



EDUCACIÓN

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA



TECNOLÓGICO
NACIONAL DE MÉXICO

Tecnológico Nacional de México

Centro Nacional de Investigación
y Desarrollo Tecnológico

Tesis de Doctorado

Diseño de un exoesqueleto de miembros inferiores
energéticamente eficiente

presentada por

M. C. Miguel Ángel García Velarde

como requisito para la obtención del grado de
Doctor en Ciencias en Ingeniería Mecánica

Director de tesis

Dr. Andrés Blanco Ortega

Cuernavaca, Morelos, México. Enero de 2023

Esta página se dejó en blanco intencionalmente.

Cuernavaca, Mor., 11/enero/2023

No. Oficio: DIM/005/2023

Asunto: Aceptación de documento de tesis

DR. CARLOS MANUEL ASTORGA ZARAGOZA
SUBDIRECTOR ACADÉMICO
PRESENTE

Por este conducto, los integrantes de Comité Tutorial del estudiante **MIGUEL ÁNGEL GARCIA VELARDE**, con número de control D17CE020, de doctorado en Ciencias en Ingeniería Mecánica le informamos que hemos revisado el trabajo de tesis de grado titulado "Diseño de un exoesqueleto de miembros inferiores energicamente eficiente" y hemos encontrado que se han atendido todas las observaciones que se le indicaron, por lo que hemos acordado aceptar el documento de tesis y le solicitamos la autorización de impresión definitiva.

ATENTAMENTE



DR. ANDRES BLANCO ORTEGA
MIEMBRO DEL COMITÉ TUTORIAL



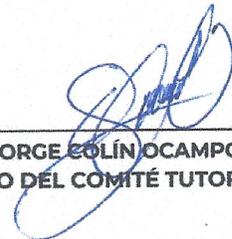
DR. ARTURO ABÚNDEZ PLIEGO
MIEMBRO DEL COMITÉ TUTORIAL



DR. MANUEL ARIAS MONTIEL
MIEMBRO DEL COMITÉ TUTORIAL



DRA. CLAUDIA CORTÉS GARCÍA
MIEMBRO DEL COMITÉ TUTORIAL



DR. JORGE COLÍN OCAMPO
MIEMBRO DEL COMITÉ TUTORIAL

c.c.p: | Departamento de Servicios Escolares
c.c.p: Dr. Carlos Manuel Astorga Zaragoza
c.c.p: Expediente
MAGJ / KPSZ

Esta página se dejó en blanco intencionalmente.



Cuernavaca, Mor.,
No. De Oficio:
Asunto:

13/enero/2023
SAC/015/2023
Autorización de
impresión de tesis

MIGUEL ÁNGEL GARCÍA VELARDE
CANDIDATO AL GRADO DE DOCTOR EN CIENCIAS
EN INGENIERÍA MECÁNICA
PRESENTE

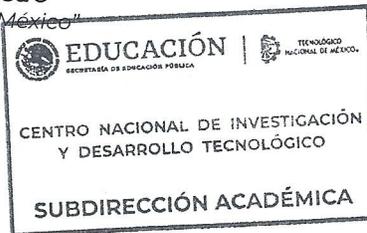
Por este conducto, tengo el agrado de comunicarle que el Comité Tutorial asignado a su trabajo de tesis titulado **"DISEÑO DE UN EXOSQUELETO DE MIEMBROS INFERIORES ENÉRGICAMENTE EFICIENTE"**, ha informado a esta Subdirección Académica, que están de acuerdo con el trabajo presentado. Por lo anterior, se le autoriza a que proceda con la impresión definitiva de su trabajo de tesis.

Esperando que el logro del mismo sea acorde con sus aspiraciones profesionales, reciba un cordial saludo.

ATENTAMENTE

Excelencia en Educación Tecnológica®

"Conocimiento y tecnología al servicio de México"



CARLOS MANUEL ASTORGA ZARAGOZA
SUBDIRECTOR ACADÉMICO

C. c. p. Departamento de Ingeniería Mecánica
Departamento de Servicios Escolares

CMAZ/RMA



Esta página se dejó en blanco intencionalmente.

Gracias al CONACYT y al CENIDET por su apoyo para la realización de este proyecto.

