot paralelo

---

Antes de construir el prototipo físico del Robot Paralelo, se realizan diferentes análisis matemáticos y simulaciones para conocer el comportamiento general del mecanismo. Estos análisis incluyen la movilidad del mecanismo (se realiza de forma analítica con la ecuación de Kutzbach Grubler para eslabonamientos espaciales), el modelo matemático que rige el comportamiento tanto cinemático como dinámico (ambos análisis se desarrollan analíticamente y se verifica con simulaciones realizadas con software CAE (Adams View) presentando las simulaciones en su respectiva sección). También se realizan dos análisis estáticos en la plataforma móvil para las piezas que están sometidas a cargas estáticas y sometidas en contacto. El primer análisis consiste en encontrar las reacciones que se soportan los pares cinemáticos que unen a la plataforma móvil y la flecha circular sólida, para este primer análisis se utilizan el software CAE llamado Adams View. El segundo análisis sirve para saber e identificar los puntos de interés en donde se generan los esfuerzos máximos y encontrar un factor de seguridad, para este segundo análisis se utiliza el software de simulación CAE llamado ANSYS, solamente así se puede determinar si alguna pieza puede llegar a fallar ante las cargas que se aplican durante el funcionamiento del rehabilitador de tobillo.

### 3.1 Modelos Matemáticos

#### 3.1.1 Análisis de movilidad

Una propiedad importante en el análisis de mecanismos es el número de grados de libertad del eslabonamiento. El grado de libertad es el número de entradas independientes requeridas para posicionar con exactitud todos los eslabones de un mecanismo con respecto al suelo. También se puede definir como el número de actuadores necesarios para operar el mecanismo. El número de grados de libertad de un mecanismo también se conoce como movilidad, el cual se identifica con el símbolo  $M$ . Cuando la configuración de un mecanismo está completamente definida con el posicionamiento de un eslabón, el sistema tiene un grado de libertad. La mayoría de los mecanismos comerciales tienen un grado de libertad. En contraste, los brazos robóticos suele tener tres grados de libertad o incluso más, los robots paralelos pueden tener desde 1 hasta 6 grados de libertad, [28] .

El método utilizado para determinar la movilidad de un mecanismo plano se puede ampliar con facilidad a tres dimensiones. Cada eslabón no conectado en el espacio tiene 6 GDL (grado de libertad), y uno de los seis pares inferiores se puede utilizar para conectarlos, al igual que los pares superiores con más libertad. Una junta de un GDL elimina 5 GDL, una

### Capítulo III. Modelo Matemático de Robot Paralelo

de dos GDL elimina 4 GDL. La bancada elimina 6 GDL. Esto conduce a la ecuación de movilidad de Kutzbach para eslabonamientos espaciales [29].

$$M = 6(n - j - 1) + \sum_{i=1}^j f_i \quad (1)$$

Donde:

$M$  = Movilidad.

$n$  = Número total de eslabones en el sistema.

$j$  = Número total de pares cinemáticos.

$f_i$  = Número de grados de libertad de todos los pares cinemáticos.

Para el robot paralelo que se propone se determinará la movilidad empleando la ecuación de Kutzbach Grubler para eslabonamientos espaciales, en donde no se considera la geometría de los eslabones, [29], en la Tabla 4 se muestran los eslabones que conforman la cadena cinemática de tipo HPSS, comenzando la cadena cinemática desde la base fija y cerrándola en la plataforma móvil.

Tabla 4: Número de eslabones en el sistema general.

Número de eslabón	Nombre de eslabón
1	Base fija
2	Tornillo 1
3	Tuerca 1
4	Flecha con esfera 1
5	Plataforma móvil
6	Flecha con esfera 2
7	Tuerca 2
8	Tornillo 2

En la Tabla 5 se indican los 9 pares cinemáticos que se forman en una cadena cinemática, al hacer la suma de los grados de libertad por cada par cinemático se encuentra que el Robot paralelo tiene 14 grados de libertad totales.

Tabla 5: Número de pares cinemáticos.

Par cinemático	N.º de par cinemático	GDL
Base fija- tornillo 1	1	1
Tornillo-tuerca	2	1
Chumacera-flecha con esfera	3	1
Flecha con esfera-plataforma móvil	4	3
Plataforma móvil-esfera de poste central	5	2
Plataforma móvil-flecha con esfera	6	3
Flecha con esfera-chumacera	7	1
Tuerca-tornillo2	8	1
Tornillo 2- base fija	9	1
Total	9	14

## Capítulo III. Modelo Matemático de Robot Paralelo

Ahora bien retomando la ecuación (1) y sustituyendo los valores del número de eslabones, pares cinemáticos y grados de libertad, se tiene que la movilidad  $M$  es de 2 grados de libertad.

$$M = 6(8 - 9 - 1) + 14 = 2 \quad (2)$$

### 3.1.2 Análisis Cinemático

El análisis cinemático se refiere al estudio de la geometría de movimiento de un robot, sin considerar las fuerzas y torques que causan el movimiento [17]. Hay dos problemas fundamentales en la cinemática de un robot paralelo. El primer problema se suele conocer como el problema cinemático directo, mientras que el segundo es el problema cinemático inverso. Como las variables independientes en un robot son las variables de articulación, y una tarea se suele dar en términos del sistema de coordenadas de referencia, por lo tanto se utiliza de manera más frecuente la cinemática inversa. Generalmente, muchos sistemas tridimensionales se analizan de manera bidimensional, cuando sus movimientos sólo se dan en un plano o en planos paralelos [30]. En el análisis cinemático y dinámico del robot paralelo se toma en consideración el movimiento plano, como definición la cinemática directa determina la posición de la plataforma móvil cuando se conoce las coordenadas articulares de cada actuador.

La cinemática inversa determina las coordenadas articulares de cada actuador para una posición de la plataforma móvil conocida. El problema de la cinemática inversa no es tan simple como el de la cinemática directa. Debido a que las ecuaciones cinemáticas son no lineales, su solución no siempre es sencilla, o incluso posible en una forma cerrada. La existencia o inexistencia de una solución cinemática define el espacio de trabajo de un manipulador dado. La falta de una solución significa que el manipulador no puede obtener la posición y la orientación deseadas, ya que se encuentra fuera del espacio de trabajo del manipulador. Al realizar análisis de velocidad de un mecanismo es conveniente definir una matriz conocida como Jacobiano, ésta especifica la asignación de las velocidades en espacio cartesiano. La naturaleza de esta asignación cambia a medida que varía la configuración del manipulador. En ciertos puntos llamados singularidades esta asignación no es invertible. [31].

En la Figura 3-1, se muestra el robot paralelo indicando mediante vectores un circuito cerrado que se utilizará para determinar la cinemática. En este circuito se considera solo un movimiento angular  $\theta$  en el robot paralelo.

### Capítulo III. Modelo Matemático de Robot Paralelo

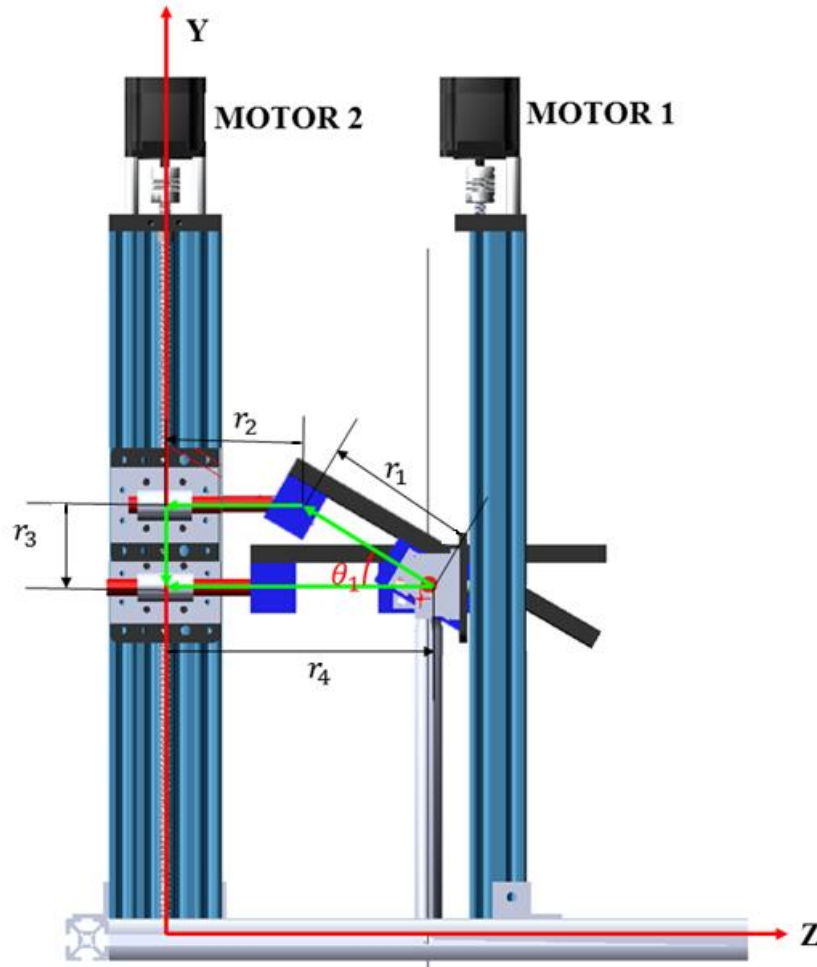


Figura 3-1: Diagrama cinemático de robot paralelo.

Donde  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $r_3$  y  $r_4$  corresponden a los eslabones 1, 2, 3 y 4 respectivamente. Considerando que no se requiere orientación en la plataforma móvil entonces se tiene movimiento plano con respecto a los dos ejes “X” y “Z”. Basta con hacer el análisis en un plano debido a que los motores de la plataforma móvil solo se accionarán independiente uno del otro. Por lo que a continuación se presenta el diagrama cinemático en el plano “YZ” mostrado en la ecuación de cierre de circuito (Cinemática inversa), ver Figura 3-2.

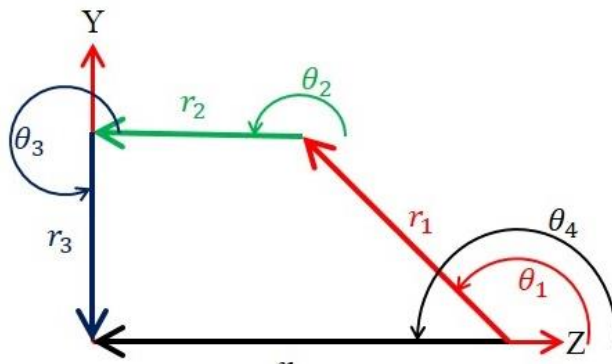


Figura 3-2: Diagrama vectorial de cierre de circuito.

### Capítulo III. Modelo Matemático de Robot Paralelo

Se consideran los siguientes ángulos:

$$\theta_2 = 180^\circ$$

$$\theta_3 = 270^\circ$$

$$\theta_4 = 180^\circ$$

$\theta_1$  = Valor deseado de plataforma

Donde  $r_1$   $r_2$   $r_3$   $r_4$  corresponden a los eslabones 1, 2,3 y 4 respectivamente.

$$r_1 = r_1 e^{j\theta_1}; \quad r_2 = r_2 e^{j\theta_2}; \quad r_3 = r_3 e^{j\theta_3}; \quad r_4 = r_4 e^{j\theta_4} \quad (3)$$

$$r_1 e^{j\theta_1} + r_2 e^{j\theta_2} + r_3 e^{j\theta_3} = r_4 e^{j\theta_4} \quad (4)$$

Utilizando las identidades de Euler Lagrange para números complejos se expande la ecuación (4) en:

$$\begin{aligned} r_1 \cos \theta_1 + jr_1 \sin \theta_1 + r_2 \cos \theta_2 + jr_2 \sin \theta_2 + r_3 \cos \theta_3 + jr_3 \sin \theta_3 \\ = r_4 \cos \theta_4 + jr_4 \sin \theta_4 \end{aligned} \quad (5)$$

Separando números reales de la ecuación

(5) se obtiene la ecuación (7):

$$r_1 \cos \theta_1 + r_2 \cos \theta_2 + r_3 \cos \theta_3 = r_4 \cos \theta_4 \quad (6)$$

$$r_1 \cos \theta_1 + r_2 \cos \theta_2 + r_3 \cos \theta_3 = -r_4 \quad (7)$$

Despejando  $r_2$  de (7) se obtiene:

$$r_2 = r_4 + r_1 \cos \theta_1 \quad (8)$$

Separando números imaginarios de la ecuación (5) se obtiene la ecuación (10):

$$r_1 \sin \theta_1 + r_2 \sin \theta_2 + jr_3 \sin \theta_3 = r_4 \sin \theta_4 \quad (9)$$

$$r_3 = r_1 \sin \theta_1 \quad (10)$$

Derivando (8) y (10) con respecto al tiempo se obtiene la velocidad de la rótula y del carro respectivamente:

$$\dot{r}_2 = \dot{X} = -r_1 \dot{\theta} \sin \theta_1 \quad (11)$$

$$\dot{r}_3 = \dot{Y} = r_1 \dot{\theta} \cos \theta_1 \quad (12)$$

Las ecuaciones (11) y (12) representan la velocidad lineal de los eslabones 2 y 3, teniendo como entrada el ángulo de la plataforma móvil del robot paralelo.



## Capítulo III. Modelo Matemático de Robot Paralelo

### 3.1.3 Análisis Dinámico

Para obtener el modelo matemático se utiliza el Formulismo de Euler Lagrange, en términos generales el método trabaja con la energía total del sistema, generada por fuerzas externas, masas inerciales, velocidad y desplazamientos; en donde las masas inerciales en movimiento traslacional o rotacional almacenan energía cinética, la energía potencial del sistema se almacena en las masas inerciales al momento en que las masas se desplazan o cambian de posición medida desde un punto fijo o referencia 0, la energía potencial solo se genera cuando los desplazamientos son en dirección Y, considerando el eje Y hacia arriba, y la energía es positiva cuando las masas inerciales se trasladan en dirección negativa del eje Y, y negativa cuando va en dirección positiva al eje Y.

Para una masa inercial lineal la energía cinética se expresa como sigue:

$$K = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 \quad (13)$$

De manera similar para una masa inercial rotacional es:

$$K = \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2 \quad (14)$$

La energía potencial de una masa inercial es:

$$V = m g h \quad (15)$$

Considerando:

$m_1$  =Masa del carro instalado en la guía lineal.

$m_2$  = Masa de la barra circular solida con esfera.

$J_p$  =Momento de inercia de la plataforma móvil.

$\dot{X}$  =Velocidad lineal de la barra circular en dirección horizontal.

$\dot{Y}$  =Velocidad lineal de la barra circular en dirección vertical.

$K_{Total}$  = Energía cinética total del robot paralelo.

$V$  = Energía potencial.

$T$ =Energía c

$L$  = Función Lagrangiana ( $K_{Total}-V$ ).

La energía cinética y potencial del sistema robot paralelo está dado por:

$$K_{Total} = \frac{1}{2} m_1 \dot{Y}^2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{X}^2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{Y}^2 + \frac{1}{2} J_p \dot{\theta}_1^2 \quad (16)$$

$$V = (m_1 + m_2) g r_1 \sin \theta_1 \quad (17)$$

Por definición la función lagrangiana de un sistema es la diferencia entre la energía cinética y potencial, siendo la energía un escalar, entonces la lagrangiana será una función escalar [32].

### Capítulo III. Modelo Matemático de Robot Paralelo

$$L = K_{Total} - V \quad (18)$$

$$L = \frac{1}{2}m_1 \dot{Y}^2 + \frac{1}{2}m_2 \dot{X}^2 + \frac{1}{2}m_2 \dot{Y}^2 + \frac{1}{2}J_p \dot{\theta}_1^2 - (m_1 + m_2)gr_1 \sin \theta_1 \quad (19)$$

Sustituyendo las velocidades (11) y (12) en la ecuación (19) se tiene:

$$L = \frac{1}{2}m_1 (r_1 \dot{\theta} \cos \theta_1)^2 + \frac{1}{2}m_2 (r_1 \dot{\theta} \cos \theta_1)^2 + \frac{1}{2}m_2 (-r_1 \dot{\theta} \sin \theta_1)^2 + \frac{1}{2}J_p \dot{\theta}_1^2 - (m_1 + m_2)gr_1 \sin \theta_1 \quad (20)$$

Aplicando la ecuación de Euler-Lagrange [32] para la coordenada generalizada,  $q_1 = \theta$ :

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = Q_i \quad (21)$$

Derivando parcialmente la ecuación (20) con respecto a  $\dot{\theta}$ :

$$\left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) = m_1 r_1^2 \cos^2 \theta_1 + m_2 r_1^2 \dot{\theta}_1 + J_p \dot{\theta}_1 \quad (22)$$

Derivando con respecto al tiempo la ecuación (22):

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) = m_1 r_1^2 \cos^2 \ddot{\theta}_1 + m_2 r_1^2 \ddot{\theta}_1 + J_p \ddot{\theta}_1 \quad (23)$$

Derivando parcialmente la ecuación (20) con respecto a  $\theta$

$$\left( \frac{\partial L}{\partial \theta} \right) = -m_1 r_1^2 \dot{\theta}_1^2 \sin \theta_1 \cos \theta_1 - (m_1 + m_2)gr_1 \cos \theta_1 \quad (24)$$

Sustituyendo las ecuaciones y (23) y (24) en la ecuación (21) se obtiene la ecuación diferencial que rige el comportamiento dinámico del robot paralelo.

Entonces el modelo matemático del robot paralelo está dado por la ecuación diferencial de segundo orden, no lineal, no homogénea (25).

$$\tau = m_1 r_1^2 \cos^2 \ddot{\theta}_1 + m_2 r_1^2 \ddot{\theta}_1 + J_p \ddot{\theta}_1 - \left[ -m_1 r_1^2 \dot{\theta}_1^2 \sin \theta_1 \cos \theta_1 - (m_1 + m_2)gr_1 \cos \theta_1 \right] \quad (25)$$

La ecuación diferencial de segundo orden (25) se resuelve con Simulink de Matlab, en la Figura 3-3 se observa la programación a través del diagrama de bloques que Simulink integra en su librería, la ecuación diferencial es no lineal por la presencia de los términos  $\sin \theta$  y  $\cos \theta$ .

Los parámetros de entrada son el torque del motor, momento de inercia de la plataforma móvil, la masa total del carro, longitud del eslabón 1, la masa del eslabón 1 (plataforma móvil), para resolver la ecuación diferencial son los siguientes:

### Capítulo III. Modelo Matemático de Robot Paralelo

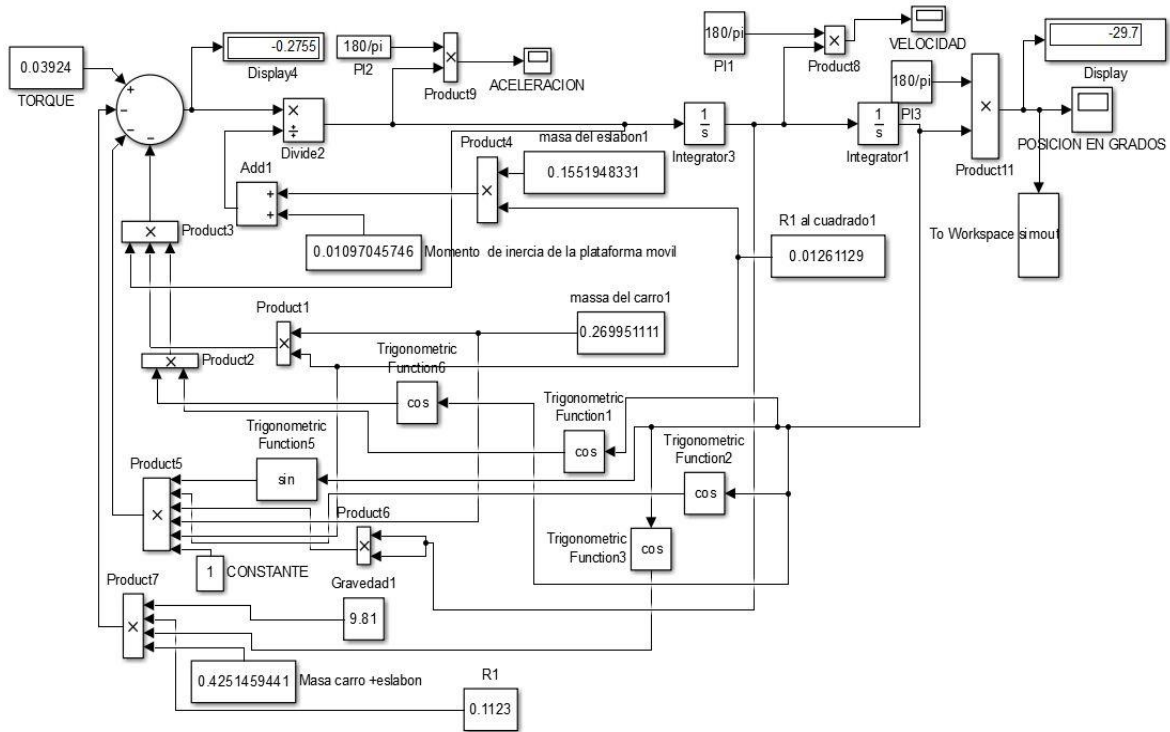


Figura 3-3: Modelo Dinámico de robot paralelo programado con bloques en Simulink.

En la Figura 3-4 se muestra la respuesta del modelo matemático de la cadena cinemática de tipo HPSS (Helicoidal-Prismático-Esférico-Esférico), se observa que se comporta de forma cuadrática debido a que el modelo matemático es no lineal y se encuentra en el dominio del tiempo.

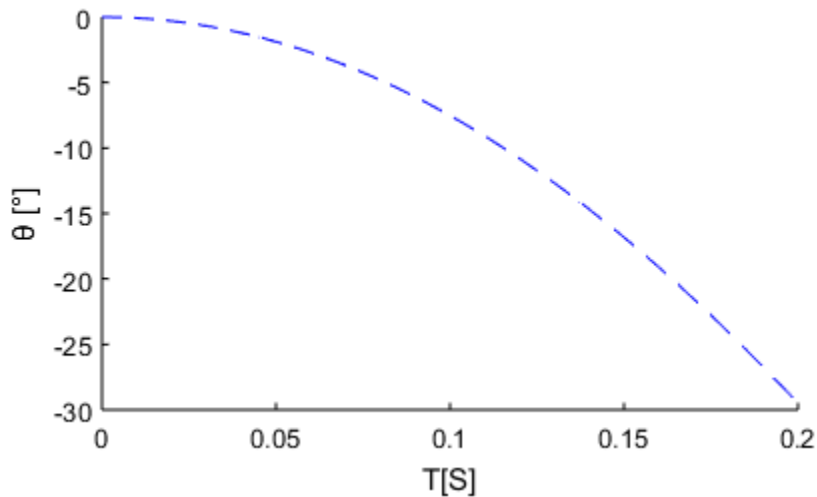


Figura 3-4: Respuesta del modelo Matemático de cadena cinemática HPPS.

## Capítulo III. Modelo Matemático de Robot Paralelo

### 3.2 Análisis de esfuerzos y factor de seguridad

#### 3.2.1 Análisis estático

Una vez seleccionada la configuración de dos grados de libertad para el Robot Paralelo, se realiza un análisis estático con el paquete de Elemento Finito ANSYS para conocer las fuerzas que se ejercen en los soportes y pares cinemáticos. Estas cargas pueden ser constantes o variables con el tiempo. Los elementos en el sistema pueden ser estacionarios o estar en movimiento. La clase más general es un sistema en movimiento con cargas que varían con el tiempo. Las demás combinaciones son variaciones de la clase general.

En la Tabla 6 se muestran las cuatro clases de cargas posibles. La clase 1 es un sistema estacionario con cargas constantes. El análisis de cargas estáticas es todo lo que se requiere para un sistema de clase 1.

Tabla 6: Clases de carga

	Cargas constantes	Cargas variables con el tiempo
Elementos estacionarios	Clase 1	Clase 2
Elementos móviles	Clase 3	Clase 4

La clase 3 define un sistema en movimiento con cargas constantes. Aun cuando las cargas externas aplicadas sean constantes, cualquier aceleración significativa de los miembros que se mueven puede crear fuerzas de reacción que varían con el tiempo. Se sabe que todas las maquinas o mecanismos reales existen en tres dimensiones, por otro lado, muchos sistemas tridimensionales se analizan de manera bidimensional, cuando sus movimientos solo se dan en un plano o en planos paralelos [30].

El caso del Robot Paralelo cae en la clase 3 con cargas constantes, se utiliza Adams View para encontrar las reacciones que existen en cada par cinemático, también se utiliza la tercera ley de newton que establece que cuando dos cuerpos interactúan, en el punto de contacto habrá dos fuerzas de reacción. Estas dos fuerzas tendrán la misma magnitud y actuarán a lo largo de la misma línea de acción, pero con sentidos opuestos.

En la Figura 3-5 se presenta el diagrama de cuerpo libre de la plataforma móvil, por lo que se tienen tres rótulas, de las cuales C es la principal, ya que se supone que debería soportar todas las cargas que se le aplican, siempre y cuando el punto de aplicación sea en el eje del poste central. Las reacciones en el punto A y B corresponden al contacto mediante la unión esférica entre las guías y la plataforma móvil. Las reacciones en C corresponden a la unión esférica entre el poste central y la plataforma móvil. Las fuerzas  $F_1$  y  $F_2$  corresponden a las cargas de trabajo al que se somete la plataforma móvil.

### Capítulo III. Modelo Matemático de Robot Paralelo

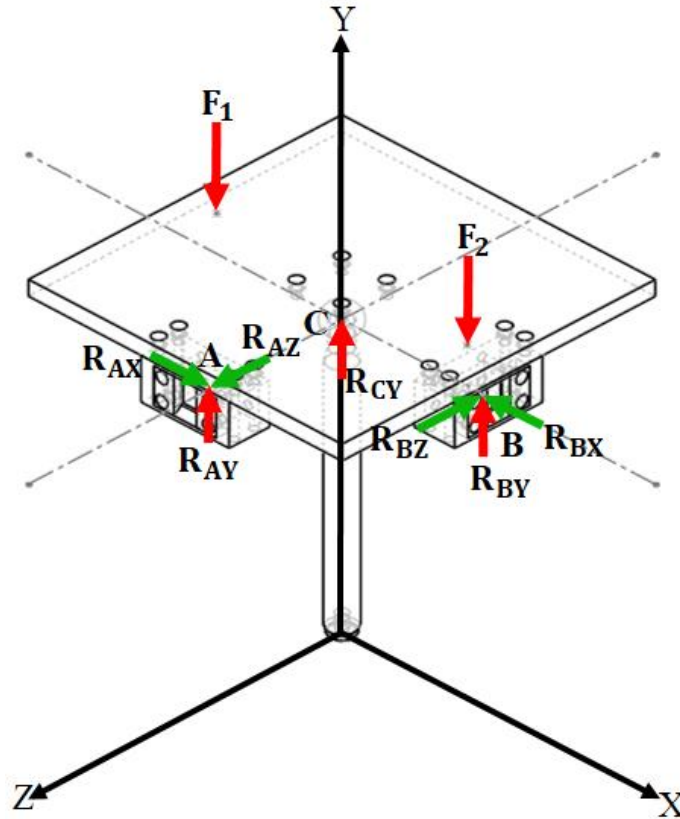


Figura 3-5: Diagrama de cuerpo libre de plataforma móvil.

Se realiza un análisis estático de clase 1 para encontrar las reacciones de las rotulas A, B y C. Esto se logra mediante la construcción de un diagrama de cuerpo libre del robot paralelo, que es una fotografía de un cuerpo flotando libremente ver Figura 3-5. La pieza parece estar flotando porque se eliminan todos los soportes y contactos con otras piezas. Todos estos contactos se sustituyen luego por fuerzas que representan la acción de soporte o reacción. Por consiguiente, el diagrama de cuerpo libre del elemento muestra todas las fuerzas que actúan sobre él. En la Figura 3-6 se presenta el diagrama de cuerpo libre de una rotula con sus tres componentes de fuerza de reacción. En la configuración del robot paralelo se tienen tres rotulas unidas a la plataforma móvil, por lo que tendrán 9 reacciones en el espacio tridimensional, el cual se reduce a solamente 3 reacciones en el eje Y debido a que las componentes en los ejes X y Z no generan fuerzas de reacción.

### Capítulo III. Modelo Matemático de Robot Paralelo

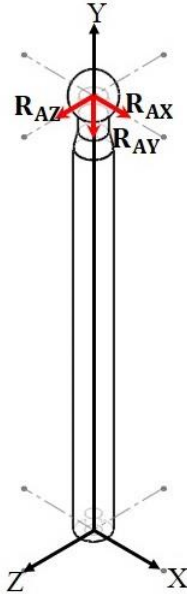


Figura 3-6: Diagrama de cuerpo libre de rotula.

Para este caso las cargas que se aplican en la plataforma son constantes y simétricas, es decir están aplicadas a la misma distancia del centro de gravedad, por lo que al hacer sumatoria de fuerzas en la dirección “Y” debe existir el equilibrio estático. El peso  $W$  total de la plataforma móvil se muestra en la Tabla 7, Se observa que el poste central es el que recibe la mayor parte de la carga aplicada en la plataforma.

Tabla 7: Peso de la plataforma móvil

Pieza	Peso [N]
1 Base de plataforma móvil	21.13015
1 Cubo para unir esfera del poste central	0.9072
1 Tapa central	0.2285
2 Cubos de esferas	2.543
4 tapas de cubos	0.3591
2 rotulas	3.0448
TOTAL	28.2097

En las Figura 3-7, Figura 3-8 y Figura 3-9 se presentan las reacciones que se generan en las rotulas A, B, C sin carga aplicada, por lo que se observa que el poste central es el elemento que soporta el 100 % de la carga aplicada en la plataforma móvil.

### Capítulo III. Modelo Matemático de Robot Paralelo

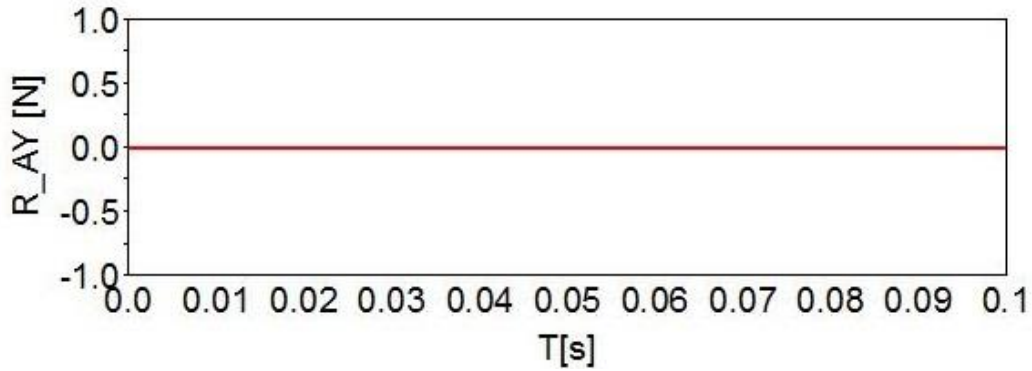


Figura 3-7: Reacción de rotula  $R_{AY}$  accionado por motor 2.

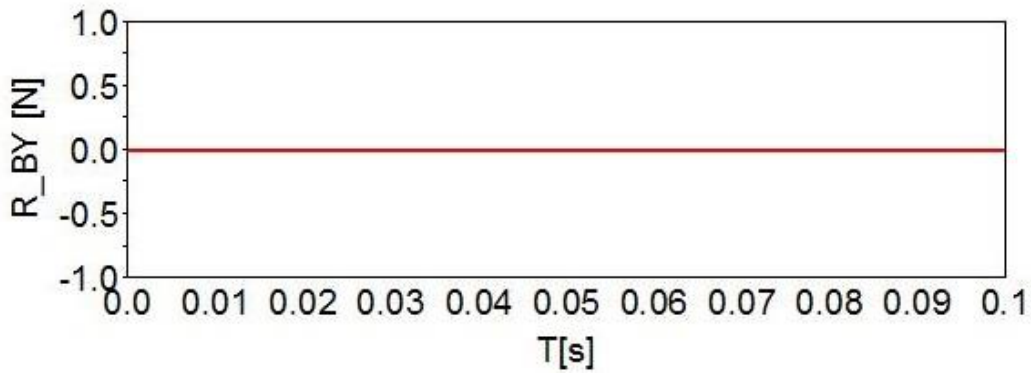


Figura 3-8: Reacción de rotula  $R_{BY}$  accionado por el motor 1.

Básicamente la Figura 3-9 quiere decir que en el poste central se concentra toda la el peso aplicado por parte de la plataforma móvil sin considerar la perturbación externa. La estabilización del sistema lo hace precisamente en el tiempo  $t=0.2$  s.

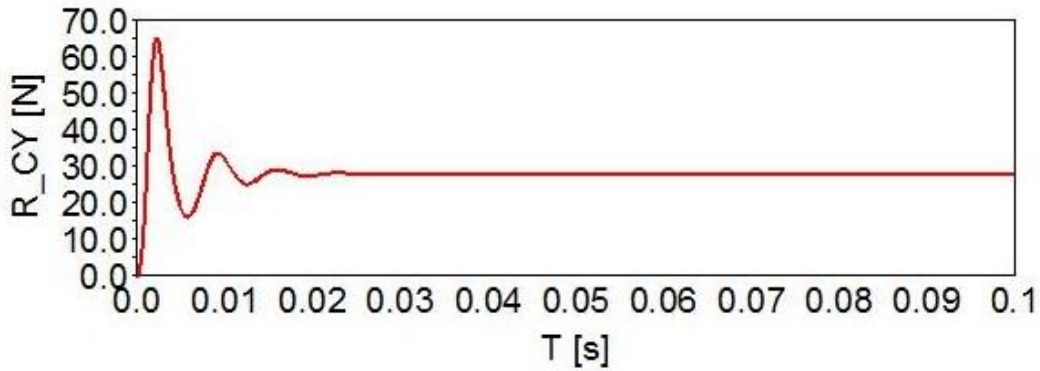


Figura 3-9: Reacción del poste central  $R_{CY}$ .

## Capítulo III. Modelo Matemático de Robot Paralelo

### 3.2.2 Análisis de Elemento Finito

Para asegurar la confiabilidad del robot paralelo con respecto a los esfuerzos generados en los puntos de interés entonces se realiza un análisis estructural con el paquete de elemento finito ANSYS con las siguientes condiciones de carga:

- Se le aplican 20 Kg de fuerza a la plataforma, esta carga representa el peso neto de una pierna y se distribuye en dos cargas puntuales de 10 kg ubicadas en el eje X y a la misma distancia del centro de gravedad de la plataforma móvil.
- Los materiales asignados son aluminio para la plataforma móvil y chumacera lineal, acero estructural para el poste central y los eslabones faltantes.
- Para minimizar el tiempo de cómputo de la simulación se eliminaron piezas que no requieren un análisis de esfuerzo por lo que el modelo virtual que se importa desde ANSYS se visualiza en la Figura 3-10, en el modelo se aprecia que se elimina por completo la guía lineal y los perfiles que trabajan como la base fija.

En la Figura 3-10 se presenta el modelo virtual de la plataforma móvil en el ambiente de ANSYS en donde se realiza un análisis estructural para identificar puntos de interés de máximo esfuerzo en los elementos que interactúan entre sí en el Robot Paralelo.

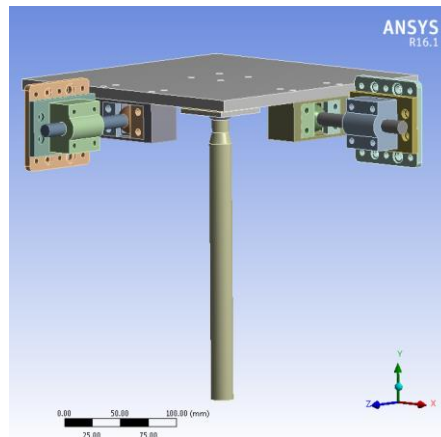


Figura 3-10: Modelo virtual de robot paralelo para simulación en ANSYS.

En la Figura 3-11 se aprecia que las dos cargas son aplicadas sobre la plataforma móvil a través del eje X y que ambas cargas se encuentran a una distancia de 102 mm desde el centro de gravedad de la plataforma móvil.



## Capítulo III. Modelo Matemático de Robot Paralelo

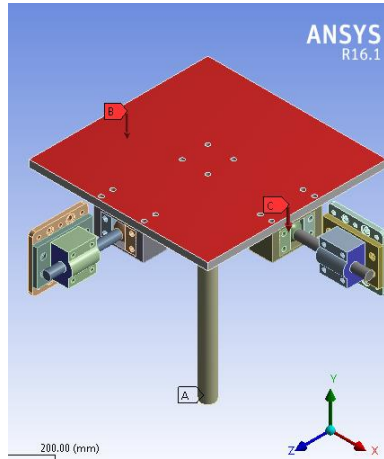


Figura 3-11: Cargas aplicadas en el eje X.

Para el esfuerzo máximo provocado por las dos cargas puntuales es de 90.356 MPa y ocurre en la flecha que conecta la chumacera lineal y la plataforma móvil, considerando el esfuerzo de fluencia del acero estructural de 250 MPa, el esfuerzo de trabajo no rebasa el punto de fluencia del material. Con base a los resultados, un punto de interés es la flecha por lo que se le toma una fotografía aislada para verificar los esfuerzos, ver Figura 3-12.

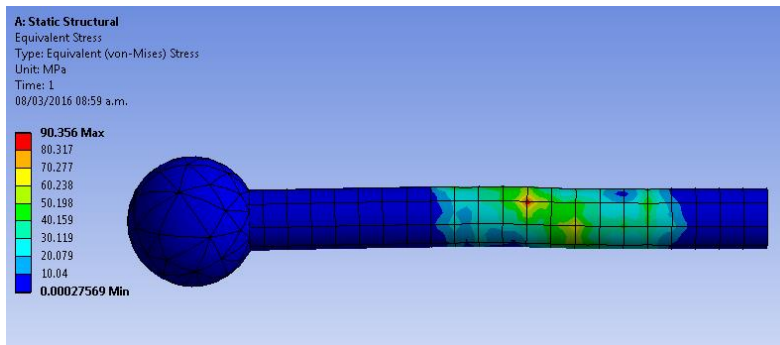


Figura 3-12: Concentración de esfuerzos de la barra sólida circular con esfera.

### 3.2.3 Factor de seguridad

Si el factor de seguridad se elige demasiado pequeño, la posibilidad de falla se torna inaceptablemente grande, por otra parte, si se elige demasiado grande, el resultado es un diseño caro [28]. Por lo que el factor de seguridad mínimo es de 2.7, ver Figura 3-13 ocurre en la flecha que conecta la plataforma móvil, de ahí que el esfuerzo de trabajo no rebasa el esfuerzo permisible, retomando la ecuación (26) se tiene.

$$N = \frac{\text{Esfuerzo último}}{\text{Esfuerzo permisible}} = \frac{250 \text{ MPa}}{90.356 \text{ MPa}} = 2.7668 \quad (26)$$

N = Factor de seguridad

## Capítulo III. Modelo Matemático de Robot Paralelo

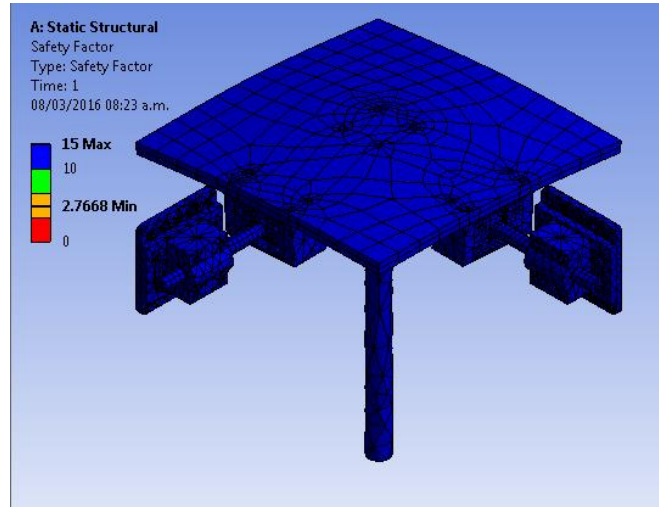


Figura 3-13: Factor de Seguridad de Robot Paralelo.

### 3.3 Tornillos de potencia

Llamados también tornillos de avance, convierten el movimiento giratorio en un movimiento lineal en actuadores, máquinas de producción y gatos mecánicos. Son capaces de obtener ventajas mecánicas muy grandes: pueden elevar, bajar o mover grandes cargas. En la Figura 3-14 se presenta el perfil de la cuerda del tornillo sin fin que se usa en la guía lineal, es de tipo trapezoidal ACME.

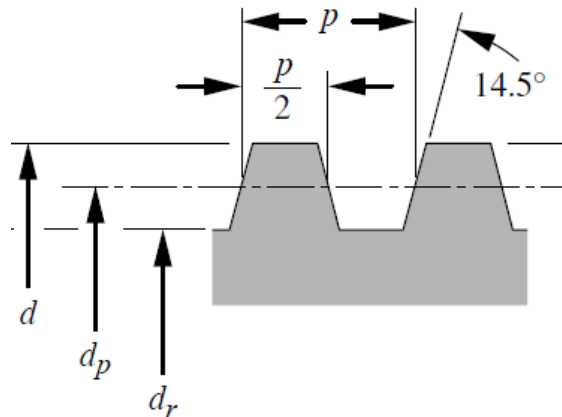


Figura 3-14: Cuerda trapezoidal Acme [26].

En las cuerdas Acme el ángulo radial introduce un factor adicional en las ecuaciones de torque. La fuerza normal entre el tornillo y la tuerca está angulada en dos planos, en el ángulo de avance  $\lambda$ , y en el ángulo  $\alpha = 14.5^\circ$  de la cuerda Acme como se muestra en la Figura 3-15, [30].

### Capítulo III. Modelo Matemático de Robot Paralelo

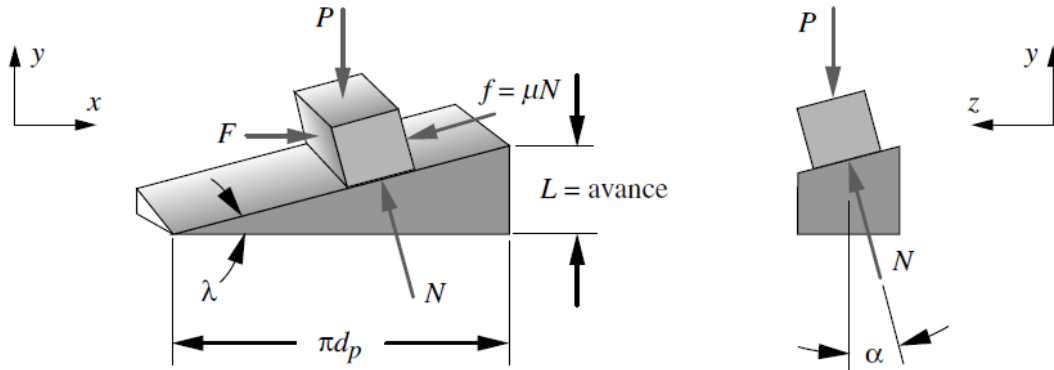


Figura 3-15: Análisis de fuerzas en el punto de contacto tornillo –tuerca en una cuerda Acme [26].

Para encontrar la fuerza que el tornillo de potencia puede elevar se realiza un análisis de fuerzas en el punto de contacto entre el tornillo y la tuerca haciendo una sumatoria de fuerzas en el eje “X” y “Y”.

Considerando:

$$\tan \lambda = \frac{L}{\pi d_p} \quad (27)$$

Haciendo suma de fuerzas en dirección X:

$$\sum F_x = 0; \quad (28)$$

$$\sum F_x = F - N \sin \lambda - f_k \cos \lambda = 0 \quad (29)$$

Suma de fuerzas en dirección Y:

$$\sum F_y = 0; \quad (30)$$

$$\sum F_y = N \cos \lambda - P - f_k \sin \lambda = 0 \quad (31)$$

$$f_k = \mu_k N \quad (32)$$

Sustituyendo (32) en ecuación (31) y factorizando N se tiene:

$$N (\cos \lambda - \mu_k \sin \lambda) - P = 0 \quad (33)$$

Despejando N de la ecuación (33):

$$N = \frac{P}{\cos \lambda - \mu_k \sin \lambda} \quad (34)$$

Sustituyendo (34) en (29) y despejando a F se tiene

### Capítulo III. Modelo Matemático de Robot Paralelo

$$F = P \frac{\sin \lambda + \mu_k \cos \lambda}{\cos \lambda - \mu_k \sin \lambda} \quad (35)$$

La ecuación (34) sirve para encontrar la fuerza que se genera debido a una fuerza P que el tornillo de potencia puede elevar o bajar.

Donde d= diámetro con varios subíndices

p= Paso de la cuerda.

$T_d$ = Torque para bajar la carga.

$T_u$ = Torque para levantar la carga.

L= Avance de la cuerda.

$\alpha$ = Ángulo radial de la cuerda.

$\mu$ = Coeficiente de fricción.

P= Carga de trabajo.

F=Fuerza que se requiere para subir la carga P.

$\lambda$ = Ángulo de avance.

Las ecuaciones para el torque del motor son:

Torque para subir una carga

$$T_u = \frac{P d_p (\mu \pi d_p + L \cos \alpha)}{2(\pi d_p \cos \alpha - \mu L)} \quad (36)$$

Torque para bajar una carga

$$T_d = \frac{P d_p (\mu \pi d_p - L \cos \alpha)}{2(\pi d_p \cos \alpha + \mu L)} \quad (37)$$

Los experimentos indican que el coeficiente de fricción  $\mu$  en un conjunto cuerda-tuerca, lubricado con aceite, es de aproximadamente  $0.15 \pm 0.05$  [30].

#### 3.3.1 Descripción del tornillo de potencia

Cada revolución del motor genera un avance lineal de 8 mm en el carro de la guía lineal. Está hecho de acero estructural y además proporciona un movimiento rápido por cada revolución del motor, esto debido a que el tornillo tiene 4 entradas (z) o filetes que se enroscan en paralelo sobre el mismo tornillo, sin perder la precisión o torque, cuenta con una tuerca de 8 mm de diámetro que se acopla directamente al tornillo. El paso de la rosca es igual a la longitud de avance entre el número de vueltas del motor. Por lo cual el avance se expresa en términos del paso de la rosca:

$$LA = p * R \quad (38)$$

Donde R es el número de vueltas que gira el tornillo trapezoidal.

El avance o velocidad de avance se expresa, especialmente en máquinas herramientas, en milímetros por minuto (mm/min) y se calcula multiplicando el paso de rosca p (en mm/rev) por la velocidad de giro n (en rev/min o rpm).

$$A = p * n \quad (39)$$

### Capítulo III. Modelo Matemático de Robot Paralelo

Donde  $n$ = velocidad de giro, la longitud  $L$  es independiente del número de entradas ( $z$ ), porque el paso de rosca ( $p$ ) ya indica los mm que avanza la tuerca por cada revolución del tornillo trapezoidal.

Características:

- ISO Tr 8 x 8
- Entradas ( $z$ ) 4
- Precisión de paso (pitch) 2 mm
- Paso de rosca ( $p$ )(lead) 8 mm [20]

En la Figura 3-16 se presentan las dimensiones de cuerda del tornillo de potencia utilizado en la guía lineal, se observa que tienen un diámetro mayor de 8 mm, diámetro de menor de 6 mm y un paso de 2 mm, cabe mencionar que el tornillo tiene 4 entradas  $z$  por lo que su paso se convierte en 8 mm.

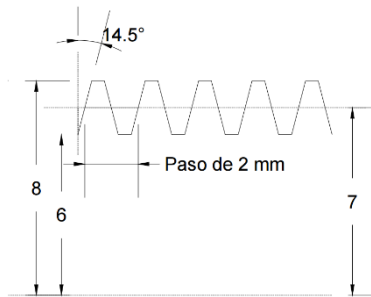


Figura 3-16: Perfil trapezoidal rosca Acme.

#### 3.3.2 Análisis de fuerzas en el tornillo de potencia y tuerca

Dentro de las especificaciones que se conocen de la guía lineal se encuentra el torque del motor, con este dato disponible, se opta por encontrar primero la carga que puede levantar o bajar el tornillo de potencia con rosca Acme. Las ecuaciones que se utilizan están descritas anteriormente por lo que se realizará la sustitución de datos. Retomando la ecuación (36) y a la misma vez se despejando la carga  $P$ , se tiene:

$$P = T_u \left( \frac{2}{d_p} \right) \left[ \frac{\pi d_p \cos \alpha - \mu L}{\mu \pi d_p + L \cos \alpha} \right] \quad (40)$$

$$T_u = 0.03924 \text{ N} * m$$

$$d_p = 7 \times 10^{-3} m$$

$$\alpha = 14.5^\circ$$

$$L = 8 \times 10^{-3} m$$

$$\mu = 0.15$$

La carga de trabajo  $P$  de la ecuación (41), es la carga de trabajo que puede levantar el motor a pasos.

$$P = 20.3955 \text{ N} \quad (41)$$

## Capítulo III. Modelo Matemático de Robot Paralelo

De la ecuación (36) se sabe que:

$$F = P \left[ \frac{(\mu\pi d_p + L \cos \alpha)}{(\pi d_p \cos \alpha - \mu L)} \right] \quad (42)$$

Despejando la fuerza F de la ecuación (43) para subir la carga P se tiene:

$$F = 11.2114 \text{ N} \quad (43)$$

Con un torque del motor expresado por la ecuación (36), la fuerza que se puede levantar es de una carga P de 20.3955 N y la fuerza F que hace que se mueva la tuerca es de F= 11.21 N.

### 3.4 Simulación virtual de robot paralelo en Adams View

En la Figura 3-17 se presenta la interfaz de usuario del programa Adams View, este programa es un software de simulación que realiza análisis cinemáticos y dinámicos sobre mecanismos en general, desde automóviles, aviones, trenes hasta videograbadoras, retroexcavadoras. Adams View construye y resuelve numéricamente el sistema de ecuaciones como funciones del tiempo y el enfoque básico implementado por Adams utiliza la formulación de la segunda forma de Euler Lagrange [34].

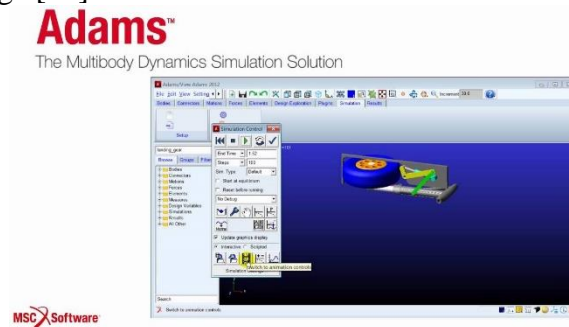


Figura 3-17: Ambiente de Adams View.