Gracias a los doctores Andrés Blanco, Wilberth Alcocer, Jorge Colín, Arturo Abúndez y Claudia Cortés por sus comentarios para mejorar el proyecto y sobre todo por mostrar profesionalismo.

Gracias al doctor Mario Gómez por su gran apoyo en mi proceso de titulación.

Gracias a todas las personas que me han apoyado y que han creído en mí.

Esta página se dejó en blanco intencionalmente.

a mi mamá

Esta página se dejó en blanco intencionalmente.

CONTENIDO

CAPÍTULO 1 INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO 2 ESTADO DEL ARTE DE SISTEMAS DE ASISTENCIA DE MIEMBROS INFERIORES.....	5
2-A. CONCLUSIÓN DEL ESTADO DEL ARTE.....	19
CAPÍTULO 3 MARCO TEÓRICO	21
3-A. GRADOS DE LIBERTAD DEL MIEMBRO INFERIOR	21
3-B. EL CICLO DE MARCHA.....	22
CAPÍTULO 4 DISEÑO MECÁNICO	25
4-A. MODELADO MATEMÁTICO DEL MIEMBRO INFERIOR	25
4-B. DISEÑO DE UN MECANISMO PASIVO ESTABILIZADOR.....	46
<i>Análisis cinemático</i>	46
<i>Análisis cinetostático</i>	48
<i>Dimensionamiento de los elementos</i>	49
4-C. DISEÑO DE LA ESTRUCTURA ANTROPOMORFA DEL SISTEMA	56
<i>Análisis cinetostático</i>	58
<i>Diseño de la flecha del muslo.....</i>	63
<i>Dimensionamiento de los elementos medulares</i>	65
4-D. DISEÑO DE UN EMBRAGUE PARA LA TRANSMISIÓN DE LA CADERA	70
4-E. DISEÑO DE UN MECANISMO SINCRONIZADOR	72
<i>Análisis cinemático</i>	72
<i>Análisis cinetostático</i>	73
4-F. ANÁLISIS DEL SISTEMA	74
4-G. CONFIGURACIÓN DEL PROTOTIPO VIRTUAL.....	79
CAPÍTULO 5 SISTEMA DE CONTROL	87
CAPÍTULO 6 DISCUSIÓN DE RESULTADOS	97
CAPÍTULO 7 CONCLUSIONES	98
APÉNDICES.....	100
APÉNDICE A. MODELADO MATEMÁTICO DEL SISTEMA DE ELEMENTOS ELÁSTICOS	100
APÉNDICE B. PROGRAMAS PARA CALCULAR LOS ELEMENTOS ELÁSTICOS	104
APÉNDICE C. DISEÑO DE LA TRANSMISIÓN DE POTENCIA.....	107
<i>Diseño de los engranes</i>	108
<i>Diseño de las flechas de entrada y salida</i>	117
<i>Cálculo de los rodamientos</i>	126
<i>Cálculo de los anillos de retención</i>	128
<i>Diseño de las flechas intermedias</i>	128
<i>Cálculo de las cuñas</i>	133
<i>Diseño de los rayos y almas de los engranes</i>	133
<i>Diseño de los elementos estructurales de la transmisión</i>	136
APÉNDICE D. DISEÑO DE LA JUNTA CARDÁN	143
APÉNDICE E. PLANOS DE LAS PIEZAS DEL SISTEMA	151
REFERENCIAS.....	193

Esta página se dejó en blanco intencionalmente.

RESUMEN

En esta tesis se presenta el desarrollo de un sistema mecánico diseñado para implementarse en exoesqueletos de miembro inferior. Dicho sistema consiste de un mecanismo tipo embrague, un trinquete frontal y un mecanismo para sincronizar los dos primeros. El objetivo del sistema es permitirle al exoesqueleto obtener un ahorro energético considerable.

Inicialmente, se modeló matemáticamente el miembro inferior de una persona sana durante el ciclo de marcha. Este modelo se extendió a la estructura del exoesqueleto, por ser análoga al miembro inferior, y, posteriormente, se combinaron los modelos matemáticos del miembro inferior y del exoesqueleto para obtener los momentos necesarios para poner en marcha al sistema.

En el diseño del sistema se consideraron una transmisión de potencia de engranes, así como un sistema de elementos elásticos. Sin embargo, ambos se descartaron. La transmisión aumentaba en gran magnitud el peso, y las dimensiones, del sistema. Por otro lado, el sistema de elementos elásticos no aportaba realmente a la disminución del consumo energético.