#### 3.4.1 Controlador Proporcional Derivativo para el Robot Paralelo

En la Figura 3-18 se presenta el modelo virtual del Robot Paralelo en el ambiente de Adams View, el proceso de simulación inicia desde el momento en que se importa el modelo CAD del robot paralelo diseñado anteriormente en SolidWorks y guardado con el formato Parasolid con extensión x\_t. Posteriormente, se asigna el tipo de material para cada pieza del robot paralelo, se definen los pares cinemático entre los eslabones y componentes y se ponen las fuerzas externas o entradas de control. El Control PD que se propone implementar requiere retroalimentación de velocidad para reducir el sobre impulso y el tiempo de estabilización, por lo cual tendrá el efecto de incrementar la estabilidad del sistema mejorando la respuesta del sistema, está formado por un término proporcional al error de posición  $\theta - \theta_d$  y por otro término proporcional a su derivada, es decir al error de velocidad  $\dot{\theta}$ . La ley de control Proporcional-Derivativo está dada por:

### Capítulo III. Modelo Matemático de Robot Paralelo

$$U = -K_p(\theta_1 - \theta_d) - K_d(\dot{\theta}_1) \quad (44)$$

Donde  $K_p$  es la ganancia proporcional y  $K_d$  la ganancia derivativa, ambas ganancias son seleccionadas por el diseñador de manera que el polinomio característico sea Hurwitz, es decir que las raíces se encuentren ubicadas en el semiplano complejo izquierdo, [35]. El control PD se implementa en la ecuación diferencial (25) del torque del sistema de Robot Paralelo.

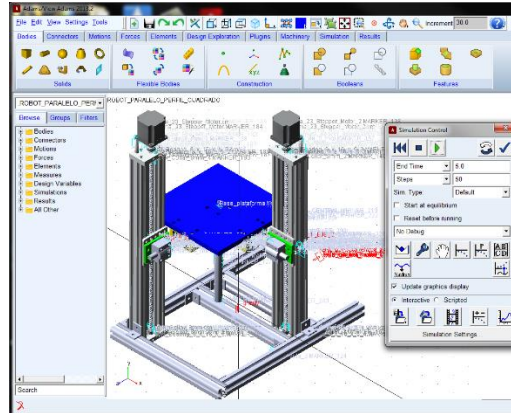


Figura 3-18: Vista Isométrica del Robot paralelo en Adams View.

Retomando la ecuación (25), se factoriza y se despeja la aceleración quedando de la siguiente forma:

$$\tau = \ddot{\theta}_1(m_1r_1^2 \cos^2\theta_1 + m_2r_1^2 + J_p) - \left[ -m_1r_1^2\dot{\theta}_1^2 \sin\theta_1 \cos\theta_1 - (m_1 + m_2)gr_1 \cos\theta_1 \right] \quad (45)$$

$$\ddot{\theta}_1 = \frac{\tau + \left[ -m_1r_1^2\dot{\theta}_1^2 \sin\theta_1 \cos\theta_1 - (m_1 + m_2)gr_1 \cos\theta_1 \right]}{(m_1r_1^2 \cos^2\theta_1 + m_2r_1^2 + J_p)} \quad (46)$$

Definiendo el control PD por la función U se tiene

$$U = -k_p(\theta_1 - \theta_d) - k_d(\dot{\theta}_1) \quad (47)$$

En donde  $\theta_d$ = Posición deseada, constante y  $\lim_{t \rightarrow \infty} \theta_1 = \theta_d$  para analizar el comportamiento de la de salida del sistema conforme  $t \rightarrow \infty$  ó dicho de otra forma la respuesta en estado estacionario.

Definiendo y derivando el error dado por la ecuación:

$$e(t) = \theta_1 - \theta_d \quad \theta_d = \text{Constante} \quad (48)$$

$$e(t) = \theta_1 - \theta_d, \dot{e} = \dot{\theta}_1 \text{ y } \ddot{e} = \ddot{\theta}_1 \quad (49)$$

Al aplicar criterios de linealización exacta a la ecuación (46) se tiene:

### Capítulo III. Modelo Matemático de Robot Paralelo

$$\ddot{\theta}_1 = U \quad (50)$$

Por lo que:

$$U = \frac{\tau + [-m_1 r_1^2 \dot{\theta}_1^2 \sin \theta_1 \cos \theta_1 - (m_1 + m_2) g r_1 \cos \theta_1]}{(m_1 r_1^2 \cos^2 \theta_1 + m_2 r_1^2 + J_p)} \quad (51)$$

Sustituyendo la ecuación (47) en (50) se obtiene

$$\ddot{\theta}_1 = -k_p(\theta_1 - \theta_d) - k_d(\dot{\theta}_1) \quad (52)$$

Sustituyendo (49) en (52) e igualando a cero:

$$\ddot{e} + k_d \dot{e} + k_p e = 0 \quad (53)$$

La ecuación (53) se denomina ecuación dinámica del error y su polinomio característico está dado por:

$$S^2 + k_d S + k_p = 0 \quad (54)$$

Considerando que el comportamiento dinámico estable de un sistema de segundo se describe en términos de dos parámetros  $\zeta$  y  $\omega_n$ . Si  $0 < \zeta < 1$ , donde los polos en lazo cerrado son complejos conjugados y se encuentran en el semiplano izquierdo del plano  $s$ . El sistema entonces, se denomina subamortiguado y la respuesta transitoria es oscilatoria. Si  $\zeta = 0$ , la respuesta transitoria no se amortigua. Si  $\zeta = 1$ , el sistema se denomina críticamente amortiguado. Los sistemas sobreamortiguados corresponden a  $\zeta > 1$ , [36]. La forma estándar de un sistema de segundo orden es:

$$s^2 + 2\zeta \omega_n s + \omega_n^2 = 0 \quad (55)$$

Igualando (54) y (55) para determinar los valores de las ganancias del controlador, se tiene:

$$k_d = 2\zeta \omega_n \quad (56)$$

$$k_p = \omega_n^2 \quad (57)$$

El controlador virtual PD funciona con las ganancias (56) y (57), estas ganancias son propuestas por el diseñador, por lo que se eligen las siguientes:

Para el motor 1

Kp= 479.61

Kd=30.66

Para el motor 2

Kp2= 7225

Kd2= 119



### Capítulo III. Modelo Matemático de Robot Paralelo

Sustituyendo (47) en (51) para determinar el torque real que se debe aplicar al sistema:

$$-k_p(\theta_1 - \theta_d) - k_d(\dot{\theta}_1) = \frac{\tau + [-m_1 r_1^2 \dot{\theta}_1^2 \sin \theta_1 \cos \theta_1 - (m_1 + m_2) g r_1 \cos \theta_1]}{(m_1 r_1^2 \cos^2 \theta_1 + m_2 r_1^2 + J_p)} \quad (58)$$

Despejando el Torque  $\tau$  de la ecuación (58) se obtiene:

$$\tau = [-k_p(\theta_1 - \theta_d) - k_d(\dot{\theta}_1)] [(m_1 r_1^2 \cos^2 \theta_1 + m_2 r_1^2 + J_p)] - [-m_1 r_1^2 \dot{\theta}_1^2 \sin \theta_1 \cos \theta_1 - (m_1 + m_2) g r_1 \cos \theta_1] \quad (59)$$

Ahora la ecuación (45) se ha convertido en la ecuación (59), esta ecuación ya contiene los términos que le corresponden a la ley de control PD, por lo que se implementa en la simulación virtual de Adams View, con esta ley de control se logra controlar la posición de la plataforma a una posición deseada. Al accionar el motor 1 la plataforma rota con respecto al eje Z; al accionar el motor 2 la plataforma rota con respecto al eje X, estos son los dos movimientos rotacionales que definen el comportamiento cinemático y dinámico de la plataforma móvil. Además, cuando el motor 1 esta accionado el motor 2 permanece bloqueado en la posición de referencia cero permitiendo rotación solamente en el eje Z.

Para esta configuración el robot paralelo funciona de la siguiente manera: los motores se accionan de manera independiente, esto quiere decir que cuando se acciona cualquiera de los dos motores, el motor accionado tiene que regresar a su posición inicial, posteriormente se puede accionar el segundo motor. Accionando el motor 1 se obtendrá un desplazamiento angular de la plataforma móvil con respecto al eje Z, y los ejes X y Y no se desplazan por lo que se observa en que el desplazamiento es cero.

De acuerdo con las gráficas mostradas en Figura 3-19, Figura 3-20 y Figura 3-21 el desplazamiento angular se genera con respecto al eje X debido a que los ejes Y y Z no generan rotación alguna, este caso es cuando se acciona el motor 1. Al accionar el motor 2 únicamente se obtiene un desplazamiento angular con respecto al eje Z, por lo cual los ejes Y y X no generarán ningún movimiento angular. El desplazamiento angular de la plataforma móvil se puede apreciar en la Figura 3-22.

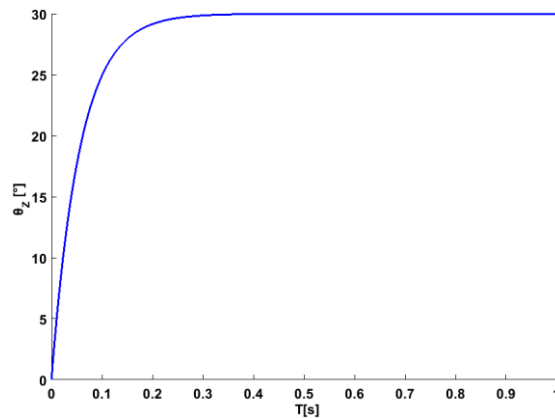


Figura 3-19: Ángulo con respecto al eje Z accionando el motor 1.

## Capítulo III. Modelo Matemático de Robot Paralelo

La Figura 3-20 representa el desplazamiento angular con respecto al eje Y, se observa que en el dominio del tiempo el valor siempre será cero, cuanto se active el motor 1 o el motor 2 esto es porque la plataforma móvil no puede rotar con respecto a este.

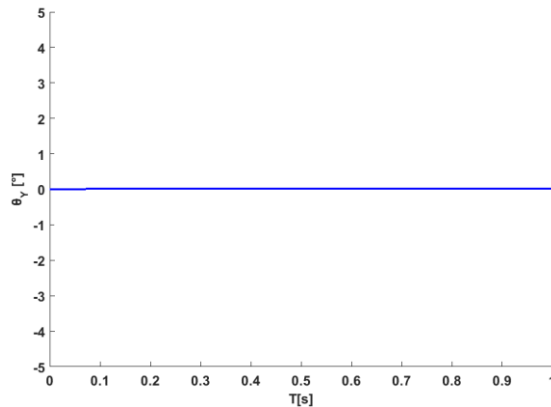


Figura 3-20: Ángulo con respecto al eje Y accionando motor 1.

Cuando el motor 1 está activado el desplazamiento angular en el eje X será cero, y cuando se active el motor 2 entonces si existirá desplazamiento angular deseado con respecto a este eje X.

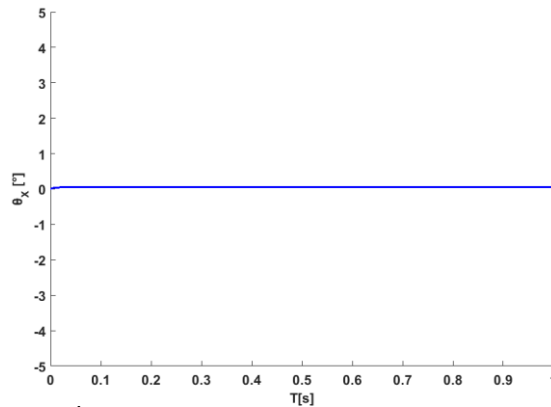


Figura 3-21: Ángulo con respecto al eje X accionando motor 1.

### 3.4.2 Comparación de la respuesta del modelo matemático con la simulación de Adams View

Para realizar la comparación se consideran todos los parámetros reales del prototipo físico, se utiliza Matlab (Simulink) y Adams View, a continuación se enlistan los valores de los parámetros:

Masa 1= 0.30686 Kg, Masa 2= 0.16616 Kg;  $R_1= 0.1123$  m.

Torque de motor a pasos= 0.039 N\* m.

Momento de inercia de la plataforma móvil= 0.1097045746 Kg\*m<sup>2</sup>.

A continuación en la Figura 3-22 se presenta la comparación de las dos respuestas obtenidas, la línea color azul es la que se obtuvo con el modelo matemático y la línea roja le corresponde a la simulación que se realizó en Adams View implementando el control PD, se observa que

### Capítulo III. Modelo Matemático de Robot Paralelo

ambas respuestas se comportan de la misma forma, hay un desfase debido a las cifras significativas que Matlab utiliza.

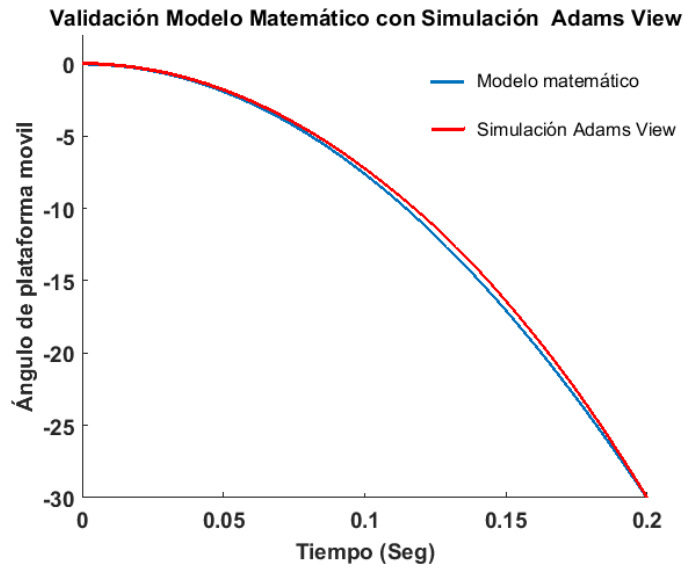


Figura 3-22: Desplazamiento angular de la plataforma móvil con respecto al eje z, accionando motor 1.

En la Figura 3-23 se muestra el prototipo virtual simulado en Adams View, dónde la plataforma móvil se encuentra en una posición angular con respecto al eje Z. Las líneas rojas son vectores que representan fuerzas de contacto que ocurren en las uniones esféricas, y que representarían las reacciones para la posición angular de la plataforma móvil.

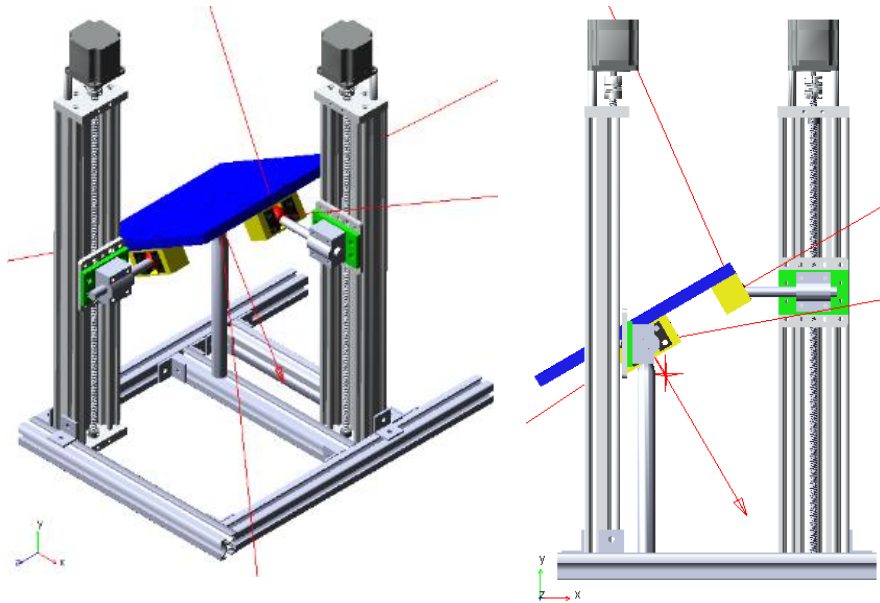


Figura 3-23: Desplazamiento angular de la plataforma móvil con respecto al eje Z accionando el motor

# Capítulo IV

## Diseño y construcción de Robot Paralelo

---

### Introducción

En este capítulo se describe el proceso de diseño virtual del robot paralelo, el tipo de par cinemático que se utilizan para unir los eslabones, se indican los eslabones fijos y eslabones móviles.

Para el diseño del robot paralelo se toma en consideración lo siguiente:

- El mecanismo es de 2 grados de libertad y los movimientos son planares e independientes.
- Los ángulos de trabajo de la plataforma móvil tiene que ser de  $30^\circ$  en ambas direcciones.
- El movimiento de la plataforma móvil debe ser suave, por lo que el Robot debe ser de Movimiento Pasivo Continuo.

### 4.1 Diseños virtuales previos a la obtención del diseño virtual final

El Robot Paralelo que se propone diseñar debe utilizar dos guías lineales como primera condición, debido a que la rehabilitación de tobillo requiere de movimientos suaves, entonces el Robot debe ser de Movimiento Pasivo Continuo lo cual implica controlar la velocidad de los motores a pasos de acuerdo al grado de lesión del paciente, la amplitud angular de la plataforma móvil será de  $30-0-30^\circ$  para dorsiflexión-plantarflexión respectivamente, y  $10-0-20^\circ$  para inversión-eversión del tobillo. Las dimensiones globales del robot se definen al utilizar guías lineales de 500 mm de longitud.

Durante el proceso de selección del diseño final del Robot Paralelo, se realizaron 5 diseños virtuales con diferentes configuraciones en los pares cinemáticos, cada configuración tuvo diferente comportamiento cinemático debido a que algunos presentaban trabamientos o movimientos incontrolables al momento de simularlo con el software CAE, la configuración que cumple con los requerimientos presentados anteriormente es una cadena cinemática de tipo HPSS (Helicoidal-Prismático-Esférico-Esférico), esto es porque los pares cinemáticos esféricos se comportan generando movimiento uniaxial con respecto a un solo eje de rotación ó dicho de otra forma se comportan como un par cinemático de revoluta debido a que el movimiento lineal generado por el par prismático elimina dos grados de libertad en el par esférico que une a la plataforma móvil. Cada diseño virtual propuesto pasó por un proceso iterativo en donde se analizaron desde movilidad y cinemática.

En la primera propuesta de diseño presentado en la Figura 4-1, las guías lineales están fijadas de forma horizontal, paralelas a la base fija, esta configuración tiene dos cadenas cinemáticas de tipo HRSS (Helicoidal-Revoluta-Esférico-Esférico), en el cual cada cadena cinemática

## Capítulo IV Diseño y Construcción de Robot Paralelo

gana grados de libertad volviéndose incontrolable el movimiento de la plataforma móvil, debido a este problema detectado esta configuración no es factible y se descarta por completo.

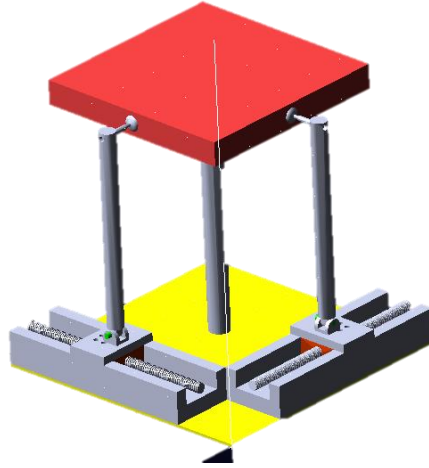


Figura 4-1: Diseño 1. Configuración HRSS.

El segundo diseño presentado en la Figura 4-2 es una variante de la configuración que se muestra en la Figura 4-1, para este caso las uniones esféricas se ubican a un costado de los vértices de la plataforma móvil, este diseño también presentó trabamamiento al realizar la simulación con el Adams View, por lo que fue descartado.

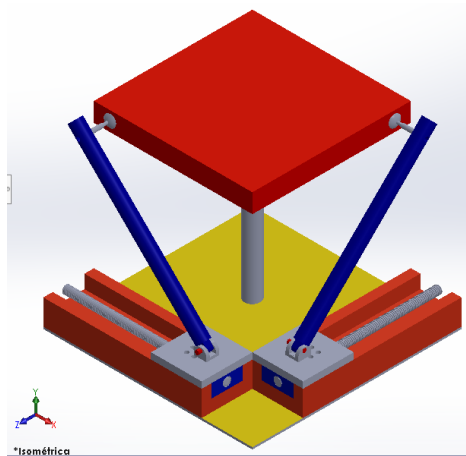


Figura 4-2: Diseño 2. Configuración HRSS

En el tercer diseño se analizó una cadena cinemática de tipo HPRS (Helicoidal-Prismático-Revoluta-Esférico) presentado en la Figura 4-3, este diseño se comporta de acuerdo a las especificaciones cinemáticas requeridas, no se selecciona por dos razones, la primera es que se requiere del mecanismo llamado araña de una junta universal, el costo de este mecanismo es elevado debido a que es componente de un vehículo; la segunda razón se centra en la fricción de contacto generado entre el eslabón con perfil rectangular, y la chumacera, en simulación se comporta de manera ideal, pero en sistema real se generaría desgaste y provocaría que en un periodo de uso considerado hayan holguras que afecten a la precisión requerida en el movimiento angular de la plataforma móvil.

## Capítulo IV Diseño y Construcción de Robot Paralelo

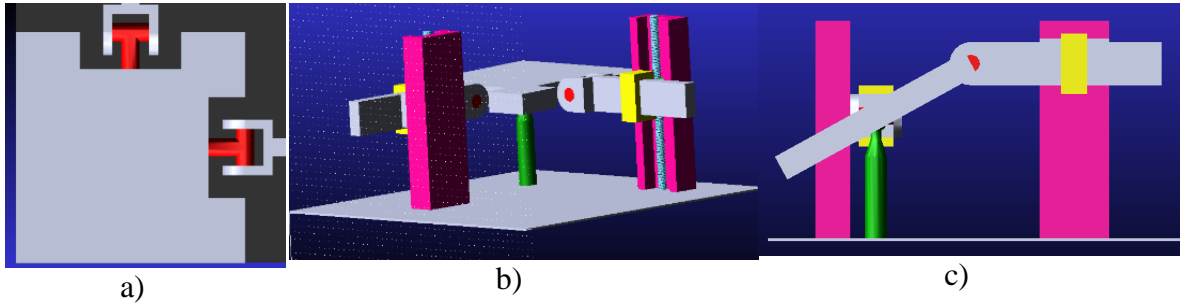


Figura 4-3: Diseño 3. Configuración HPRS, a) Vista superior, b) Vista isométrica, c) Vista lateral.

El diseño 4 consiste en dos cadenas cinemáticas de tipo HPSU (Helicoidal-Prismático-Esférico-Universal), el par cinemático universal reemplaza a la unión esférica que está ubicada en el poste central de la plataforma móvil, la cadena cinemática comienza con el par cinemático H (helicoidal) y se encuentra ubicado entre el tornillo de potencia y la tuerca que está fija al carro, el siguiente par cinemático es de tipo prismático, en este par cinemático la barra circular sólida se traslada de manera lineal a través de una chumacera lineal, el tercer par cinemático es de tipo esférico-cavidad y conecta a la plataforma móvil con la barra circular sólida, se usan unas tapas para evitar que las piezas esféricas se salgan de la cavidad al momento de accionar los motores, este diseño no es factible por que al momento de simularlo en Adams View el robot queda bloqueado completamente, por medio de este diseño se observó que para la siguiente propuesta de diseño se pueden implementar las chumaceras lineales con cojinetes de bolas ya que permiten el contacto sin fricción entre la chumacera lineal y la barra circular sólida.

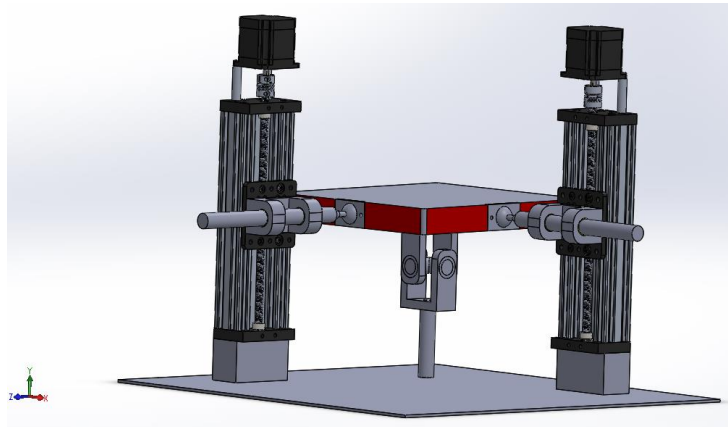


Figura 4-4: Diseño 4: Configuración HPSU

El diseño 5 mostrado en la Figura 4-5 se basa en la configuración HPSS (Helicoidal-Prismático-Esférico-Esférico), el comportamiento cinemático de esta configuración cumple con los requerimientos de diseño, por lo cual se elige esta cadena cinemática para crear el diseño virtual final, en el diseño virtual final se rediseña la chumacera lineal, la cavidad de la esfera, las tapas que se utilizan para evitar a que las esferas se salgan de su espacio de trabajo y las guías lineales de 250 mm se reemplazaron por guías lineales de 500 mm.

## Capítulo IV Diseño y Construcción de Robot Paralelo

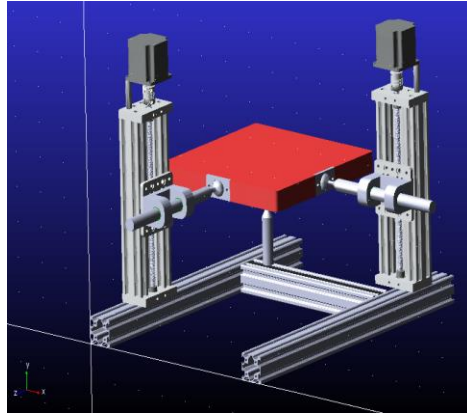


Figura 4-5: Diseño 5. Configuración HPSS.

Después de realizar el análisis de las 5 configuraciones antes presentadas se procede a seleccionar la configuración HPSS (Helicoidal- Prismático-Esférico-Esférico) en dónde se utilizarán las guías lineales en posición vertical para aprovechar la carrera de su base móvil, lo cual puede resultar en una plataforma que tenga un tamaño menor a los robots paralelos que usan actuadores lineales. Otra ventaja de usar guías lineales con tornillo de cuerda ACME, es que si el actuador, en este caso motor a pasos, está apagado, se presenta una fuerza (debido a la fricción en la cuerda del tornillo y la tuerca) que mantiene la plataforma móvil sin movimiento, esto en comparación a los robots paralelos que utilizan motores directamente acoplados a los eslabones si requieren alimentación para mantenerlo en una cierta posición. Rediseñando la propuesta de diseño 5, queda como se muestra en la Figura 4-6, este diseño final considera guías lineales de 500 mm, chumaceras lineales de bolas y la base fija de perfil de aluminio de 30x 30 mm.

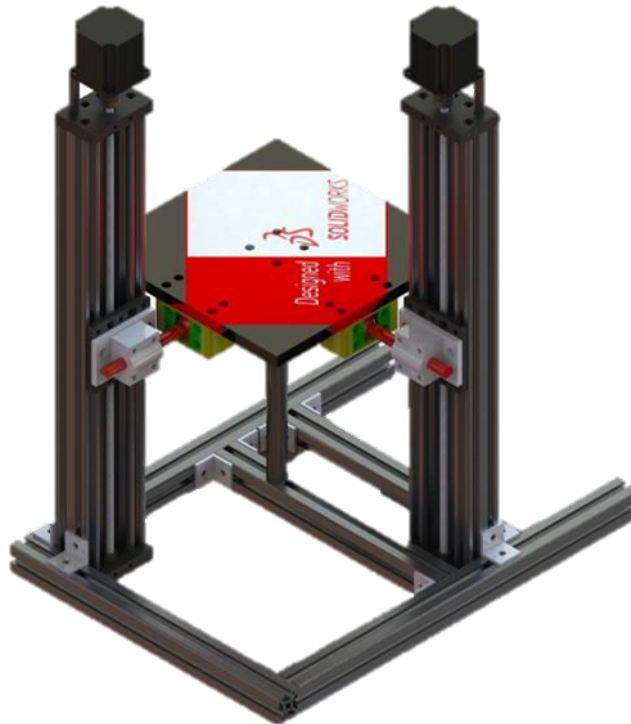


Figura 4-6: Diseño virtual final seleccionado

## Capítulo IV Diseño y Construcción de Robot Paralelo

### 4.2 Diseño conceptual de la configuración seleccionada del Robot Paralelo

El robot paralelo que se propone desarrollar se contempló el uso de guías lineales como las que se presentan en la Figura 4-7 de la marca OpenBuilds<sup>MR</sup>, se utilizan para convertir el movimiento rotacional que se transmite por el motor a pasos hacia el tornillo de potencia en movimiento lineal. Este desplazamiento lineal se convierte en desplazamiento angular mediante pares cinemáticos, esto para accionar a la plataforma móvil, la configuración seleccionada cuenta con dos cadenas cinemáticas cerradas de tipo HPSS (Helicoidal-Prismático-Esférico-Esférico), considerando la dinámica desacoplada para la rehabilitación pasiva se utiliza una cadena cinemática para mover a la plataforma móvil respecto a un eje de rotación elegido, cada cadena cinemática está formada por 4 pares cinemáticos, ambas cadenas cinemáticas son simétricas y tienen una guía lineal ubicada verticalmente. El primer par cinemático es de tipo H (helicoidal) el cual convierte el movimiento rotacional generado por el motor a pasos en movimiento lineal y se encuentra entre el tornillo de potencia y la rosca. El segundo par cinemático es de tipo P (prismático), este par cinemático cambia la dirección del movimiento lineal vertical en movimiento lineal horizontal y se encuentra ubicado entre la chumacera lineal y la barra circular solida de acero, en esta unión se fija la chumacera lineal al carro de la guía lineal. Hasta este punto solo falta cerrar la cadena cinemática conectando la plataforma móvil con la barra circular sólida, cabe mencionar que la barra circular tiene una esfera en uno de sus extremos (rotula), la cavidad está fija a la plataforma móvil y la esfera a la barra circular sólida.

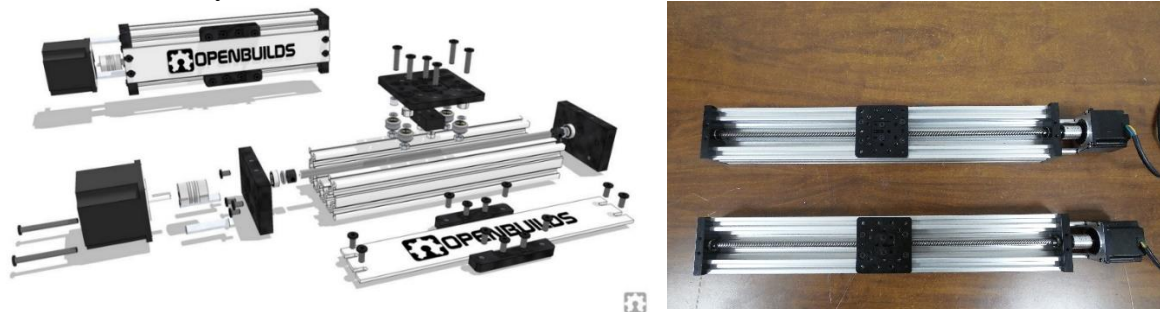


Figura 4-7: Estructura interna de guía lineal.

En la Figura 4-8 se presenta el diseño final del Robot Paralelo, se puede observar las dos guías lineales en posición vertical y son actuadas por motores a pasos, ha sido seleccionado después de realizar simulaciones con el programa de Adams View y con base a los resultados obtenidos en su comportamiento cinemático y dinámico presentados en la sección 3.4, por lo que se procede con la etapa de construcción.



## Capítulo IV Diseño y Construcción de Robot Paralelo

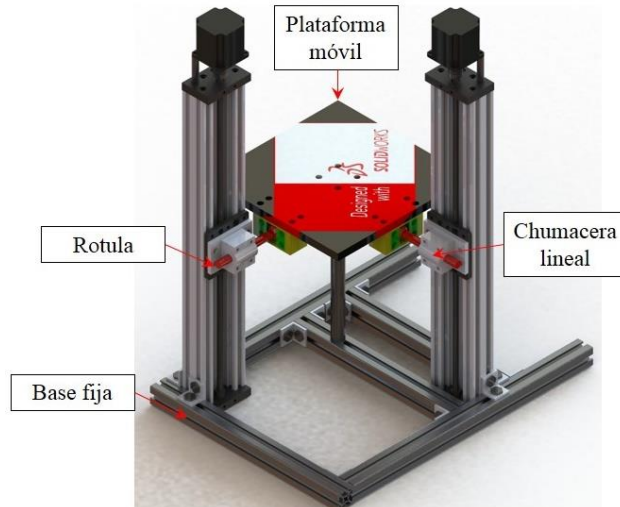


Figura 4-8: Configuración seleccionada de Robot Paralelo de 2 grados de libertad.

Para fijar las en las guías lineales a la base fija se utilizan pernos y ángulos de aluminio, esto se puede observar en la Figura 4-9.



Figura 4-9: Unión guía lineal con base fija

En la Figura 4-10 se indican se muestra el tornillo potencia y el carro, el carro se traslada linealmente a través de su eje.

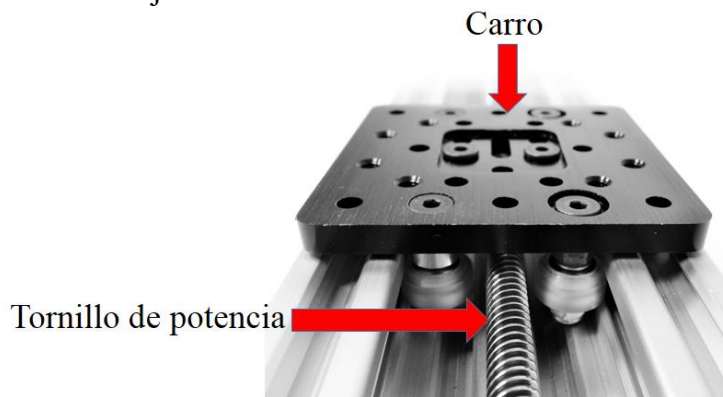


Figura 4-10: Representación gráfica de carro y tornillo de potencia en guía lineal.

## Capítulo IV Diseño y Construcción de Robot Paralelo

La entrada de movimiento es generado por el motor a pasos, el rotor del motor a pasos a su vez está unido al tornillo de potencia mediante un acoplamiento flexible. En la Figura 4-11 se presenta el par cinemático H (helicoidal), en donde el tornillo de potencia recibe movimiento angular por parte del motor, partiendo de ahí se dice que el tornillo de potencia se comporta como un tornillo sinfín y la tuerca es el elemento que se traslada en toda la carrera lineal de la guía.

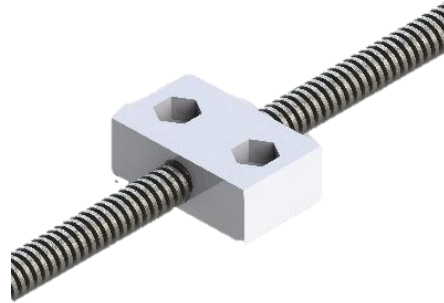


Figura 4-11: Par cinemático H, tornillo-tuerca.

Posteriormente se fija la chumacera lineal mostrada en la Figura 4-12 al carro mediante pernos quedando como se muestra en la Figura 4-13.



Figura 4-12: Chumacera con rodamiento lineal.

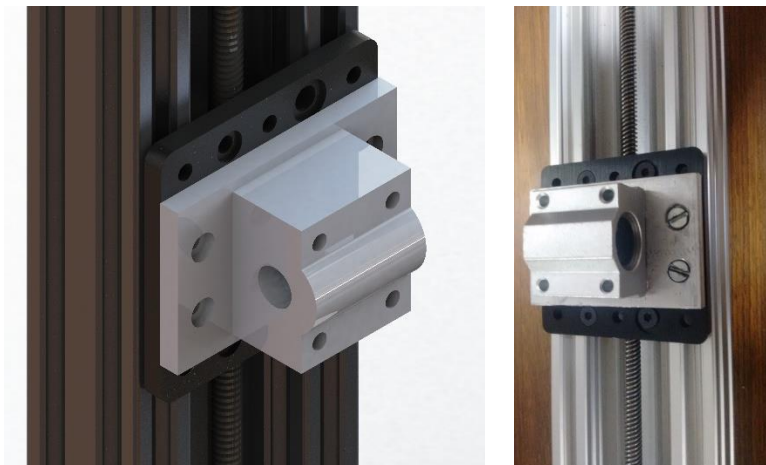


Figura 4-13: Conexión fija entre chumacera lineal y carro.

El siguiente par cinemático es de tipo P (prismático) se hace con la chumacera lineal y la flecha circular sólida como se muestra en la Figura 4-14, este par cinemático conecta a la plataforma móvil por medio de una rotula, más adelante se explica este par cinemático.

## Capítulo IV Diseño y Construcción de Robot Paralelo

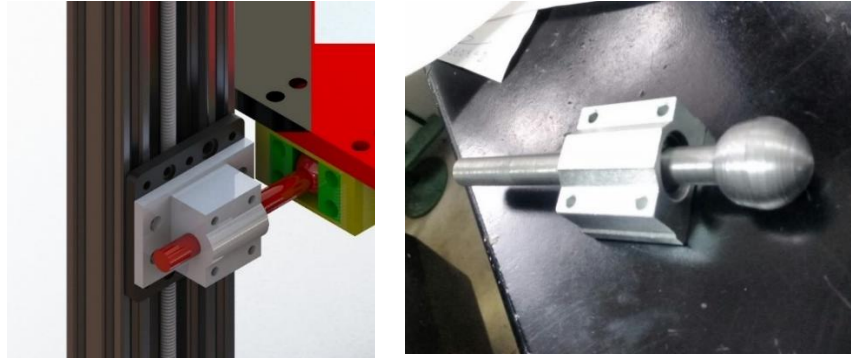


Figura 4-14: Par cinemático de tipo prismático.

La unión esférica tiene la forma de un perfil cúbico, este perfil cúbico embona con la esfera de la rótula, a su vez el perfil cúbico está conectado directamente a la plataforma móvil mediante tornillos, por lo que al mover el perfil cúbico también se mueve la plataforma móvil. En la Figura 4-15 se realiza una vista de sección para visualizar mejor el tipo de unión esférica, en el perfil cúbico se introduce la esfera permitiendo rotación, para evitar que la esfera se salga de su área de trabajo se diseñan dos perfiles rectangulares con un corte triangular y se fija al perfil cúbico mediante tornillos.

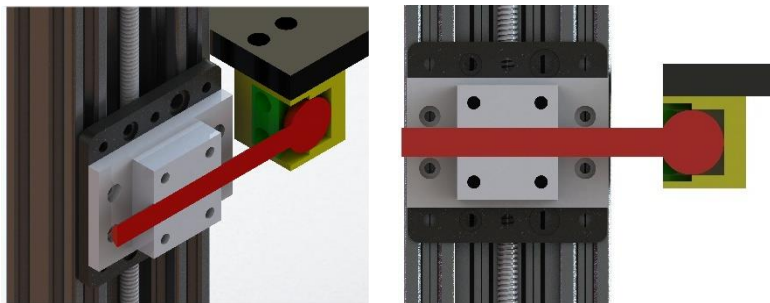


Figura 4-15: Unión esférica entre plataforma móvil y barra circular sólida de acero.

El Robot Paralelo cuenta con dos cadenas cinemáticas cerradas de tipo HPS (Helicoidal-Prismático-Esférico). Se utiliza perfil de aluminio de 30 x 30 cm para la base fija, cuenta con un poste central de acero estructural que está fijo a la base para soportar la carga aplicada en la plataforma móvil.

En la Figura 4-16, Figura 4-17 y Figura 4-18, se presentan las vistas superior, Vista lateral derecha, vista frontal e isométrico respectivamente del diseño final realizado en SolidWorks.

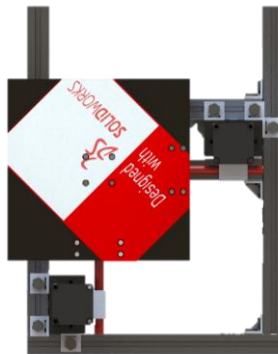


Figura 4-16: Vista Superior.

## Capítulo IV Diseño y Construcción de Robot Paralelo

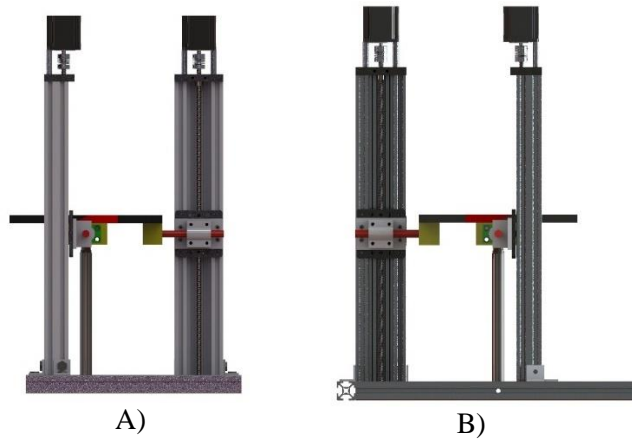


Figura 4-17: A) Vista lateral derecha; B) Vista frontal

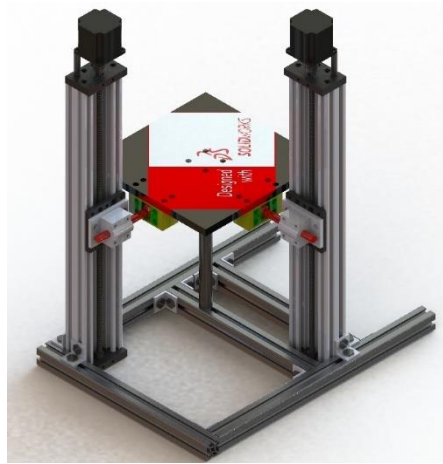


Figura 4-18: Vista isométrica.

### 4.3 Construcción y ensamble de Robot Paralelo

En la Figura 4-19 se presentan todas las piezas físicas que se utilizaron para ensamble del Robot Paralelo. Las piezas se presentan en forma de lista en el Apéndice D. Al terminar el de ensamblar se observa que la plataforma es de color negro, esto es porque se utilizó pintura por estética.

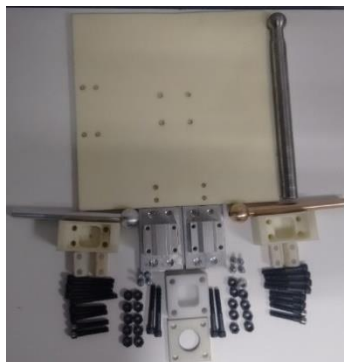


Figura 4-19: Piezas para ensamblar el Robot Paralelo.

## Capítulo IV Diseño y Construcción de Robot Paralelo

Como primera parte en la Figura 4-20 se muestra el ensamble de las guías lineales con las chumaceras lineales y rotulas.



Figura 4-20: Ensamble chumacera lineal con guía lineal.

A continuación en la Figura 4-21 se muestra el ensamble de las guías lineales con la base fija, al igual el poste central con la base fija, las rotulas con las chumaceras lineales, por lo tanto en la Figura 4-22 se presenta el prototipo ensamblado completamente.



Figura 4-21: Ensamble de guías lineales con base fija, poste central con base fija.

En la Figura 4-22 se presenta el prototipo físico ensamblado con todos sus componentes que lo conforman, hasta este punto el prototipo está listo para realizar pruebas.

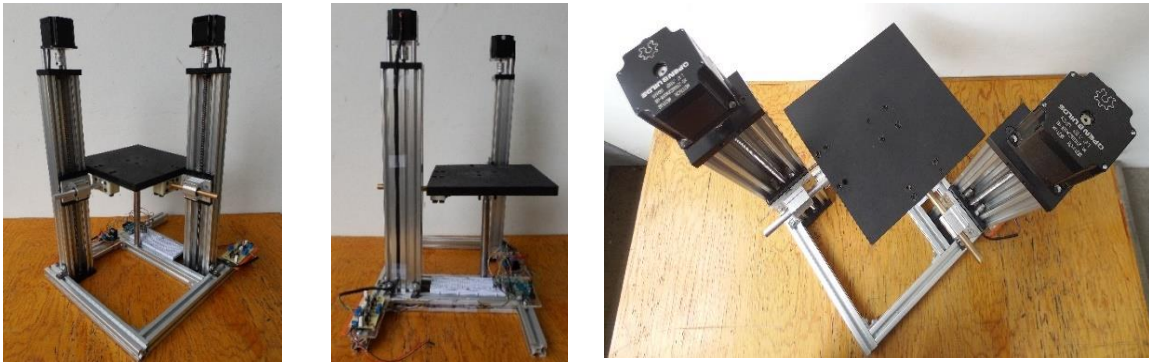


Figura 4-22: Prototipo físico de Robot Paralelo terminado.



## Capítulo IV Diseño y Construcción de Robot Paralelo

### 4.4 Etapa de potencia

Para realizar las pruebas se requirió de una etapa de potencia ubicada entre el motor a pasos y el microcontrolador Arduino, esto debido a que la señal de salida del microcontrolador únicamente proporciona 5 volts @ 20 mA por cada salida digital [37], por lo que se necesita amplificar la señal de control, función que realiza el driver de potencia de 3 A, internamente el driver está diseñado para soportar el cambio de polaridad de la corriente ya que también se requiere el cambio de giro del motor a paso.

En la Figura 4-23 se puede observar una representación gráfica del sistema de transmisión de señales de control que accionan los dos motores a pasos. El sistema de control se implementa con la tarjeta Arduino Uno. Arduino es una placa de microcontrolador que se conecta a la computadora por medio de un cable USB, contiene 14 entradas y salidas digitales de las cuales 6 pueden ser usadas como salidas PWM (pulse-width modulation), tienen 6 entradas analógicas en el cual se pueden conectar diversos sensores. En la programación del ciclo de trabajo de cada motor a paso se consideró que una vuelta del motor equivale a 8 mm de carrera del carro de la guía lineal, por lo que al resolver la cinemática del robot paralelo se tiene que para alcanzar una posición de 30 grados se requieren 8 vueltas de cada motor.

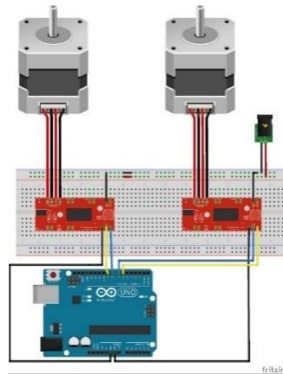


Figura 4-23: Representación gráfica de la etapa de potencia y control.

En la Figura 4-24 se observa el prototipo físico con el sistema de etapa de potencia y control. El sistema general cuenta con una fuente de alimentación, dos drivers de etapa de potencia llamados puente H con una capacidad de 3 A y la tarjeta Arduino, todas fijas a la base del robot paralelo. La fuente de energía externa tiene la capacidad de entregar un voltaje de salida de 30 volts @ 3 Amperes, además cuenta con tres salidas de las cuales dos de ellas entregan la potencia nominal de trabajo de la fuente (Master-Slave) y la salida ubicada en medio entrega 5 volts. Se usan las dos salidas Master-Slave para alimentar el driver de potencia correspondiente a cada motor y posteriormente se realiza la conexión entre cada puente H y la tarjeta Arduino, cabe mencionar que las salidas de la tarjeta Arduino son señales de tipo digital,

## Capítulo IV Diseño y Construcción de Robot Paralelo

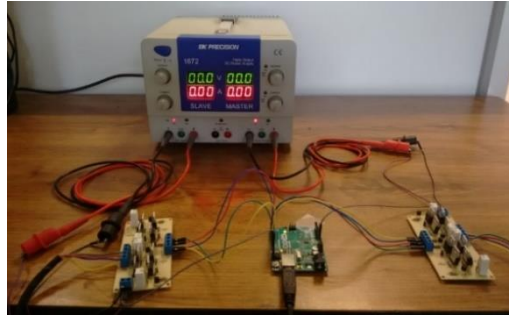


Figura 4-24: Fuente de potencia, microcontrolador Arduino uno y 2 driver de potencia.

En la Figura 4-25 se muestra el prototipo físico terminado del Robot Paralelo de dos grados de libertad utilizando guías Lineales, hasta este momento el Robot está listo para realizar pruebas, por lo que la siguiente etapa son las pruebas de funcionalidad.

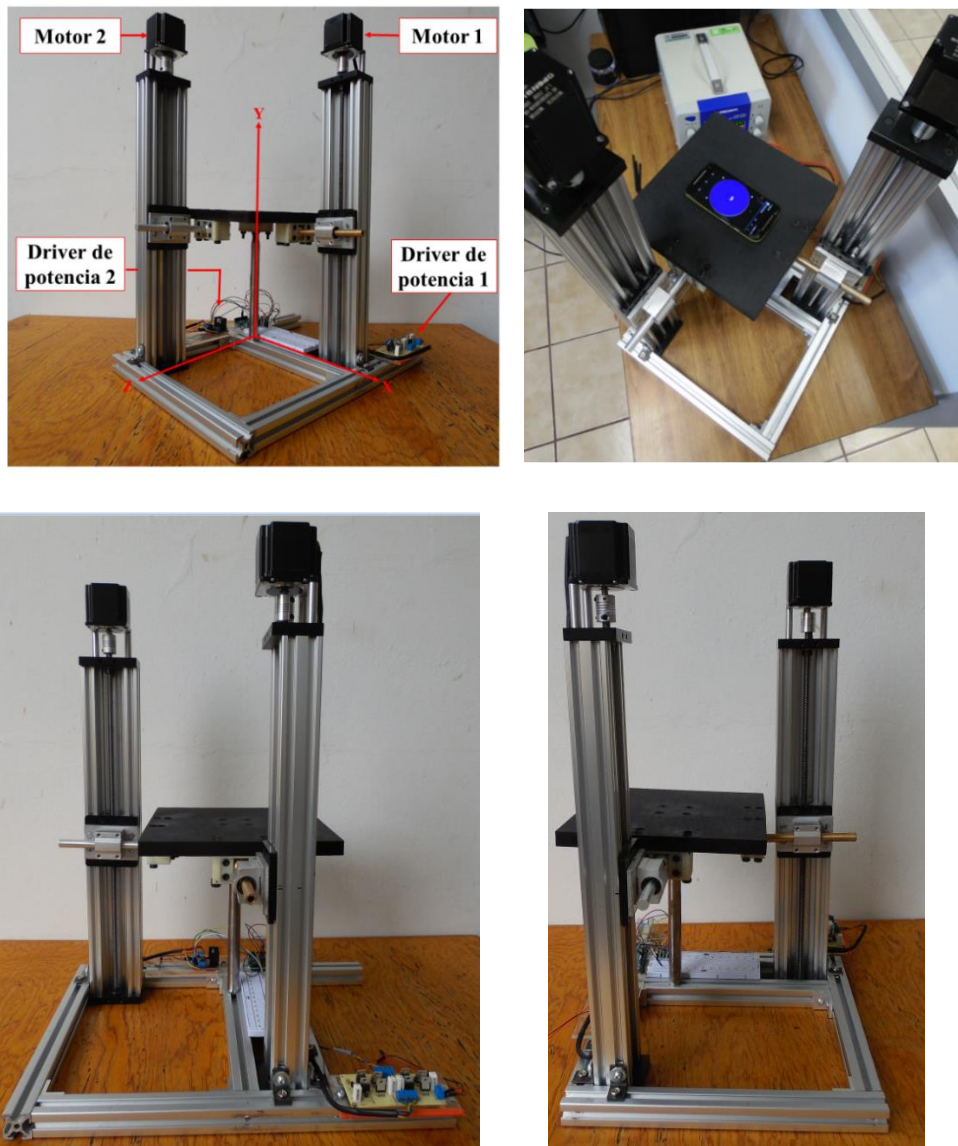


Figura 4-25: Prototipo físico de Robot Paralelo con sistema de potencia implementado.