El sistema mecánico consiste en un mecanismo pasivo estabilizador, el cual tiene la función de sostener el peso del usuario mientras éste se encuentre de pie, para permitirle hacer tareas manuales en esta posición, sin tener que usar andadera o muletas. El mecanismo consiste en un eslabonamiento de tres barras tipo manivela-corredera. La “corredera” del mecanismo es un trinquete frontal, que es el elemento que bloquea el movimiento del usuario, proveyéndole de estabilidad. También se implementó un mecanismo tipo embrague, el cual permite desconectar el motor de la cadera, lo cual se haría durante la fase de apoyo, y cuando el usuario esté de pie. Esto permite obtener un ahorro energético mayor al 40%, al considerar el gasto energético que se obtendría sin el embrague. Adicionalmente, se implementó un mecanismo sincronizador, el cual tiene la función de desconectar el embrague en la fase de apoyo y, al mismo tiempo, conectar el mecanismo estabilizador, y viceversa.

Después de realizar el diseño mecánico, se implementó una estrategia de control para seguimiento de trayectoria. El sistema de control se simuló en ADAMS y se obtuvieron correlaciones, entre las trayectorias deseadas y las seguidas, superiores al 90%. Además, de estas mismas simulaciones, y con apoyo de los modelos matemáticos, se midió el gasto energético del sistema, considerando al sistema con motores de cadera, rodilla y tobillo siempre actuados, y considerando al sistema sin motor de tobillo y con el de la cadera actuado sólo durante la fase de oscilación, y se obtuvo un ahorro energético superior al 40%.

Finalmente, se realizó un análisis en el cual se consideró una estructura antropomorfa arbitraria y el gasto energético tanto de la estructura, como del usuario, durante el ciclo de marcha. En este análisis, se emplearon datos obtenidos de las simulaciones del sistema, además de datos obtenidos de referencias bibliográficas, para determinar el consumo energético. Con tales consideraciones, se determinó que implementar el sistema de embrague le permitiría a un amplio grupo de exoesqueletos de miembros inferiores obtener el mismo ahorro energético que el diseñado aquí.

Esta tesis está estructurada de la siguiente forma:

En el Capítulo 1 se aborda el impacto que tienen los padecimientos que merman la movilidad del miembro inferior sobre quienes las sufren, así como la importancia de implementar mecanismos que le permitan a estas personas tener una mejor calidad de vida, y algunos retos que se presentan en el desarrollo de exoesqueletos.

En el Capítulo 2 se presentan conceptos importantes, mencionados con frecuencia en capítulos posteriores. Se identifican los músculos del miembro inferior, así como los movimientos que realizan; se describe el ciclo de marcha humano; y se aborda procesamiento de señales mioeléctricas.

El Capítulo 3 es una revisión de sistemas de asistencia de miembros inferiores. Aquí se presentan exoesqueletos, exotrajes y ortesis orientadas a asistir de alguna manera el movimiento del miembro inferior. Se presentan sistemas recientes que tienen aportes importantes en el diseño mecánico.

Los Capítulos 4 y 5 presenta la hipótesis sobre la cual se desarrolló el sistema, así como los objetivos planteados.

En el Capítulo 6 se presenta el diseño mecánico del sistema en cuestión. Este capítulo está dividido en siete subcapítulos: en los primeros dos se desarrollan y analizan los modelos matemáticos del miembro inferior y el sistema usuario-exoesqueleto; el tercer subcapítulo es el diseño de mecanismo de trinquete frontal; en el cuarto se describe el diseño de la estructura antropomorfa del sistema y algunos elementos complementarios a ésta; en el quinto y sexto subcapítulos se diseña el elemento tipo embrague y el mecanismo sincronizador; el último presenta un análisis del modelo matemático del sistema y del prototipo desarrollado.

En el Capítulo 7 se desarrolla la estrategia de control en espacio de estados para seguimiento de trayectoria. Dado que el modelo es no-lineal, primero se realizó su linealización mediante el método de linealización aproximada.

Finalmente, en los Capítulos 8 y 9 se discuten los resultados y se dan las conclusiones del proyecto, respectivamente.