## Capítulo IV Diseño y Construcción de Robot Paralelo

### 4.5 Pruebas de funcionalidad y resultados experimentales

Una vez construido el prototipo físico se procede a realizar las pruebas de funcionalidad para medir el ángulo de trabajo de la plataforma móvil en los dos ejes de trabajo “X” y “Z”, para esto se utilizó un Smartphone y se colocó en la plataforma móvil; dicho Smartphone tiene un sensor incluido de tipo acelerómetro debido a que el control es en lazo abierto. El sensor mide la posición en los ejes X y Z de la plataforma móvil, cabe mencionar que cuando se acciona el motor 1 se obtiene movimiento angular con respecto al eje Z y cuando se acciona el motor 2 se obtiene movimiento angular con respecto al eje X.

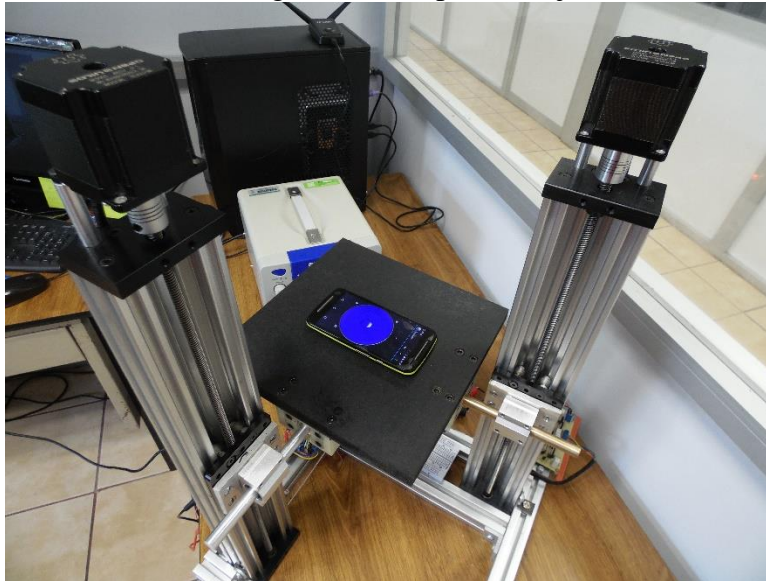


Figura 4-26: Smartphone con sensor para medir

La rehabilitación es el proceso en el cual a través de la fisioterapia es posible recuperar las habilidades físicas perdidas debido a un incidente traumático. Existen cuatro niveles de recuperación dependiente del nivel de actividad que el paciente requiera: pasiva, asistida, activa y resistiva [38]. Las pruebas que se realizan se orientan a la rehabilitación pasiva, y esta consiste en la recuperación del paciente sin realizar esfuerzo alguno, es decir el dispositivo de rehabilitación utilizado es el que realiza la terapia mediante series con repeticiones de 15 ciclos. En la Figura 4-26 se muestra la amplitud en grados y dirección del movimiento de dorsiplantarflexión, para dorsiflexión es de 0 a 20° y el de plantarflexión es de 0 a 45°, ambos movimientos desacoplados comienzan desde la referencia 0° por lo que el intervalo de dorsiplantarflexión es de -45° hasta 20°, considerando estos límites se asignará a dorsiflexión 20° y al movimiento de plantarflexión de 30° para realizar las pruebas debido a que el rango de trabajo del robot paralelo está limitado a 30°, el objetivo principal de estas pruebas es comprobar la funcionalidad del robot paralelo con un enfoque de rehabilitación pasiva para este caso.



## Capítulo IV Diseño y Construcción de Robot Paralelo

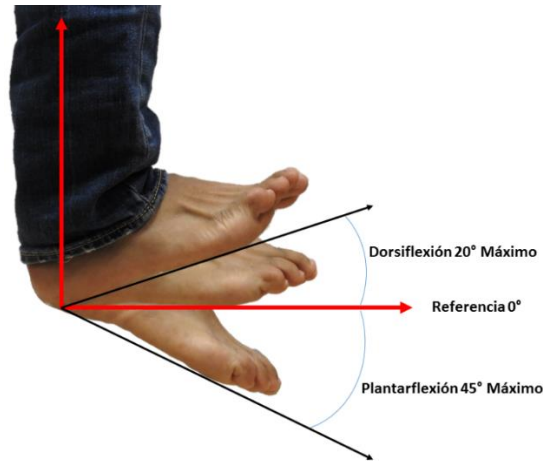


Figura 4-27: Movimiento del tobillo de Dorsi-Plantarflexión

La amplitud para el movimiento de inversión es de 0 a 30°, y el de eversión es de 0 a 10°, estos movimientos se realizan con respecto a la referencia inicial de la plataforma móvil y los ángulos son positivos.

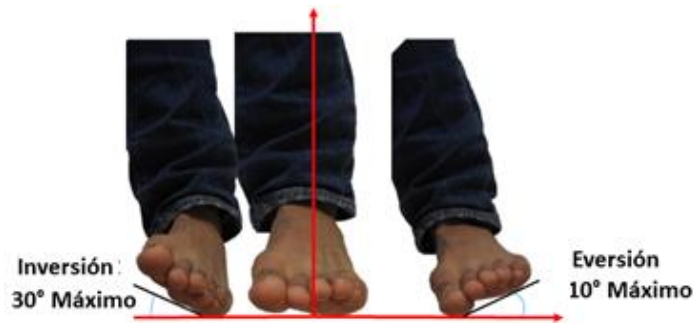


Figura 4-28: Movimiento del tobillo de inversión-eversión

En la Figura 4-29 se muestra el prototipo físico del robot paralelo junto con la etapa de potencia, Arduino y fuente de potencia externa para alimentar los motores.

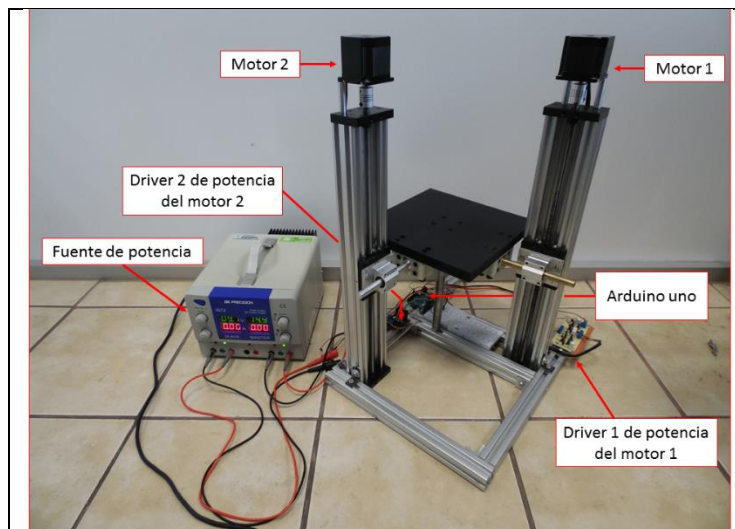


Figura 4-29: Prototipo físico listo para realizar pruebas.

## Capítulo IV Diseño y Construcción de Robot Paralelo

En el Apéndice B se explica que cuando el motor a pasos da una vuelta entonces el carro de la guía lineal se mueve 8 mm linealmente lo que se traduce en un ángulo de trabajo de la plataforma móvil, el factor de conversión se determina a continuación:

Por cada vuelta del motor a pasos la plataforma móvil tiene una rotación de  $4.07055^\circ$ , este valor se encuentra de la cinemática directa del robot paralelo, retomando la ecuación (10) se tiene:

$$r_3 = r_1 \sin \theta_1 \quad (60)$$

$r_3$  representa el desplazamiento lineal del carro de la guía lineal y se desplaza 8 mm por vuelta realizada por el motor a pasos.

$r_1$  representa la longitud que existe entre el punto central de la plataforma móvil respecto al punto de rotación de la esfera que es accionada por el motor a pasos por medio del sistema chumacera lineal-eslabón sólido con esfera.

$$\theta_1 = \text{sen}^{-1} \left( \frac{r_3}{r_1} \right)$$

$$\theta_1 = \text{sen}^{-1} \left( \frac{8}{112.3} \right) = 4.08508^\circ$$

Por lo que el valor de la posición deseada de la plataforma móvil siempre se conocerá y con base a este dato se puede encontrar el desplazamiento lineal de la chumacera lineal y posterior a esto se realiza la conversión de mm recorridos por el carro a revoluciones del motor.

Por ejemplo:

Si se desea obtener la posición deseada de  $20^\circ$  que es el caso de dorsiflexión, se realiza lo siguiente:

$$1 \text{ Vuelta del motor} \text{ ---} \rightarrow 4.08508^\circ$$

$$\text{"X" giros} \text{ < ---} 20^\circ$$

X= El motor tienen que dar 4.8958 giros para poder obtener la posición deseada de  $20^\circ$ .

Para el movimiento de plantarflexión se requieren  $30^\circ$  que equivalen a 7.3437 vueltas del motor teóricamente, sin embargo al programar el motor en Arduino se detecta un error 2.5 % ya que el motor da 7.16 vueltas para llegar a los  $30^\circ$ . Cada prueba realizada en esta tesis está documentado con un video, por lo que los videos se encuentran en su carpeta correspondiente. En la Tabla 8 se presenta la conversión de revoluciones del motor en ángulo de trabajo de la plataforma móvil.

## Capítulo IV Diseño y Construcción de Robot Paralelo

Tabla 8: Conversión de revoluciones de motor a ángulo de plataforma.

Cinemática Directa [mm]	Revoluciones del motor (ideal)	Ángulo de plataforma móvil [°]
8	1	4.08508
16	2	8.17016
19.5006	2.4479	10
24	3	12.2552
30.9540	3.9166	16
32	4	16.3403
38.4088	4.8958	20
40	5	20.4254
48	6	24.5104
56	7	28.5955
56.15	7.3437	30
64	8	32.6806

### 4.5.1 Resultados de dorsiflexión

La prueba número 1 consiste en accionar el motor 1, este motor posiciona a la plataforma móvil a  $20^\circ$  con respecto al eje Z, ahora bien estos  $20^\circ$  genera el movimiento de dorsiflexión y el número de ciclos de trabajo se establece con base al artículo [39], considerando que una serie debe tener al menos 15 repeticiones para cada movimiento antes mencionado.

En la Figura 4-30 se observa que la plataforma móvil se encuentra posicionada en la referencia cero, lista para iniciar una serie de repeticiones de dorsiflexión o plantarflexión.

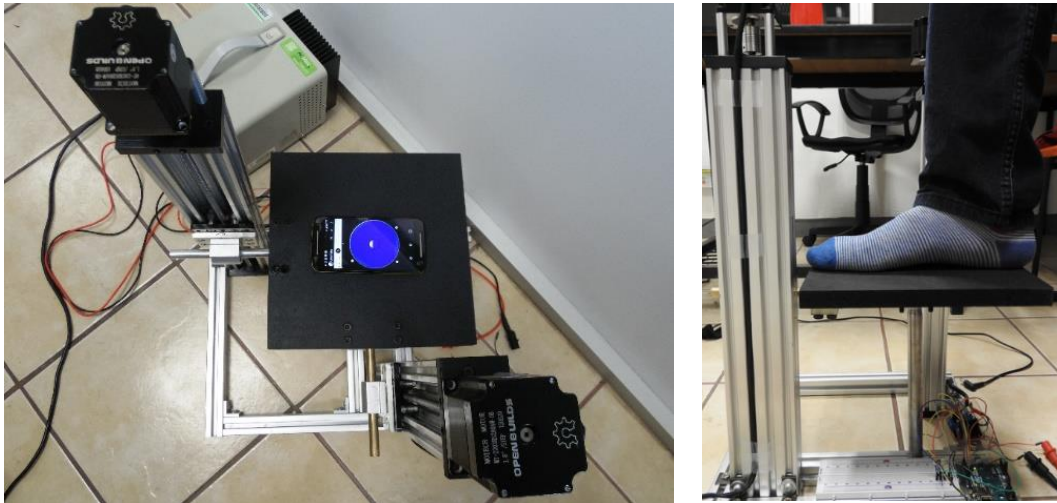


Figura 4-30: Referencia cero de la plataforma móvil.

## Capítulo IV Diseño y Construcción de Robot Paralelo

En la Figura 4-31 se presentan los resultados obtenidos, se observa que la plataforma móvil se encuentra en la posición deseada de  $20^\circ$  por lo que esta prueba es confiable.

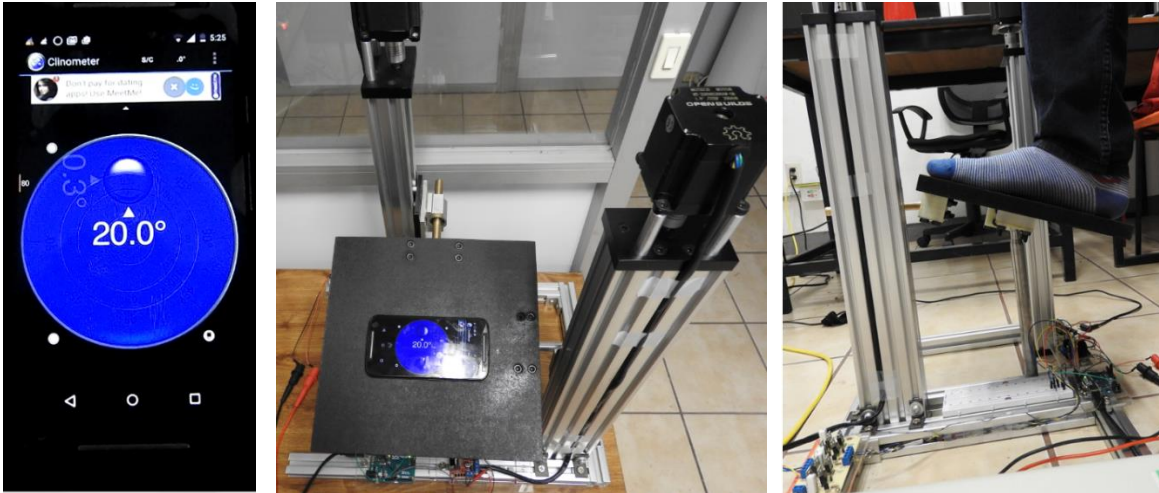


Figura 4-31: Movimiento de tobillo de Dorsiflexión.

### 4.5.2 Resultados de plantarflexión

El objetivo de cualquier programa de rehabilitación eficaz debe ser el aumento de la amplitud de movimiento de la articulación rehabilitada por lo que en la Figura 4-32 se presenta la prueba 2, el robot llega a una posición deseada de  $30^\circ$  generando el movimiento de plantarflexión, cabe mencionar que el límite máximo de plantarflexión es de  $45^\circ$  pero para fines de demostración se utilizan  $30^\circ$  debido a que es el rango de trabajo del robot paralelo.

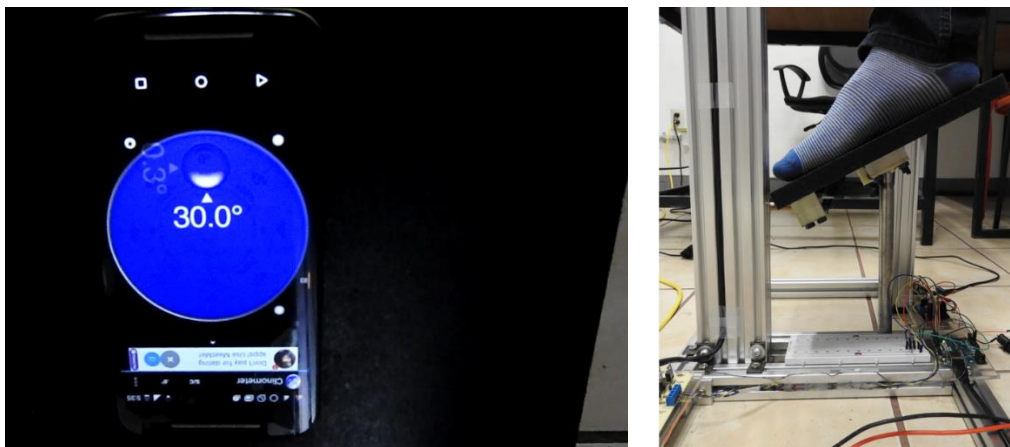


Figura 4-32: Movimiento de Plantarflexión de tobillo a  $30^\circ$ .

## Capítulo IV Diseño y Construcción de Robot Paralelo

### 4.5.3 Resultados de inversión-eversión

Esta prueba consiste en llevar a la plataforma móvil a dos posiciones diferentes, para el movimiento de inversión le corresponde  $30^\circ$  y para eversión  $10^\circ$ , en la Figura 4-33 se observa al paciente en una serie que se repite 15 veces.

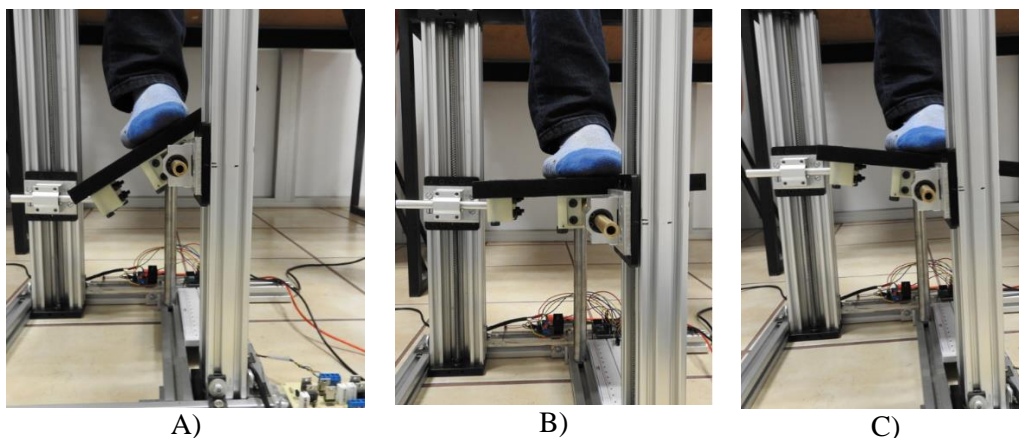


Figura 4-33: Movimiento de inversión-eversión de la plataforma móvil, A) inversión, B) referencia cero, C) eversión.

Las pruebas se realizaron con un control de lazo abierto, ya que no existe alguna realimentación para posicionar de manera angular la plataforma móvil y así verificar de manera más precisa su posición. Sin embargo, el uso de motores a pasos da una buena precisión debido al tamaño de paso que tiene y que se puede controlar los pasos que se requieran para llegar a la posición deseada, como se mostró en los resultados anteriormente presentados.

# Capítulo V

## Conclusiones y Trabajos Futuros

---

### 5.1 Conclusiones

De acuerdo con el objetivo general planteado al inicio de la tesis se realizó el diseño y la construcción de una nueva configuración de Robot Paralelo con dos grados de libertad orientada a rehabilitación pasiva del tobillo. Este Robot Paralelo cuenta con dos guías lineales actuadas por motores a pasos y dos cadenas cinemáticas cerradas de tipo HPSS (Helicoidal-Prismático Esférico-Esférico). Esta configuración seleccionada no está sobreactuada porque por cada grado de libertad se tiene un motor. Además, da una ventaja en cuanto al tamaño de robots paralelos, puesto que la plataforma se pudiera inclinar hasta una posición angular mínima tal que el carro de la guía línea se desplace a un valor mínimo de su carrera.

1. Para cumplir con el objetivo específico número 1 se obtiene el modelo matemático del Robot Paralelo, el modelo matemático incluye el análisis de movilidad, cinemática y dinámica.
2. Para cumplir con el objetivo específico número 2, se realizó el diseño virtual en CAD (SolidWorks) de la configuración seleccionada para el Robot Paralelo, para poder encontrar el diseño final del Robot Paralelo se realizaron 5 diseños previos con diferentes configuraciones, posterior al diseño de cada configuración se realizó una simulación en el ambiente de Adams View para ver su comportamiento cinemático cumpliendo con el objetivo específico número 3, después de analizar los 5 diseños se eligió la configuraciones HPSS debido a que su comportamiento cinemático fue el que cumplió con los requerimientos de diseño en cuanto a los dos movimientos angulares independientes de la plataforma móvil para cada eje de rotación “X” y “Z”, los dos movimientos que emula el prototipo virtual corresponden a los movimientos de dorsiflexión y plantarflexión del tobillo humano y se aplica la dinámica desacoplada sin generar rotación con respecto al eje principal “Y”. Con el mismo diseño virtual también se realizó dos análisis estáticos de la plataforma móvil con software CAE (Ansys), el primer análisis es para obtener las magnitudes de cada reacción en las uniones esféricas, y el segundo es para obtener el factor de seguridad y monitorear la concentración de esfuerzos que se generan internamente en cada pieza que están interactuando al momento de accionar el Robot Paralelo, encontrando un factor de seguridad de 2.7 y que la pieza que genera el máximo esfuerzo de 90.3 MPa es la rótula, sin embargo este esfuerzo no excede el punto de fluencia del acero que es de 250 MPa, por lo cual el diseño virtual se considera confiable y por lo tanto se procedió a construir el Robot Paralelo para cumplir con el objetivo específico número 4.

## Capítulo V Conclusiones y Trabajos Futuros

Una vez se tiene el prototipo físico con etapa de potencia y control se procede a realizar las pruebas de funcionalidad retomando el caso de estudio de rehabilitación de tobillo con movimiento pasivo continuo. Se realizaron 3 pruebas funcionales, 1 prueba para el movimiento de dorsiflexión a  $20^\circ$ , 1 prueba para plantarflexión  $30^\circ$  y por ultimo 1 prueba para el movimiento de inversión-eversión con una amplitud de  $30$  a  $10^\circ$ .

El uso de motores a pasos y el tornillo de la guía lineal permiten tener un control preciso en lazo abierto, obteniendo un error máximo menor del 3%. Sin embargo, para un control más preciso y para soportar cargas más grandes se requiere de un servomotor o motorreductor con un sensor (encoder o sensor Hall) para reducir el error en la posición. Un motor de mayor potencia daría al rehabilitador la posibilidad de proporcionar rehabilitación resistiva, es decir, que el rehabilitador se oponga al movimiento del paciente para fortalecer y recuperar el tono muscular.

Para obtener el diseño de este robot paralelo se consideró que tuviera la menor cantidad de componentes, se ensamblará de manera fácil y proporcionará los movimientos angulares mínimos y máximos. En este proceso se requirió el conocimiento y aplicación de diferentes áreas, tales como, el Diseño Asistido por Computadora, Ingeniería Asistida por Computadora, modelado matemático de cinemática y dinámica, diseño de estrategias de control, conocimientos de electrónica, mecánica y de fisioterapia, resultando en un proyecto multidisciplinario.



# Capítulo V Conclusiones y Trabajos Futuros

## 5.2 Trabajos Futuros

Dada la configuración seleccionada de 2 grados de libertad en este robot paralelo se puede decir que el poste central puede ser reemplazado por un actuador lineal convirtiéndolo en un robot paralelo de tres grados de libertad no sobreactuado. Este grado de libertad puede proporcionar movimientos para rehabilitar la extremidad de la rodilla con flexión y combinarlo con otro movimiento del tobillo, para esto se requiere accionar los tres motores al mismo tiempo, por ejemplo, si se requiere dorsiplantarflexión en el tobillo y flexión en la rodilla entonces el motor 1 tiene que llevar una velocidad duplicada a los motores 2 y 3, para realizar este tipo de combinación se requiere también que los motores 2 y 3 trabajen a la misma velocidad para no generar una rotación con respecto al eje “X”. Para un movimiento de inversión- eversión se tiene que el motor 1 y 3 deben tener la misma velocidad angular de trabajo, y el motor 2 realizará el movimiento de inversión-eversión de acuerdo con la amplitud de trabajo que le corresponde.

Se propone diseñar e implementar diversas estrategias de control para que el robot paralelo realice diferentes trayectorias, controlando posición y velocidad. Para un mejor posicionamiento, el control debería contemplar perturbaciones debido al peso diferente de cada paciente que aplique en la plataforma. Implementar estrategias de control para una rehabilitación resistiva, mediante el uso de un motor de corriente directa con sensor para la realimentación del control.

En la actualidad, las tecnologías pueden ser ocupadas para la recuperación, teniendo como resultado una pronta recuperación del paciente gracias a la motivación. Los juegos serios (serious games) son aquellos juegos que tienen como fin ayudar a que se desarrolle una habilidad y no tienen como objetivo principal la diversión o el entretenimiento, aunque los engloba. Este tipo de juegos pueden ser aplicados en múltiples áreas, una de ellas es la salud.

La rehabilitación de tobillo con juegos serios puede ser utilizada como una herramienta tanto en la clínica como el hogar, además de que esto será un proceso divertido e interactivo para el paciente teniendo como resultado su pronta recuperación. Se propone el desarrollo de un juego serio para la recuperación del tobillo, el cual puede contener diferentes niveles que se irá empatando con la recuperación del mismo, entre más afectado esté, el nivel será bajo, y entre mejor se encuentre estará en el nivel más alto; este tipo de rehabilitación podrá ser realizada tanto en la clínica como en el hogar [35, 36, 37, 38].

Se aceptó para publicar y presentar el artículo denominado “Diseño y Construcción de un Robot Paralelo de dos grados de libertad utilizando guías lineales para rehabilitación de tobillo” en el Congreso Internacional de innovación Tecnología, Negocios y Educación CIITNE 2016 a celebrarse el 8 y 9 de Diciembre del 2016.



## Referencias Bibliográficas

- [1] M. D. MILLER, «ORTOPEDIA Y TRAUMATOLOGIA,» de *Biomecánica del Tobillo y el pie*, ESPAÑA, ELSEVIER, 2009, p. 120.
- [2] F. A. Gómez Becerra, «Tesis de maestría "Diseño y Construcción de un Mecanismo para la Rehabilitación de tobillo",» Cuernavaca, Morelos, México, 2013.
- [3] H. R. Azcaray Rivera, "*Construcción de un Rehabilitador de Movimiento Pasivo Continuo con Sistema de Adquisición de Señales Mieléctricas*", 2012.
- [4] J. I. Godoy, "*Robot Paralelo para la Rehabilitación de Tobillo*" Tesis de Maestría, 2012.
- [5] N. C. Ruiz Hidalgo, «Tesis de maestría "Control mioléctrico de un rehabilitador de tobillo",» Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico, Cuernavaca, Morelos, México, 2014.
- [6] J.P.Merlet, "Parallel Robots", Netherlands: Springer, 2006.
- [7] I. S. M. T. World. [En línea]. Available: <http://www.inmotionsimulation.com/index.html>. [Último acceso: 15 11 2015].
- [8] RehabMart, «OptiFlex Ankle CPM,» [En línea]. Available: <http://www.rehabmart.com/product/optiflex-ankle-cpm-42299.html>. [Último acceso: 12 11 16].
- [9] A. M. P. p. Ltd. [En línea]. Available: [http://www.accordmedicalproducts.com/physiotherapy equipments\\_leg\\_knee\\_foot.php#top](http://www.accordmedicalproducts.com/physiotherapy equipments_leg_knee_foot.php#top). [Último acceso: 12 11 2016].
- [10] Kinetec, «5090,» [En línea]. Available: <http://kinetec.fr/en/kinetec-selection/cpm-continuous-passive-motion/ankle/attelle-kinetec-5090-detail.html>. [Último acceso: 12 11 2016].
- [11] F. CS, «Fisiotek-25005,» [En línea]. Available: <http://www.fysiomed.cz/eng/rehabilitation-equipment/orthopedic-rehabilitation/fisiotek/>. [Último acceso: 12 11 2016].
- [12] Medirent, «Ankle CPM,» [En línea]. Available: <http://medirent.com.au/products/continuous-passive-motion/ankle/>. [Último acceso: 12 11 2016].
- [13] Kinetec, «Breva,» [En línea]. Available: <http://kinetec.fr/en/kinetec-selection/cpm-continuous-passive-motion/attelle-kinetec-breva-detail.html>. [Último acceso: 12 11 2016].

- [14] D. F. R. S. Nigel Palastanga, «ANATOMÍA Y MOVIMIENTO HUMANO. ESTRUCTURA Y FUNCIONAMIENTO,» de *Función de los ligamentos colaterales*, Barcelona, Paidotribo, 2000, p. 358.
- [15] S. F. W. Eugene Sherry, «MANUAL OXFORD DE MEDICINA DEPORTIVA,» de *BIOMECÁNICA*, Barcelona, Paidotribo, 1998, p. 343.
- [16] L. Chatoiw y J. Walter DeLany, «Aplicación clínica de las técnicas neuromusculares,» de *tomo II "Extremidades inferiores"*, Badalona, España, Paidotribo, 2006, p. 502.
- [17] H. D. Taghira, «Parallel Robots,» de *Parallel Robots, Mechanics and Control*, Taylor & Francis Group, 2013, p. 14.
- [18] H. M. Avalos, «Robots Paralelos: Conceptos básicos y Aplicaciones,» Universidad Politecnica de Madrid.
- [19] M. libre, «Actuador Lineal 45kg Xscorpion Xla24,» 12 10 2015. [En línea]. Available: [http://articulo.mercadolibre.com.mx/MLM-550545636-actuador-lineal-6096cm-elevacion-y-45kg-xscorpion-xla24-\\_JM](http://articulo.mercadolibre.com.mx/MLM-550545636-actuador-lineal-6096cm-elevacion-y-45kg-xscorpion-xla24-_JM). [Último acceso: 01 01 2016].
- [20] <https://openbuilds.com.mx/tienda/tornillos-y-tuercas/tornillo-trapezoidal-8-mm-acme/>, «OPENBUILDS,» [En línea].
- [21] R. KUKA. [En línea]. Available: <https://es.pinterest.com/pin/379569074817919360/>. [Último acceso: 12 11 2016].
- [22] «Plataforma Stewart,» [En línea]. Available: <https://es.pinterest.com/pin/493003490437840523/>. [Último acceso: 12 11 2016].
- [23] G. Gogu, *Structural Synthesis of Parallel Robots, Part 1: Methodology*, Springer, 2008.
- [24] O. Salgado Picon, «Tesis Doctoral "Síntesis, Análisis y Diseño de manipuladores Paralelos de Baja Movilidad",» Universidad del país Vasco, Bilbao, 2008.
- [25] M. izquierdo, de *Biomecánica y Bases Neuromusculares de la Actividad Física y el Deporte*, Madrid, Editorial Médica Panamericana, S.A., 2008, pp. 21-23.
- [26] J. H. LIFE. [En línea]. Available: <http://jctraining.webnode.es/anatomia-fisiologia/a1-planos-del-cuerpo/>. [Último acceso: 14 11 2016].
- [27] mibienestar.es. [En línea]. Available: <http://www.mibienestar.es/salud/2-general/23-los-seis-movimientos-del-pie.html>.

- [28] D. H. Mizca, Maquinas y Mecanismos, Cuarta Edición ed., México: PEARSON EDUCACIÓN, 2012.
- [29] K. Z. Z.-J. F. Jing-Shan Zhao \*, «A theory of degrees of freedom for mechanisms,» *ELSEVIER* , pp. 622-623, 27 December 2003.
- [30] R. L. Norton, Diseño de Maquinas, un enfoque integrado cuarta edicion, Naucalpan de Juarez estado de México: Pearson, 2011.
- [31] J. J. Craig, Robótica, México: Pearson Educación, 2006.
- [32] J. B. Marion, Dinámica Clasica de las Partículas y Sistemas, Barcelona: Reverte S.A. , 1998.
- [33] E. J. J. J. T. D. D. F. Ferdinand P. Beer, «Mecánica de Materiales,» China, Mc Graw-Hill, 2010, p. 29.
- [34] M. J. B., Introduction to Mechanical System Simulation Using Adams.
- [35] V. S. R. Kelly, «Control de Movimiento de Robots Manipuladores,» de *Robotica Automática*, España, PEARSON EDUCACION, S.A., 2003, p. p.138.
- [36] K. Ogata, «Ingeniería de control moderna,» Madrid, PEARSON EDUCACIÓN, S.A, 2010, p. p.166.
- [37] S. Monk, «Treinta proyectos con arduino,» Madrid España, Estribor. S.L., 2012, p. p. 38.
- [38] J. L. C. E. A. B. O. M. A. O. S. F. A. G. B. Cesar Humberto Guzman Valdivia, «Diseño y Control de un sistema interactivo para la rehabilitación de tobillo: TobiBot,» *INGENIERÍA MECANICA TECNOLOGIA Y DESARROLLO*, vol. 5, nº 1, pp. 255-264, 24-03-2014.
- [39] V. Y. V. Jose David Cerdeño Arconada, «eFisioterapia.net " Protocolo ejercicios de tobillo",» eFisioterapia.net, 08 Noviembre 2012. [En línea]. Available: <http://www.efisioterapia.net/articulos/protocolo-ejercicios-tobillo>. [Último acceso: 01 06 2016].
- [40] C. Guzman Valdivia, J. Carrera Escobedo, A. Blanco Ortega, M. Oliver Salazar y F. Gómez Becerra, «Diseño y control de un sistema interactivo para la rehabilitación de tobillo: TobiBot,» *SOMIM*, vol. 5, nº 1, pp. 255-264, 2014.
- [41] «Toyra: Realidad Virtual para ayudar a personas parapléjicas,» Indra, 2011. [En línea]. Available: <http://todossomosuno.com.mx/portal/index.php/toyra-realidad-virtual-para-ayudar-a-personas-paraplejicas/>. [Último acceso: 15 10 2016].

- [42] LabHuman, «Corporación mutua incorpora la tecnología virtual para la rehabilitación de las lesiones músculo-esqueléticas,» LabHuman, 14 Febrero 2012. [En línea]. Available: <http://boletintecnico.pr/delacev.com/historico/noticias/newsletter-14-febrero-2012/corporaci%C3%B3n-mutua-incorpora-la-tecnolog%C3%AD-virtual-para-la>. [Último acceso: 15 10 2016].
- [43] E. Euscadi, «Innovacion & investigación,» 10 01 2013. [En línea]. Available: <http://www.esclerosismultipleuskadi.org/emlabs-virtual-games-esclerosis-multiple/>. [Último acceso: 16 10 2016].
- [44] A. Kapandji, «Fisiología Articular 2 Miembro Inferior,» de *EL TOBILLO*, Medica Panamericana, pp. 159-166.
- [45] G. Wily, «Articulaciones del miembro inferior pie,» 18 06 2015. [En línea]. Available: <http://es.slideshare.net/wilygimenez/tema-45-articulaciones-del-miembro-inferior-pie>. [Último acceso: 16 11 2016].
- [46] imagui, «Partes del pie humano,» [En línea]. Available: <http://www.imagui.com/a/partes-del-pie-humano-T85a79oBE>. [Último acceso: 14 11 2016].
- [47] efisioterapia.net, «Tratamiento del esguince de Tobillo,» EFISIOTERAPIA, 08 11 2012. [En línea]. Available: <http://www.efisioterapia.net/articulos/tratamiento-esguince-tobillo>. [Último acceso: 20 10 2016].
- [48] W. E. Prentice, «TECNICAS DE REHABILITACIÓN EN MEDICINA DEPORTIVA,» España, Paidotribo, 2001, p. p.60.
- [49] D. T. K. S. R. C. William E. Garret, «Medicina del Fútbol,» de "*Lesiones agudas en el pie y el tobillo*", Paidotribo, 2005, pp. 473-500.
- [50] FISIOMÉXICO, «ESGUINCE DE TOBILLO EN EL CORREDOR,» FISIOTERAPIA Y REHABILITACIÓN INTEGRAL, [En línea]. Available: <http://www.rehabilitaciondeportistas.com/tobillo-pie/esguince-de-tobillo-en-el-corredor.html>. [Último acceso: 16 11 2016].
- [51] A. Blanco Ortega, R. Vázquez Bautista, G. Vela Váldez, E. Quintero Marmol y G. López López, «Control de un prototipo virtual de una máquina de rehabilitación de tobillo,» *Rev. Fac. Ing. Univ. Antioquia*, pp. 183-196, 2013.
- [52] 2014-215. [En línea]. Available: <http://openbuilds.com.mx/producto/kits-completos/sistema-lineal-acme-c-beam/>.
- [53] J. A. C. G. Roque Calero Pérez, «Fundamentos de Mecanismos y Maquinas para Ingenieros,» de *Análisis Topológico de Mecanismos*, Mc Graw Hill.

- [54] y. J. R.S Hartenberg, "Kinematic Synthesis of Linkages", New York: McGraw-Hill,Inc, 1964.
- [55] E. V. d. I. M. Mecapedia, «Par Cinemático,» Departamento de Ingeniería Mecánica y Construcción, 05 12 2008. [En línea]. Available: [http://www.mecapedia.uji.es/par\\_cinematico.htm](http://www.mecapedia.uji.es/par_cinematico.htm). [Último acceso: 2016 11 16].
- [56] K. Serdar, Serial and Parallel Robot Manipulators – Kinematics, Dynamics, Control and Optimization, Rijeka, Croatia: InTech, 2012.
- [57] M. Cardona, "Análisis de singularidades de Robots Paralelos Planares 3 RRR basado en un índice de Condición de la Matriz Jacobiana ", Lima Peru: XVIII International Congress of Electronic, Electrical and Systems Engineering, IEEE, September 2011.
- [58] W. C. a. I. C. G. Yang, A Geometrical Method for the Singularity Analysis of 3RRR Planar Parallel Robots with Different Actuation Schemes, Intl., Lausanne, Switzerland, : Conference on intelligent Robots and Systems. EPFL , October 2002.
- [59] G. S. Tsai. L. Walsh, «Kinematics of a Novel Three DOF Translational Platform,» *Proceedings of the IEEE Internacional Conference on Robotics and automation*, pp. 3446-3451, 1996.
- [60] C. Gosselin y &. J. Angeles, «Singularity Analysis of Closed-Loop Kinematic Chains,» *IEEE Transacción on Robotics and Automation*, vol. 6, pp. 281-290, 1990.
- [61] Y. V. Ricardo, «Resolución de Mecanismo Paralelo Planar 3RRR Impulsado por Actuadores Eléctricos,» Querétaro, 2007.
- [62] J. H. L. M. Q. R. H. F. Babeth P. Saravia Darly, «Revisión del Estado del Arte de Manipuladores Paralelos,» *Scientia et Technica* , vol. XV, nº 42, pp. 81-86, Agosto 2009.
- [63] B. L. J. Antonio, «Diseño, Análisis y Construcción de un Robot Paralelo Traslacional,» Queretaro, 2009.
- [64] M. J. H. L. F. Q. R. DARLY BABETH P. SARAVIA, «REVISIÓN DEL ESTADO DEL ARTE DE MANIPULADORES PARALELOS,» *Scientia et Technica*, nº 42, pp. 81-86, 09 de Agosto de 2009.
- [65] <http://www.pkmtricept.com/>. [En línea].
- [66] C. R. Acosta, «Obtención de la ecuación de Euler-Lagrange utilizando los vectores base y vectores recíprocos,» *Acosta* , Vols. %1 de %2 Ingeniería 8-1 , pp. 17-22, 2004.
- [67] D. K. F. J. C. N. Charles M. Close, «Complex Algebra,» de *Modeling and Analysis of Dynamic Systems* , United States of America, Hamilton Printing Company, 2002, p. 539.

[68] O. Mexico, «Sistema lineal Acme OpenBuilds C-Beam,» M.Cs. Ronald A.M.A. van Arkel, 2014.  
[En línea]. Available: <https://openbuilds.com.mx/tienda/sistema-lineal-acme-openbuilds-c-beam-250/>. [Último acceso: 10 02 2016].

## Apéndice A Biomecánica del Tobillo Humano

### Tobillo Humano

El tobillo humano es la articulación que une el pie con la pierna, ver Figura A.1.

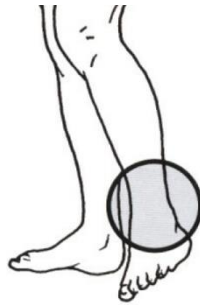


Figura A.1: Unión del tobillo con pie-pierna, [44].

Como se observa en la Figura A.2, su estructura ósea está compuesto por cinco huesos principales: 1) peroné, 2) calcáneo, 3) tibia, 4) astrágalo y 5) escafoides.

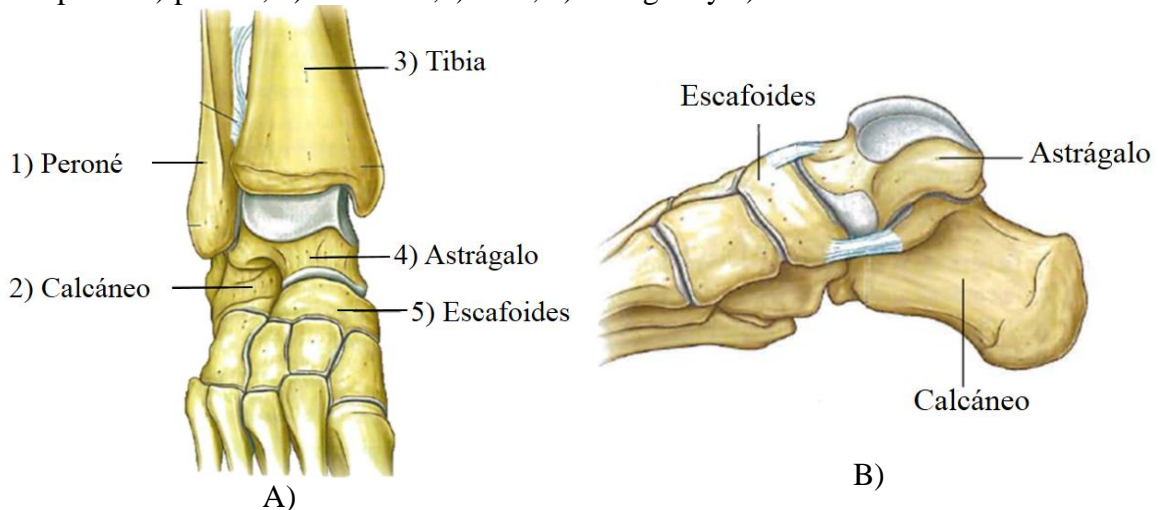


Figura A.2: Huesos de articulación de tobillo: A) vista anterior, B) vista lateral interna [45].

En la Figura A.3, se presentan los huesos que constituyen al pie humano, al igual se observa la ubicación de los huesos del tobillo.

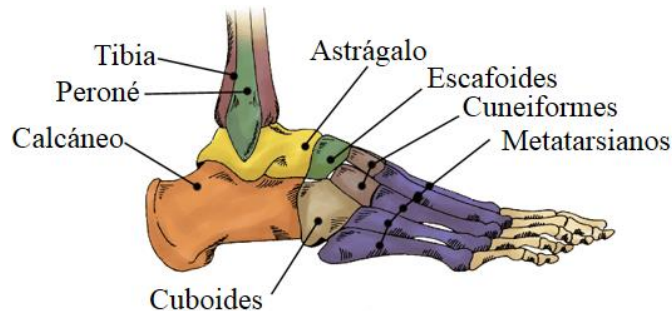


Figura A.3: Huesos que componen el pie humano [41].

Los ligamentos que lo constituyen se presentan en la Figura A.4, y son: 1) peroneoastragalino anterior, 2) peroneoastragalino posterior, 3) calcaneoperoneo y 4) grupo deltoideo [47].

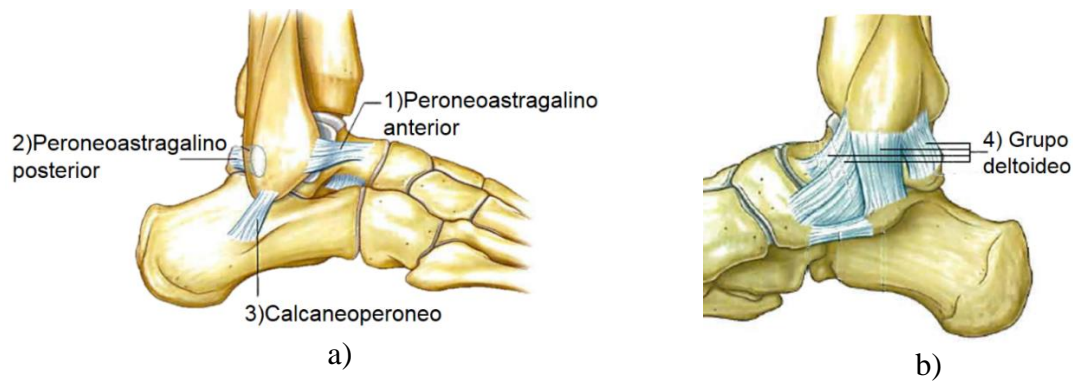


Figura A.4: Ligamentos del tobillo: a) Vista lateral externa, b) Vista Lateral interna [45].

### Esguinces de Tobillo

Un esguince implica una alteración del ligamento que sirve de apoyo a una articulación. Un ligamento es una banda de tejido duro y relativamente inelástico que conecta un hueso con otro [42]. Las lesiones de tobillo son las más comunes en los deportes y las actividades recreativas. El 29% de todas las lesiones en las extremidades inferiores son lesiones de tobillo, y de éstas, el 75% afectan los ligamentos laterales. El mayor porcentaje de lesiones de tobillo tiene lugar en el baloncesto, en el cual algo más de la mitad de las lesiones afecta el tobillo. El resultado de un esguince puede ser la rotura total de uno o más ligamentos laterales del tobillo. La inversión/flexión plantar es el mecanismo más común del esguince de tobillo. Los desgarros del ligamento peroneoastragalino anterior son los más frecuentes, seguidos de las lesiones en el ligamento peroneocalcáneo y en el ligamento peroneoastragalino posterior. Por distintas razones, el número de lesiones en el ligamento el ligamento lateral es superior al número de lesiones en el ligamento interno. En primer lugar, el maléolo interno más corto proporciona una escasa obstrucción a la eversión. En segundo lugar, hay una tendencia natural a la inversión. En tercer lugar, el ligamento peroneoastragalino anterior soporta una carga límite menor que todos los componentes del complejo lateral y, en consecuencia, sufre lesiones con mayor frecuencia [49].

Finalmente, el ligamento deltoideo (superficial y profundo) es más fuerte y más difícil de desgarrar que el complejo de ligamentos laterales. La eversión, o desgarros sindesmóticos, es menos frecuente.

### Tipos de esguinces de tobillo

Hay cuatro tipos fundamentales de tejidos en el cuerpo humano: epitelial, conectivo, muscular y nervioso. Los ligamentos del tobillo humano son tejidos de tipo conectivo por lo que las funciones del tejido conectivo en el cuerpo consisten en dar apoyo, ofrecer un armazón, llenar espacio, almacenar grasas, ayudar en la reparación de tejidos, producir células sanguíneas y proteger de las infecciones [48]. Los daños tras una lesión en el ligamento del tobillo pueden ser clasificados de diversas maneras. No existe un sistema estándar o universalmente aceptado para calibrar la gravedad de los esguinces de tobillo [49]. Las lesiones de los ligamentos del tobillo pueden dividirse en grados, de modo que el grado I es un esguince leve y afecta únicamente el ligamento peroneoastragalino anterior, se considera como un desgarramiento parcial del complejo del ligamento peroneoastragalino anterior,



pueden observarse dolores leves, una pequeña hinchazón y rigidez de la articulación, ver Figura A.5, [49].



Figura A.5: Esguince de tobillo tipo I, [50].

Mientras que el grado II es un esguince moderado constituye un desgarro de mayor importancia debido a que afecta tanto al ligamento peroneoastragalino anterior como el ligamento peroneocalcáneo, cabe esperar un dolor entre moderado e intenso, hinchazón y rigidez de la articulación, ver Figura A.6, [49].

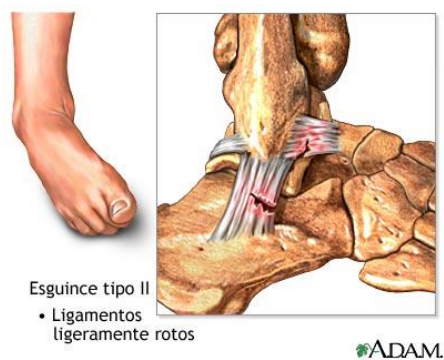


Figura A.6: Esguince de tipo II, [50].

El grado III se considera un esguince grave debido a que es un desgarro de todo el complejo del ligamento lateral, inicialmente se puede presentar un dolor intenso seguido por un dolor muy leve o inexistente debido a la rotura total de las fibras nerviosas. La hinchazón puede ser intensa, y por tanto, la articulación tiende a estar muy rígida durante algunas horas después de la lesión. Un esguince de tercer grado con una pronunciada inestabilidad suele requerir alguna forma de inmovilización durante varias semanas, ver Figura A.7, [49].

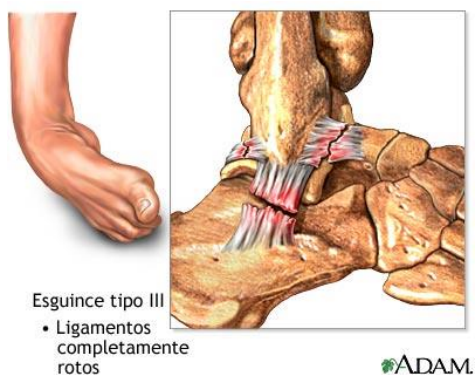


Figura A.7: Esguince de tipo III, [50].

## Rehabilitación de las lesiones de tobillo

El cuerpo humano puede ser considerado un sistema formado por segmentos móviles unidos. El esqueleto puede dividirse en tantas partes como huesos, sin importar lo pequeños que algunos puedan llegar a ser. Sin embargo, desde un punto de vista práctico, es frecuente dividir el esqueleto en diversos segmentos que tienen una unidad funcional. Para describir y analizar el movimiento, es frecuente dividir el cuerpo en los siguientes segmentos funcionales: cabeza, zona cervical (cuello), tronco (zona vertebral torácica y lumbar, pelvis y sacro), muslo, pierna o pantorrilla, pie, cintura escapular, brazo, antebrazo y mano. Desde el punto de vista técnico, parece evidente tener en cuenta que algunos de estos segmentos incluyen más de una parte; por ejemplo, la utilización del segmento pie para describir la función de las articulaciones subastragalina, metatarso falángica y falángicas [25].

La rehabilitación es el proceso por el cual se busca recuperar las aptitudes físicas perdidas ocasionadas por lesiones o traumas accidentales de algún segmento del cuerpo humano, por lo que mediante terapia física se recupera la movilidad y funcionamiento correcto del segmento lesionado. Existen tres modalidades de rehabilitación dependiendo del nivel de actividad que requieran del paciente: pasiva, asistida y activa. En la modalidad pasiva, el paciente no realiza ningún esfuerzo, esto es porque el terapeuta utiliza dispositivos mecánicos automatizados que están programados para realizar los movimientos de forma automática. En la modalidad asistida, se combinan los esfuerzos entre el terapeuta y el paciente para realizar los ejercicios correspondientes. En la modalidad activa es cuando el paciente realiza todo el esfuerzo para realizar los movimientos. Ahora bien cabe mencionar que la parte del sistema esquelético que se lesiona con mayor frecuencia es el tobillo lateral. El esguince de tobillo es la segunda causa de absentismo laboral. El tratamiento de estas lesiones va desde la ausencia de rehabilitación hasta la reparación y reconstrucción quirúrgica [51].

La rehabilitación de tobillo se divide en cuatro fases, el tratamiento inicial incluye mediciones que limitan la hinchazón de las partes blandas, el acrónimo que describe esta primera fase es PRICE del inglés Protection (protección), Rest (descanso), Ice (hielo), Elevation (elevación). La aplicación temprana del hielo puede actuar como anestésico local. Debería ser aplicado tres o cuatro veces al día durante 15-20 minutos cada vez. Un vendaje ligero para añadir compresión. La progresión a las fases III y IV se realiza según tolerancia. Con el fin de mantener el tono cardiovascular, es esencial practicar un entrenamiento variado en todas las fases. El paciente lesionado por un esguince agudo de tobillo puede volver a recuperar las aptitudes al cabo de seis semanas, en la Tabla 9 se presenta las cuatro fases de rehabilitación de un esguince agudo de tobillo [49].