ABSTRACT

In this thesis, the development of a mechanical system designed for its implementation to lower limb exoskeletons is presented. Such system consists of a clutch-like mechanism, a frontal ratchet and a mechanism to synchronize the latter two. The goal of the system is allowing the exoskeleton achieving a considerable energetic saving.

First, the mathematical model of the lower limb of a healthy person through the walking cycle was developed. Such model was extended to the exoskeleton's structure, since it is analog to the lower limb, and, after, the mathematical models of the lower limb and of the exoskeleton were combined to obtain the necessary torques to set the system in motion.

In the system's design were considered a geartrain, as well as an elastic elements system. Nonetheless, both were disregarded. The geartrain would greatly increase the weight and dimensions of the system. On the other hand, the elastic elements system wouldn't contribute importantly to diminishing the energetic requirement.

The mechanical system consists of a passive stabilizing mechanism, which has the function to bear the user's weight while he/she's standing still, to allow him/her perform manual tasks in that position, without the need of walkers or crutches. The mechanism consists of a three-bar slider-crank linkage. The "slider" of the mechanism is a frontal ratchet, which locks the user's motion, providing him/her with stability. A clutch-like mechanism was also implemented, which allows disconnecting the hip's motor, which would be done during the stance phase, and when the user is standing still. This allows reaching an energetic saving greater than 40%, considering the energetic requirement without the clutch. Additionally, a synchronizer mechanism was implemented, which has the function to disengage the clutch in the stance phase and, at the same time, engage the stabilizer mechanism, and viceversa.

After developing the mechanical design, a control strategy for trajectory tracking was implemented. The control system as simulated in ADAMS and correlations, between the desired trajectories and the developed ones, greater than 90% were reached. Also, from the same simulations, and with the support of the mathematical models, the system's energetic requirement was measured, considering the system with motors at the hip, knee and ankle always powered, and considering the system without motor at the ankle and with the one at the hip powered only during the swing phase, and an energetic saving greater than 40% was obtained.

Finally, an analysis in which an arbitrary anthropomorphic structure and the energetic requirement of both the structure, as well as of the user, throughout the walking cycle, was performed. In this analysis, data gathered from the simulations of the system was used, besides data gathered from bibliographic references, to compute the energetic requirement. With such considerations, it was determined that implementing the clutch system would allow a wide group of lower limb exoskeletons reach the same energetic saving as the one designed here.

This thesis is structured as follows:

In Chapter 1, the impact that lower limb mobility issues have on those who suffer them are approach, as well as the importance of implementing mechanism that would allow this people having a better quality of life, and also some challenges in the development of exoskeletons.

In Chapter 2, important concepts are introduced, frequently mentioned in later chapters. Lower limb muscles are identified, as well as the movements they perform; human walking

cycle is described; and myoelectric signals processing is approached.

Chapter 3 is a review on lower limb assistance systems. Lower limb assistance exoskeletons, exosuits and orthoses are presented here. Recent systems with contribution to the mechanical design are featured.

Chapters 4 and 5 present the hypothesis on which the system was developed, as well as the set objectives.

In Chapter 6, the aforementioned system's mechanical design is presented. This chapter is divided into seven subchapters: in the first two is the development and analysis of the mathematical models of the lower limb and the user-exoskeleton system; subchapter 3 is about the design of a frontal ratchet mechanism; fourth chapter describes the design of the system's anthropomorphic structure and some complementary elements to it; in the fifth and sixth subchapters a clutch-like mechanism and a synchronizer mechanism are designed; the last one presents an analysis of the mathematical model of the system and of the developed prototype.

In Chapter 7, a state-space control strategy for trajectory tracking is developed. Since the system is non-linear, it was first linearized via the approximated linearization method.

Finally, in Chapters 8 and 9 are the discussion of results and conclusions, respectively.

Esta página se dejó en blanco intencionalmente.

Esta página se dejó en blanco intencionalmente.

CAPÍTULO 1 | INTRODUCCIÓN

Año tras año la cantidad de pacientes que sufren alguna enfermedad o lesión que les impide la movilidad, ya sea total o parcial, del miembro inferior (**MI**), i. e., cadera, muslo, rodilla, pierna, tobillo y pie, aumenta. De acuerdo al informe mundial sobre la discapacidad del 2011, realizado por la Organización Mundial de la Salud en conjunto con el Banco Mundial [1], las discapacidades afectan social y económicamente no sólo a las personas que sufren de alguna discapacidad, sino también a sus familias y a las mismas naciones. En el mismo informe, y también de acuerdo a las Naciones Unidas, se calcula que para el año 2050 el 22% de la población mundial tendrá más de 60 años de edad y se estima que 2 mil millones sean adultos con problemas de movilidad que afecten sus actividades diarias. Cabe mencionar que ésta es una tasa que aumenta de manera exponencial.