Tabla 9: Rehabilitación de un esguince agudo de tobillo

Objetivos	Elementos de rehabilitación
Fase I. Disminuir el dolor y la hinchazón	PRICE
Fase II. Movilización	Hielo, compresión, movilidad temprana, sostenimiento de peso según tolerancia.
Fase III. Rehabilitación	Hielo, movilidad, fortalecimiento, ejercicios propioceptivos.
Fase IV. Funcional	Progresión funcional adaptada al deporte específico, fortalecimiento, flexibilidad, ejercicios propioceptivos o recurrir a dispositivos de rehabilitación de tobillo.

Las técnicas de rehabilitación son diferentes y el equipo a utilizar pueden ser dispositivos mecánicos automatizados [38].

## Apéndice B Motor a pasos Nema

Un motor paso a paso es un conversor electromecánico que transforma la energía eléctrica en mecánica. Convierte un tren de impulsos eléctricos en un movimiento angular, son ideales para la construcción de mecanismos en donde se requieren movimientos muy precisos. La característica principal de estos motores es el hecho de poder moverlos un paso a la vez por cada pulso que se le aplique. Este paso puede variar desde  $90^\circ$  hasta pequeños movimientos de tan solo  $1.8^\circ$ , es decir, que se necesitarán 4 pasos en el primer caso ( $90^\circ$ ) y 200 para el segundo caso ( $1.8^\circ$ ), para completar un giro completo de  $360^\circ$ , el motor se muestra en la Figura B.1.



Figura B.1: Motor a pasos Nema 23, [20].

Estos motores poseen la habilidad de poder quedar enclavados en una posición o bien totalmente libres. Si una o más de sus bobinas esta energizada, el motor estará enclavado en la posición correspondiente y por el contrario quedará completamente libre si no circula corriente por ninguna de sus bobinas. Están constituidos normalmente por un rotor sobre el que van aplicados distintos imanes permanentes y por un cierto número de bobinas excitadoras bobinadas en su estator, ver Figura B.2.

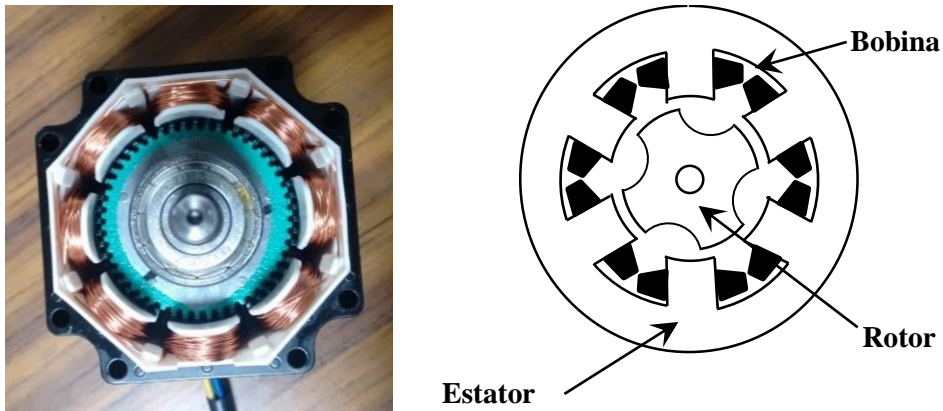


Figura B.2: Estructura interna de un motor paso a paso.

En la Figura B.3 se presenta la clasificación de los motores a paso, de manera que de la forma que estén conectadas las bobinas determina el tipo de motor paso a paso, por ejemplo se tienen los motores bipolares y los unipolares.

Los motores Bipolares: Sobre las bobinas del estator se puede hacer pasar una corriente eléctrica que creará un campo magnético. Este campo magnético hará que el rotor gire hasta encontrar una posición de equilibrio. Si en ese momento las corrientes cambian, el campo magnético también cambia y el rotor deberá girar otra vez.

Unipolar: las bobinas del estator están divididas en dos debido a que su punto central está puesto a referencia. La corriente puede circular por una de las dos partes de la bobina dependiendo de un conmutador. De esta forma la posición del conmutador determina el sentido de la corriente en la bobina y ésta a su vez determina la polaridad del campo magnético generado y el sentido de giro.

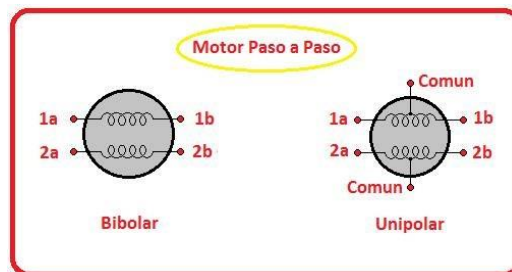


Figura B.3: Clasificación de motor paso a paso con base al número de bobinas.

El control de los motores a paso se reduce a activar y desactivar las bobinas para hacer que el rotor gire, la activación y desactivación se realiza a través de un driver que consta de interruptores; cuando los interruptores se cierran circula una corriente por la bobina que provoca un campo magnético el cual atrae o repele el imán del rotor.

La configuración de los motores bipolares requiere que las bobinas reciban corriente en ambos sentidos. En cuanto a los actuadores que se han utilizado para accionar los mecanismos de los robots paralelos se encuentran: neumática, hidráulica, eléctrica, magnético, piezoeléctrico, de aleación con memoria de forma, magnetostrictivos. El actuador de tornillo que se usará en el proyecto se trata de una guía lineal de rosca Acme, C-Beam™. Estos actuadores consisten en un motor a pasos que hace girar un tornillo de potencia. Una tuerca aparejada suministra movimiento lineal, este tipo de actuadores se

puede controlar con precisión y reemplaza directamente a los cilindros [28]. Una ventaja que presenta es, que es extremadamente modular, lo que permite construir montajes y configuraciones con posibilidades ilimitadas. Se considera como un perfil de 40\*80mm, su acoplamiento flexible Acme le ayuda a reducir desalineación y vibración y se utiliza para hacer la conexión Acme al motor a pasos NEMA23 [52], ver Figura B.4.



Figura B.4: Componentes de Guía lineal rosca Acme [20].

En la Figura B.1 se muestra el motor que se utiliza en esta tesis, es el NEMA 23 y sus características son:

- Ángulo de paso: 1.8 grados  $\pm$  5%
- Fases: 2
- Corriente por fase DC: 2.8 A
- Voltaje: 3.0 vDC, pico 600vDC / 1 mA / 1 seg.
- Torque de sujeción: 121.7 N/cm (12.6 kg/cm o 175 oz/pulgada)
- Resistencia por fase (@20 °C): 1.1  $\Omega$   $\pm$  15%
- Dirección de rotación: ACBDA CW
- Máximo PPM: 5000
- Máximo PPM al inicio: 2500
- Inercia del rotor: 300 g·cm<sup>3</sup>
- Inducción por fase: 3.0 mH  $\pm$  20%
- Par torque: 0.4 kg/cm Ref.
- Resistencia aislamiento:  $\geq$  100 M $\Omega$  (500 vDC) clase B
- Tamaño del eje: 6.25 mm (1/4 “)
- Cables: 305 mm (12”)
- Peso: 0.7 kg / 1.54 lbs Ref.
- Agujerado para tornillos M5

## Apéndice C Pares Cinemáticos en Robots Paralelos

Un mecanismo es un sistema formado por eslabones conectados entre sí por pares cinemáticos con el objetivo de transmitir movimiento y fuerza desde una fuente de potencia hasta una salida, se pueden clasificar de acuerdo a las características del movimiento de los eslabones en:

- Planos
- Esféricos
- Espaciales

Un eslabón es un elemento componente de un sistema mecánico, ya sea una máquina o un mecanismo. Un eslabón está conectado con otros eslabones en puntos conocidos como nodos, y tiene un movimiento relativo a ellos. Un eslabón puede servir como soporte, como guía de otros eslabones o para transmitir movimiento. Un eslabón puede estar compuesto de varias piezas, si y solo si éstas se encuentran unidas firmemente para que se muevan como un solo elemento [53].

Cadenas cinemáticas: Cuando dos o más eslabones están conectados o unidos entre sí mediante pares cinemáticos, estos forman una cadena cinemática.

Existen dos tipos de cadenas cinemáticas:

1. Cadena cinemática abierta: es aquella en la que el primer eslabón está fijo, mientras que el último eslabón o efector final está libre. A este tipo de cadenas corresponden las grúas y los brazos manipuladores. Un brazo robótico es un claro ejemplo para este tipo de cadena cinemática, [53].
2. Cadena cinemática cerrada: es aquella en la que el primer eslabón es fijo y el último eslabón está unido al primero [53].

Par cinemático o junta es la unión de dos o más eslabones (en sus nodos) que permite el movimiento relativo entre ellos. Esta unión puede ser un punto, una línea o una superficie. Se clasifican en par cinemático inferior y par cinemático superior, [53].

- a) Par cinemático inferior es aquel en el cual los eslabones tienen contacto superficial, por ejemplo, el pistón y el cilindro en una máquina de combustión interna, [53].
- b) Par cinemático superior es aquel en el cual el contacto entre los eslabones es lineal o puntual, por ejemplo los engranes, rodamientos, leva y su seguidor, [53].

Para robots paralelos, los pares cinemáticos más utilizados comúnmente son, en orden creciente de grados de libertad: de revolución, prismática, universales, junta de bola y cavidad. Un problema que se presenta con la junta de bola y cavidad es que tienen un menor rango de movimiento ( $\pm 15^\circ$ ) o no permiten la rotación de varios cuerpos alrededor del mismo punto, ya que necesitarían algunas arquitecturas. En seguida se ilustran los seis pares inferiores, y aparecen los nombres de los pares inferiores y los símbolos usados por R.S Hartenberg y J. Denavit [54] para cada uno de ellos, junto con el número de grados de libertad y las variables del par correspondiente ver Tabla 10. El par giratorio o revoluto, ver Figura C.1, solo permite rotación alrededor de un eje y, por consiguiente, posee un grado de libertad y restringe cinco grados de libertad. Con frecuencia, este par se denomina articulación de pasador o de espiga [53].

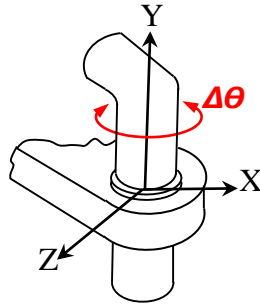


Figura C.1 Par de revoluta [55].

El par prismático, ver Figura C.2, solo permite movimiento relativo de deslizamiento y, por ende, se denomina casi siempre articulación de deslizamiento. También posee un solo grado de libertad [53].

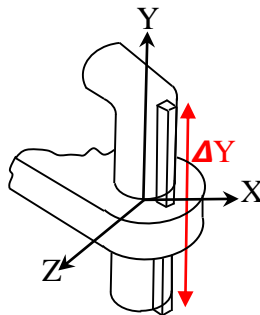


Figura C.2: Par prismático [55].

El par de tornillo o par helicoidal, ver Figura C.3, cuenta con un solo grado de libertad porque los movimientos de deslizamiento y rotación están relacionados por el ángulo de hélice de la rosca que se use. Por tanto la variable del par se puede elegir como  $\Delta Y$  o  $\Delta\theta$  pero no ambas. El par de tornillo se convierte en una revoluta si el ángulo de hélice se hace cero, y en un par prismático si dicho ángulo se hace de  $90^\circ$ , [53].

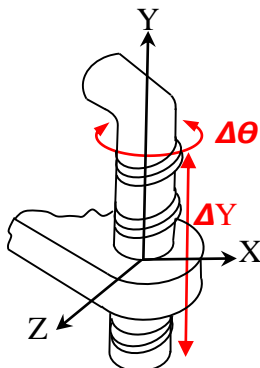


Figura C.3: Par de tornillo o helicoidal [55].

El par cilíndrico ver Figura C.4, permite tanto rotación angular como movimiento de deslizamiento independiente. Por consiguiente, el par cilíndrico tiene dos grados de libertad, [53].

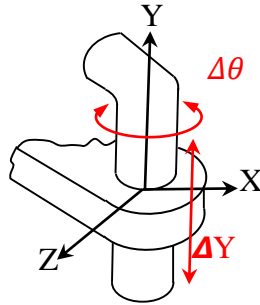


Figura C.4: Par Cilíndrico [55].

Par globular o esférico ver C.5, es una articulación de rótula. Posee tres grados de libertad, una rotación en torno a cada uno de los ejes coordenados, [53].

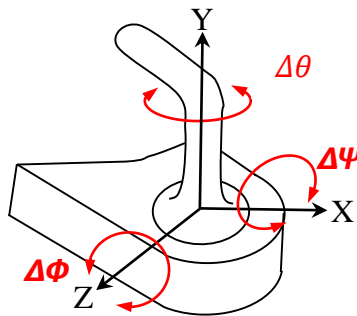


Figura C.5: Par esférico [55].

El par plano, ver Figura C.7, rara vez se encuentra en los mecanismos en su forma no disfrazada. Tiene tres grados de libertad.

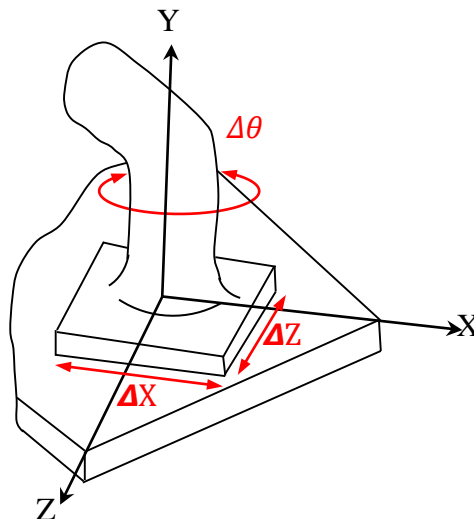


Figura C.7: Par plano [55].



En la Tabla 10 se muestran los pares cinemáticos inferiores, el grado de libertad y el movimiento relativo que genera con respecto a otro eslabón.

Tabla 10: Pares Inferiores.

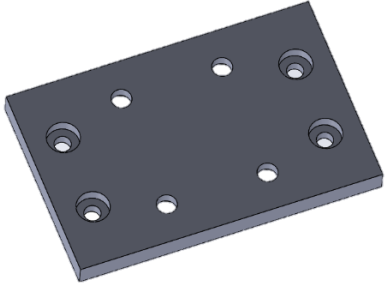
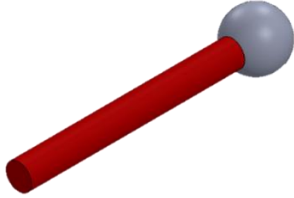
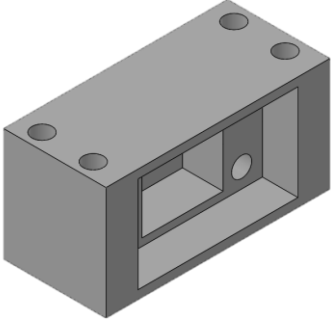
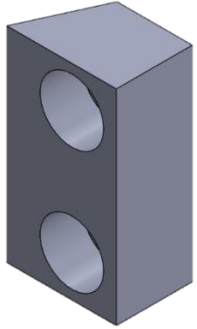

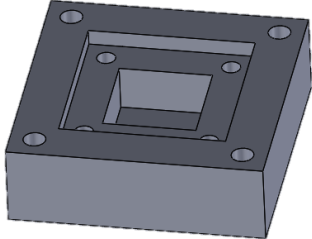
Par	Símbolo	Coordenada	Grados de libertad	Movimiento relativo
Revoluta	R	$\Delta\theta$	1	Circular
Prisma	P	$\Delta Y$	1	Lineal
Tornillo	H	$\Delta\theta$ ó $\Delta Y$	1	Helicoidal
Cilindro	C	$\Delta\theta$ y $\Delta Y$	2	Cilíndrico
Universal	U	$\theta_1$ y $\theta_2$	2	Circular
Esfera	S	$\Delta\theta, \Delta\phi, \Delta\psi$	3	Esférico
Plano	F	$\Delta X, \Delta Z, \Delta\theta$	3	Plano

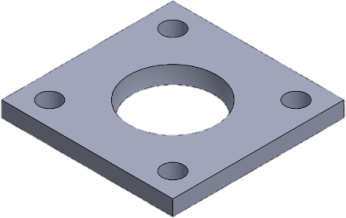
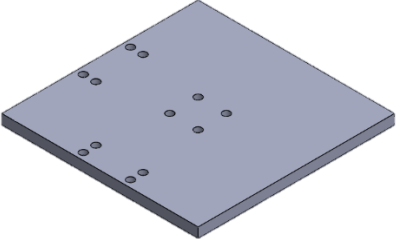
## Apéndice D Piezas que componen al Robot Paralelo

A continuación en la Tabla 11, se mencionan todos los componentes estándar y personalizados que integran al robot paralelo. Se implementaron metodologías de diseño concurrente como Diseño para Manufactura (fácil de manufacturar) y Diseño para ensamble (fácil de ensamblar).

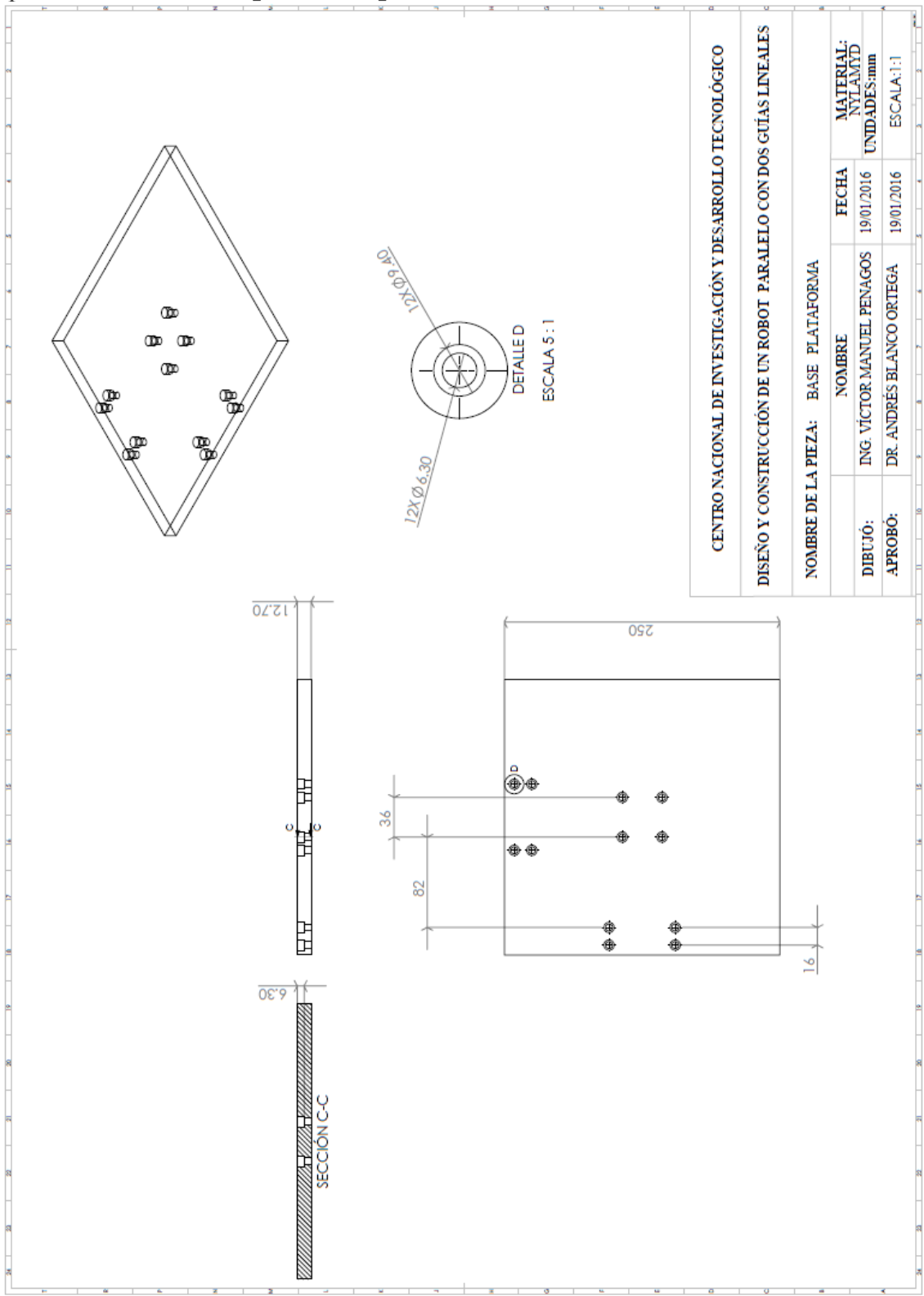
Tabla 11: Componentes del Robot Paralelo

Nombre de la pieza	Material de fabricación	Número de piezas	CAD de la pieza
Perfil modular de 30x30	Aluminio	5	
Guía lineal de 500 mm	Aluminio	2	
Chumacera lineal de 12 mm de diámetro	Aluminio	2	

Base para chumacera lineal	Aluminio	2	
Barra sólida de acero con esfera	Acero estructural	2	
Cavidad cubica para esfera	Nylamid	2	
Tapas laterales de cavidad cubica para esfera	Nylamid	4	
Poste central	Acero estructural	1	
Cavidad para esfera central	Nylamid	1	

Tapa para esfera cavidad de esfera central	Nylamid	1	
Plataforma móvil	Nylamid	1	

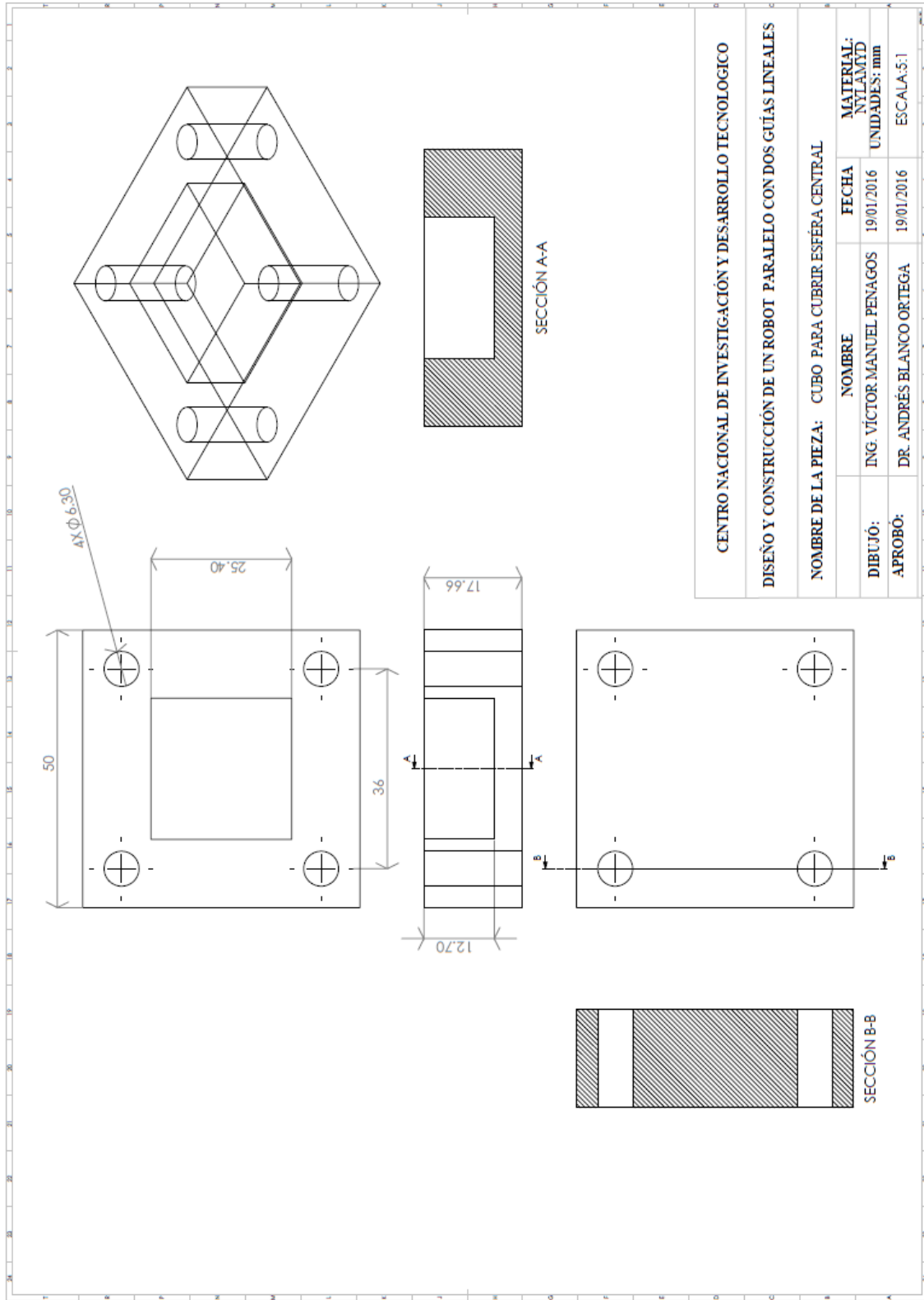
# Apéndice E Planos de piezas maquinadas



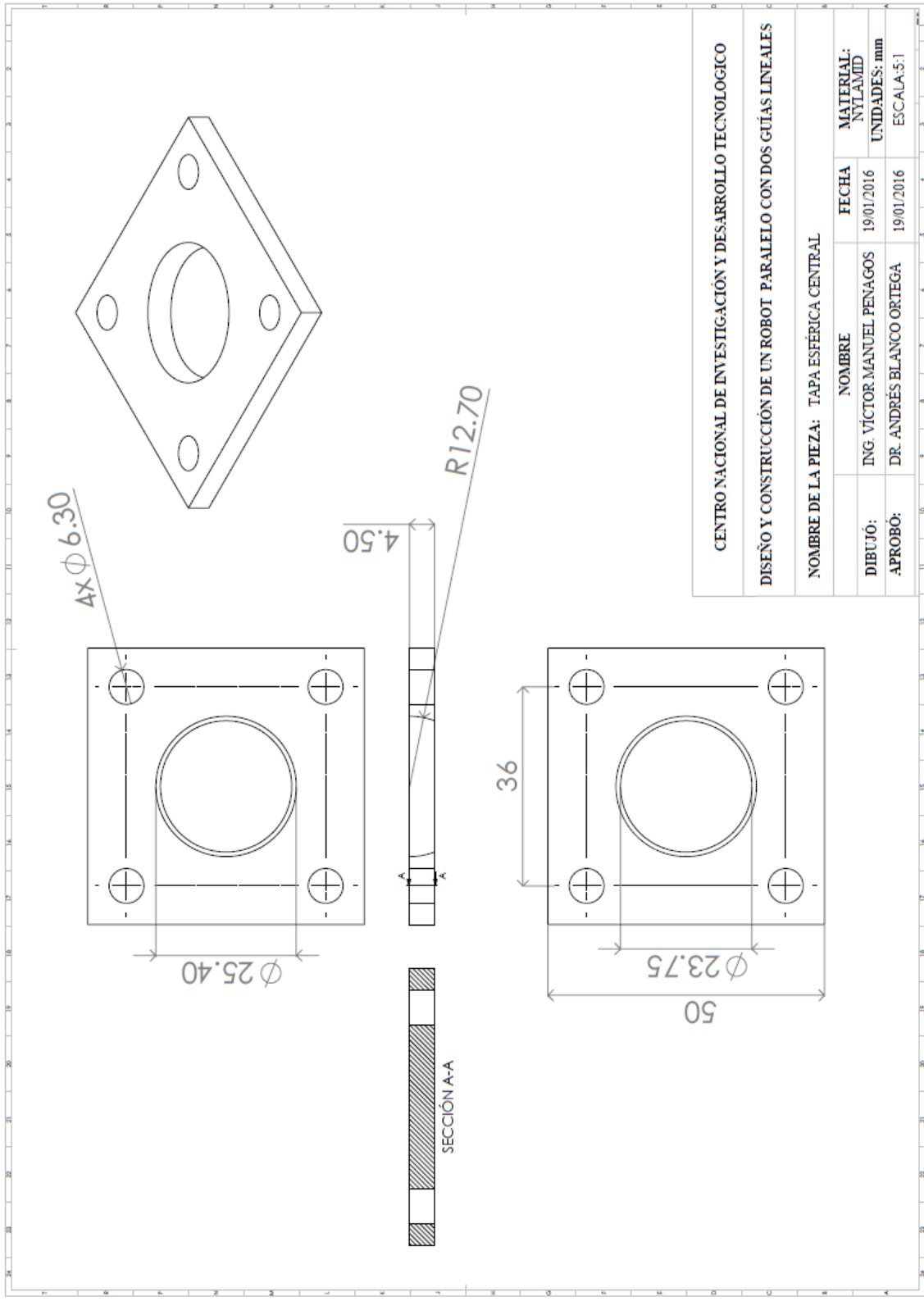
**CENTRO NACIONAL DE INVESTIGACIÓN Y DESARROLLO TECNOLÓGICO**

**DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE UN ROBOT PARALELO CON DOS GUÍAS LINEALES**

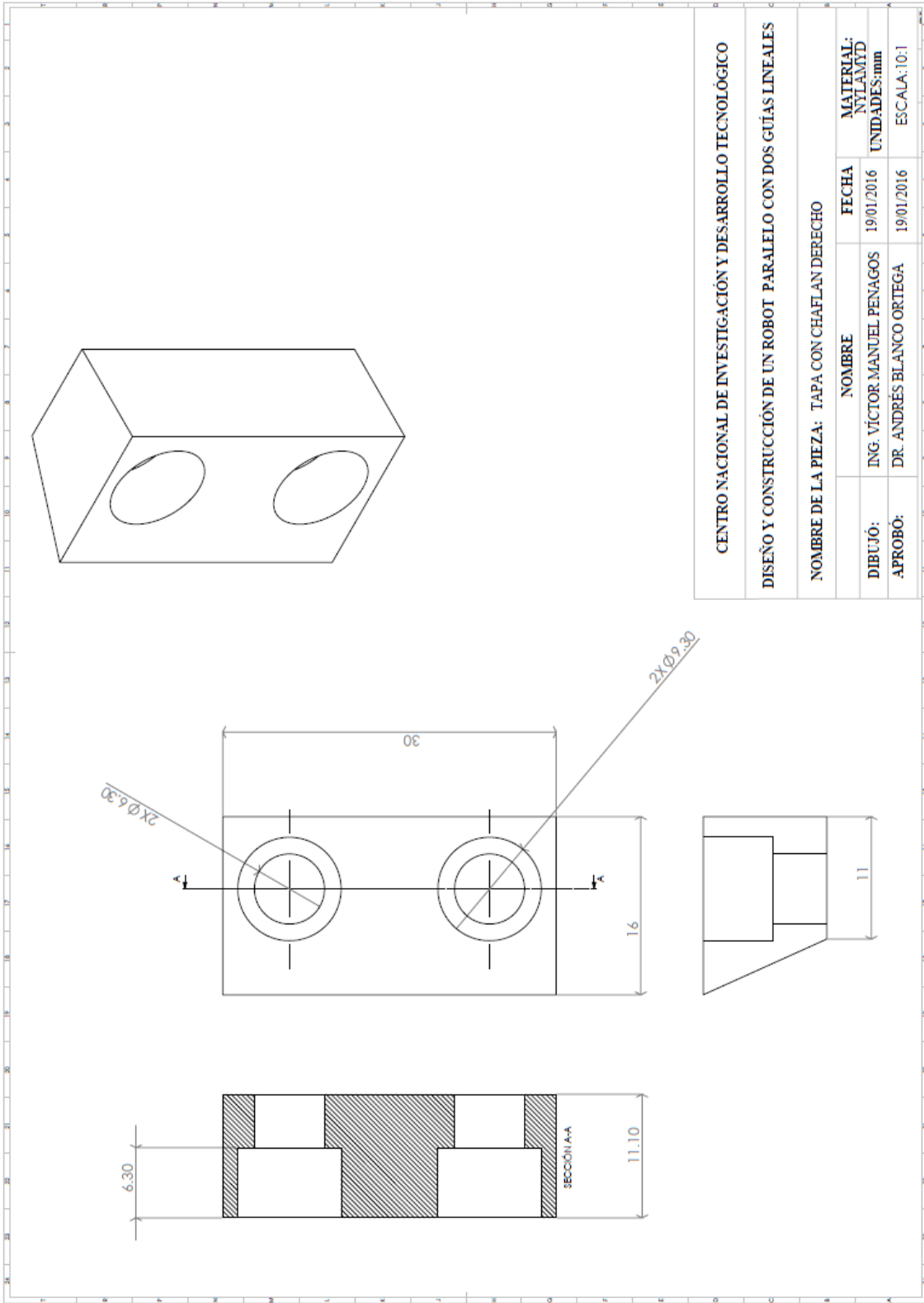
NOMBRE DE LA PIEZA:		BASE PLATAFORMA	
DIBUJÓ:	NOMBRE	FECHA	MATERIAL:
ING. VÍCTOR MANUEL PENAGOS		19/01/2016	NYLAMYD
APROBÓ:	DR. ANDRÉS BLANCO ORTEGA	19/01/2016	UNIDADES: mm
			ESCALA: 1:1



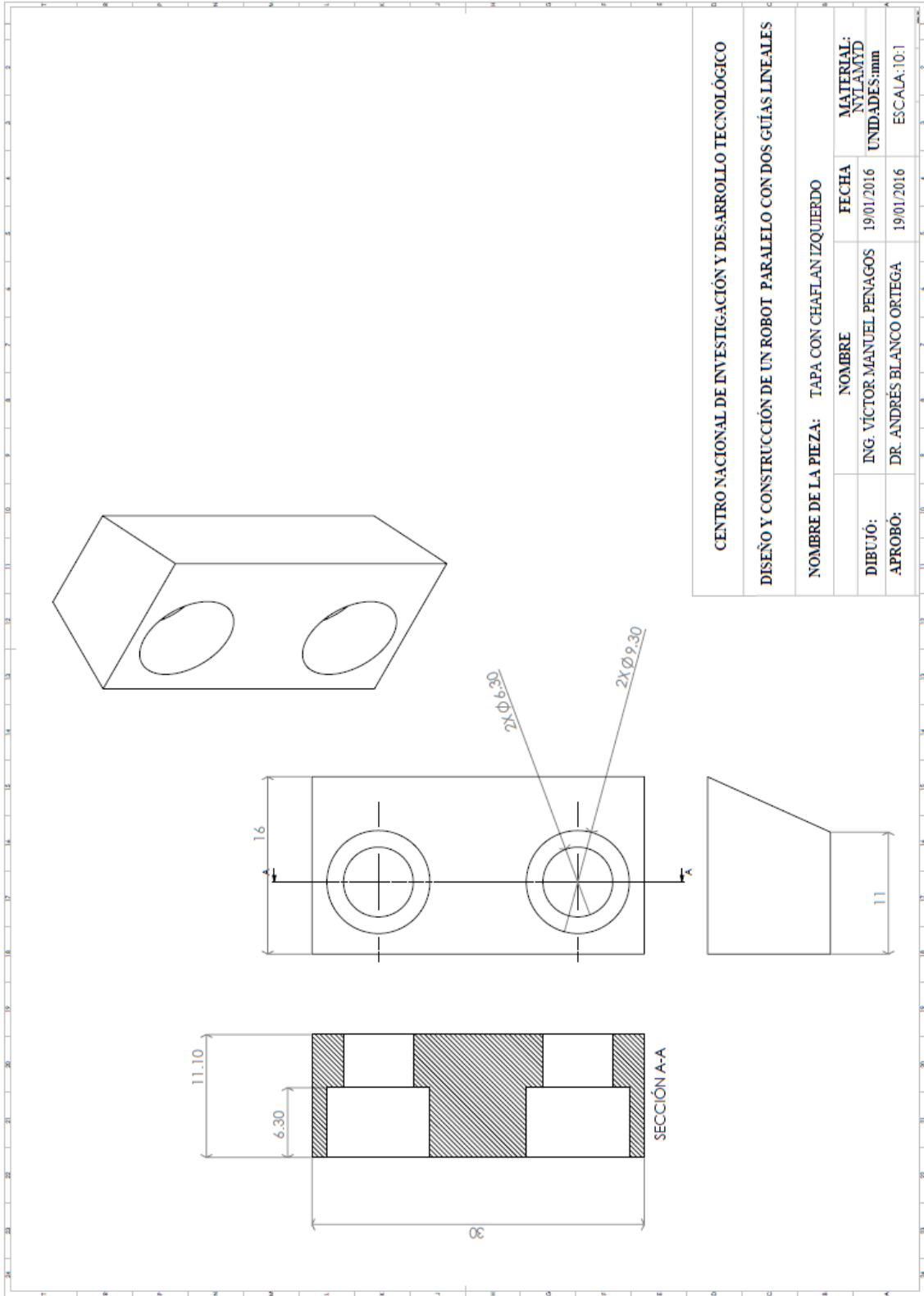
<b>CENTRO NACIONAL DE INVESTIGACIÓN Y DESARROLLO TECNOLÓGICO</b>			
<b>DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE UN ROBOT PARALELO CON DOS GUÍAS LINEALES</b>			
<b>NOMBRE DE LA PIEZA:</b> CUBO PARA CUBRIR ESFERA CENTRAL			
<b>DIBUJO:</b>	<b>NOMBRE:</b>	<b>FECHA:</b>	<b>MATERIAL:</b>
ING. VÍCTOR MANUEL PENAGOS	DR. ANDRÉS BLANCO ORTEGA	19/01/2016	NYLÁMID
<b>APROBO:</b>		19/01/2016	UNIDADES: mm
			ESCALA: 5:1



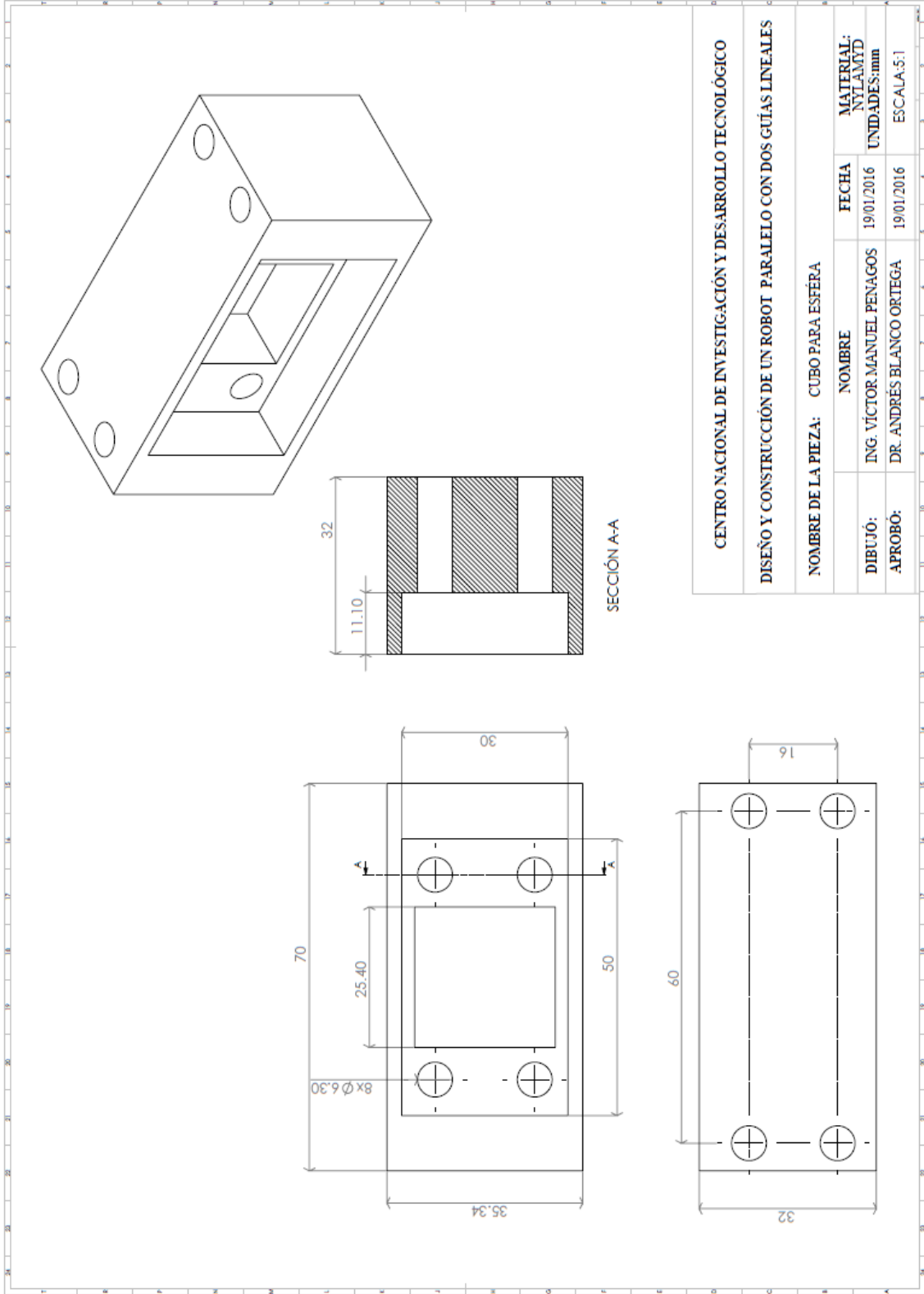
CENTRO NACIONAL DE INVESTIGACIÓN Y DESARROLLO TECNOLÓGICO			
DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE UN ROBOT PARALELO CON DOS GUÍAS LINEALES			
NOMBRE DE LA PIEZA: TAPA ESFÉRICA CENTRAL			
DIBUJO:	NOMBRE:	FECHA:	MATERIAL:
APROBÓ:	ING. VÍCTOR MANUEL PENAGOS	19/01/2016	NYLAMD
	DR. ANDRÉS BLANCO ORTEGA	19/01/2016	UNIDADES: mm
			ESCALA: 5:1



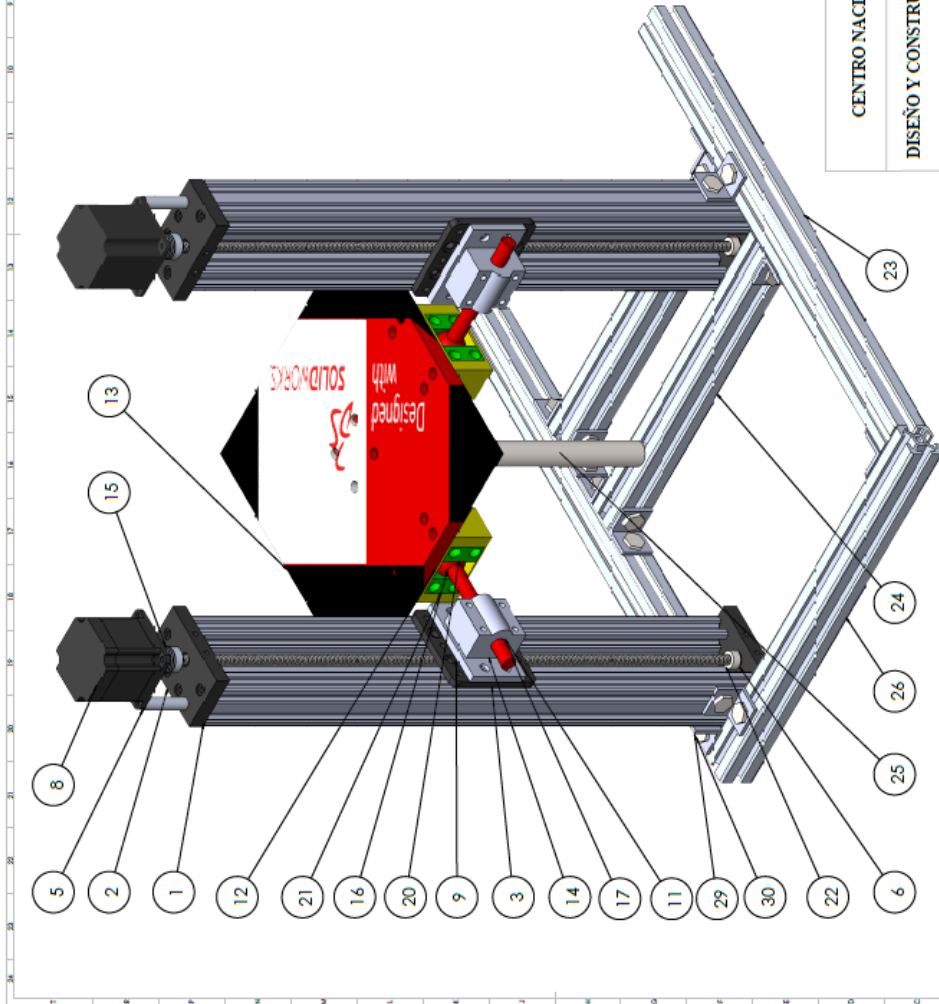
<b>CENTRO NACIONAL DE INVESTIGACIÓN Y DESARROLLO TECNOLÓGICO</b>			
<b>DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE UN ROBOT PARALELO CON DOS GUÍAS LINEALES</b>			
<b>NOMBRE DE LA PIEZA: TAPA CON CHAFLAN DERECHO</b>			
	<b>NOMBRE</b>	<b>FECHA</b>	<b>MATERIAL:</b> NYL6/AMTD
<b>DIBUJO:</b>	ING. VÍCTOR MANUEL PENAGOS	19/01/2016	<b>UNIDADES:</b> mm
<b>APROBO:</b>	DR. ANDRÉS BLANCO ORTEGA	19/01/2016	<b>ESCALA:</b> 10:1







<b>CENTRO NACIONAL DE INVESTIGACIÓN Y DESARROLLO TECNOLÓGICO</b>			
<b>DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE UN ROBOT PARALELO CON DOS GUÍAS LINEALES</b>			
<b>NOMBRE DE LA PIEZA: CUBO PARA ESFERA</b>			
<b>DIBUJO:</b>	<b>NOMBRE</b>	<b>FECHA</b>	<b>MATERIAL:</b>
ING. VÍCTOR.MANUEL PENAGOS	ING. VÍCTOR.MANUEL PENAGOS	19/01/2016	NYLÁMID
<b>APROBO:</b>	<b>DR. ANDRÉS BLANCO ORTEGA</b>	<b>19/01/2016</b>	<b>UNIDADES:mm</b>
			<b>ESCALA:5:1</b>



N° DE ELEMENTO	N° DE PIEZA	CANTIDAD
1	C-Beam 40x80x500 Linear Rail	2
2	C-Beam End Mount	4
3	C-Beam Gantry Plate	2
4	Gantry assem	2
5	Aluminum Spacer 40mm	4
6	Ball Bearing 8 x 16 x 5	4
7	Aluminum Spacer 3mm	4
8	Nema 23 Stepper Motor	2
9	Tomillo de 8 mm	2
10	Kosco Acme para tomillo sin fin500	2
11	Base chumacera lineal	2
12	Cubo para esfera	2
13	Base plataforma	1
14	Chumacera lineal30x44	2
15	Flexible Coupling 0.25in x 8mm	2
16	Esfera para eje de 12 mm	2
17	Eje eslabon12mm	2
18	Esfera para poste central de 500 mm	1
19	Cubo para cubrir esfera central	1
20	Tapa con chaflán Derecho	2
21	Tapa con chaflán izquierdo	2
22	Lock Collar 8mm	4
23	perfil de 30x30	2
24	Perfil de 30x30 - 293.72	2
25	Eje de poste central - 200.29	1
26	Perfil de 30x30 - 333.72	1
27	Tomillo de poste central	1
28	Tapa esférica central	1
29	Mensula	13
30	Perno de ángulo	26

**CENTRO NACIONAL DE INVESTIGACION Y DESARROLLO TECNOLÓGICO**

**DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE UN ROBOT PARALELO CON DOS GUÍAS LINEALES**

---

**NOMBRE DE LA PIEZA: ENSAMBLE DE ROBOT PARALELO**

<b>DIBUJÓ:</b>	ING. VÍCTOR MANUEL PENAGOS	<b>FECHA</b>	19/01/2016
<b>APROBÓ:</b>	DR. ANDRÉS BLANCO ORTEGA		
		<b>MATERIAL:</b>	NYLAMYD
		<b>UNIDADES:mm</b>	
		<b>ESCALA:</b>	1:5

## Apéndice F **Manufactura de piezas con el torno CNC DINAMACH**

Se manufacturaron 3 piezas en el torno CNC del taller de la escuela, los cuales son el poste central, la flecha solida circular (rotula), placa de la chumacera lineal, en la Figura F.1 se puede apreciar al operador programando la maquina en código G para luego manufacturar las piezas requeridas.



Figura F.1: Programación de código G en torno CNC.

Para poder manufacturar una pieza en un torno CNC, siempre se tiene que poner a ceros el marco de referencia de la máquina, sea absoluto o relativo, esto se hace para que se comience exactamente a manufacturar la pieza en las caras laterales de la pieza. La programación en Control Numérico se basa principalmente en el código G y M, facilita el trabajo en cuestiones de tiempo, calidad y precisión. En la Figura F.2 se presenta la manufactura de una rotula, se maquinaron tres piezas como esta. Dos rotulas y un poste central.

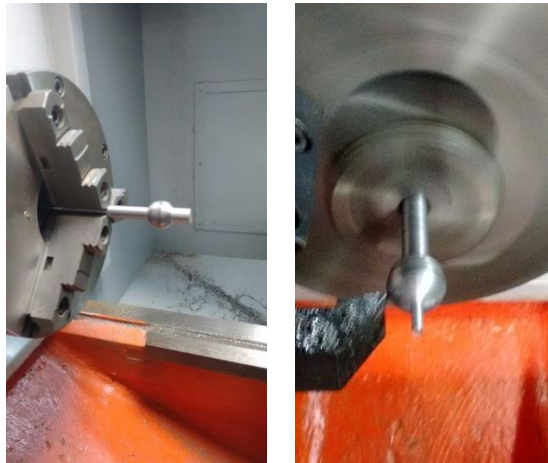


Figura F.2: Proceso de maquinado.

En la Figura F.3 se presentan las tres piezas que se maquinaron y estas son dos rotulas y un poste central.

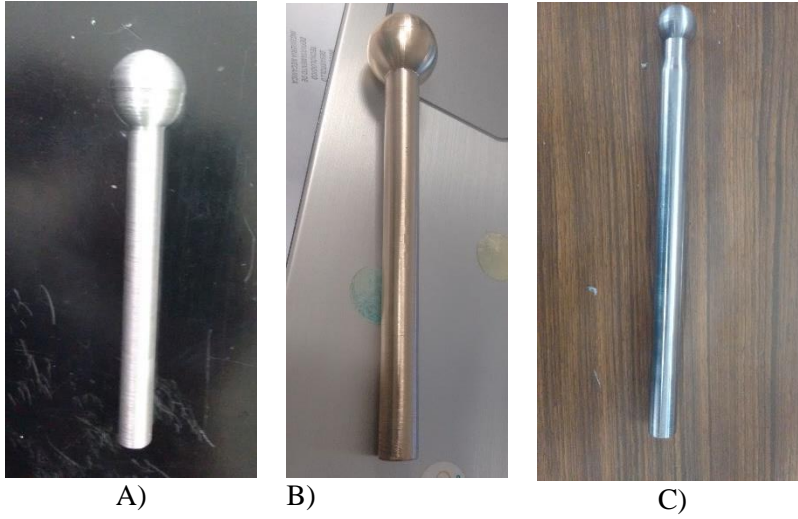


Figura F.3. Piezas maquinadas en torno CNC. A) rótula 1, rotula 2, C) poste central.