Son diversas las causas por las que una persona puede ver mermada su capacidad de mover el MI: algún accidente, enfermedad o secuela de una cirugía, por ejemplo. La pérdida de la movilidad del paciente afecta su economía, su estatus social y conlleva efectos secundarios adversos, como trastornos de la espalda, obesidad, problemas cardiovasculares, daño muscular, por mencionar algunos, que se desarrollan por la falta de movimiento, o por realizar movimientos no naturales, y deterioran la salud tanto física como mental del paciente. Éstos, en muchos casos, no son resultado de la causa que genera la pérdida de movilidad, sino de una mala atención médica de la misma. Respecto a la salud mental del paciente, se sabe que son excluidos y discriminados, lo cual, combinado con la dificultad de moverse y al percibir que dependen de alguien más, los lleva a un estado de depresión. El acceso a dispositivos de asistencia que les permita una rehabilitación apropiada, así como realizar tareas básicas de forma independiente, les permitiría evitar efectos secundarios además de, en algunos casos, recuperar movilidad. Desafortunadamente, se estima que sólo entre 5 y 15% de la población de países en vías de desarrollo tiene acceso a la atención necesaria [2]–[4].

Adicionalmente, para que una persona mantenga una buena salud es de suma importancia que ésta camine correctamente. Westertep [5] menciona que una persona gasta más energía en la marcha durante todo el día que en otro tipo de actividades. La reducción de gasto de energía durante la marcha afecta de manera negativa tanto a las personas sanas como a quienes ven reducida su movilidad por alguna lesión o enfermedad [2]–[4], [6], [7].

Para ayudar a las personas que sufren de movilidad mermada, se han desarrollado ortesis para MI. No obstante, éstas presentan ciertas desventajas que no le permiten al paciente desarrollar un movimiento natural. Aunado a ello, algunos pacientes no tienen fuerza suficiente para aprovechar una ortesis, por lo que se ha vuelto necesario desarrollar dispositivos más avanzados que les permitan realizar tareas básicas: exoesqueletos [2]–[4].

Un exoesqueleto es un robot que consiste en una estructura mecánica diseñada para sujetarse al cuerpo humano, como se muestra en la Fig. 1-1. Éste sirve de apoyo y es usado para asistir movimientos ya sea en el proceso de rehabilitación, en las actividades del día a día (**ADD**), o aumentar la fuerza en un ser humano [8], [9].

Las personas que sufren de alguna discapacidad de movilidad requieren de rehabilitación. Ésta, además de no ser tan efectiva como se desea, es una tarea pesada para el fisioterapeuta, dado que son un gran número de repeticiones las que se llevan a cabo. La efectividad del proceso es una de las razones principales por las cuales, en la rehabilitación, cada vez más,

se están utilizando robots para ayudar a los pacientes con dificultades motrices. Esto libera al fisioterapeuta de la carga y le brinda al paciente un proceso confiable y eficiente. Para ofrecerle al usuario un movimiento más natural y que pueda controlar el exoesqueleto implícitamente con su pura “intención”, en los últimos años las investigaciones en torno a tales dispositivos se han inclinado hacia su control mediante bioseñales [2]–[4], [10].



Fig. 1-1 Exoesqueleto para a) aumento de potencia y b) para rehabilitación y/o asistencia [9], [11].

En los últimos años, se han desarrollado diversos exoesqueletos de MI (**EMI**). Se emplean en rehabilitación, movimiento asistido y aumento de fuerza en personas sanas. Aunque se han obtenido grandes avances, aún presentan varios retos a superar: no permiten llevar a cabo múltiples funciones, o permiten pocas, y cuentan con estrategias de control para predecir la intención del usuario a través de adquisición de señales mioeléctricas (**SME**), lo cual implica un arduo trabajo para calibrar los sensores bioeléctricos y factores que fácilmente provocan interferencia con tales señales. En pacientes con condiciones que les impiden moverse normalmente es complicado, imposible en algunos casos, obtener una SME fiable. No obstante, la predicción de la intención de movimiento (**PIM**) para que haya una sinergia entre el exoesqueleto y el usuario es de vital importancia, dado que la integración hombre-máquina debería proporcionar un medio, como algoritmos de control, que protejan al usuario, para adquirir la intención del usuario e instruir al robot para que responda rápidamente a la intención [12]. De esta manera el usuario se puede concentrar sólo en realizar la tarea deseada y no en controlar el exoesqueleto. Por esta razón, las SME son consideradas como una de las herramientas de entrada más poderosas en el control de exoesqueletos [2], [3], [18]–[20],

[4]–[6], [13]–[17].

Es lógico que la interacción entre un dispositivo mecatrónico y un sistema biológico sea doble: una interacción cognitiva y una física. La interacción cognitiva entre el exoesqueleto y el humano establece un marco que permite un control efectivo del exoesqueleto por el humano, así como la retroalimentación de la información motora al humano. El objetivo de la interacción física de un EMI es proporcionar estabilidad al caminar a los pacientes que sufren de debilidad muscular. En este caso, los usuarios normalmente no pueden estabilizar su rodilla, por lo que el exoesqueleto debe aplicar momentos en los instantes adecuados para mantener la estabilidad durante las fases de la marcha [21].

A pesar de las ventajas de los sistemas electromecánicos, diseñar un exoesqueleto puramente mecánico podría presentar ventajas significativas. Específicamente, esto mejoraría el peso del dispositivo, el mantenimiento requerido y la simplicidad de los componentes [22]–[24].

Como se verá más adelante, diseñar un exoesqueleto que considere la biomecánica del ser humano para minimizar el consumo de energía y que le permita al usuario realizar actividades de manera natural, además de mantener la estabilidad mediante estrategias de control, considerando las perturbaciones, así como reducir el peso de los componentes de la estructura del exoesqueleto para disminuir el costo metabólico y reducir el gasto energético derivado del uso de sensores y sistemas de control complejos son problemas que se siguen abordando.

Con base en la investigación llevada a cabo y en lo que se desea lograr se plantea que en un EMI con articulaciones de cadera, rodilla y tobillo, si la cadera se establece pasiva durante la fase de apoyo, y activa durante la de balanceo, con el tobillo pasivo y la rodilla activa durante todo el ciclo de marcha, el consumo energético se podría reducir en más de 40%, en comparación con un EMI equivalente con las tres articulaciones activas durante todo el ciclo de marcha.

Esto se ha establecido así, dado que, por un lado, en la zona del tobillo y pie se piensa colocar un elemento que ayude a transferir las cargas al piso, además de ayudarle al usuario a realizar un movimiento natural y, por otro lado, la rodilla es una articulación que soporta gran parte de la carga desarrollada durante la fase de apoyo, y establecerla como pasiva en esta fase podría introducir inestabilidad perjudicial, aún con muletas o andadera, por lo que, dado que la inestabilidad de la cadera se podría corregir con muletas o andadera, como se hace comúnmente, esta articulación sería la mejor opción, desde este punto de vista, para ahorrar energía. Cabe mencionar que durante la fase de oscilación es necesario actuar las articulaciones de cadera y tobillo, puesto que en esta fase el miembro inferior no está apoyado y necesita ser impulsado hacia adelante.

Dado lo anterior, se planteó el objetivo de diseñar y controlar un exoesqueleto de extremidades inferiores, orientado a usuarios hemiparéticos/hemipléjicos, para asistencia de cadera y rodilla durante el ciclo de marcha, con la finalidad de obtener un ahorro energético. Para alcanzar tal objetivo, se establecieron los siguientes objetivos particulares:

- Desarrollar el modelado matemático del exoesqueleto para analizar su cinemática y dinámica.
- Modelar un sistema de elementos elásticos.
- Diseñar sistemas de transmisión de potencia.
- Diseñar la estructura del exoesqueleto.

- Desarrollar leyes de control para el exoesqueleto.
- Elaborar un prototipo virtual y llevar a cabo pruebas para validar el diseño.

En esta tesis se abordó el problema del gasto energético. Se diseñó un EMI que integra un embrague en la articulación de la cadera con la finalidad de establecer tal articulación como pasiva durante la fase de apoyo, fase en la que se consume mayor energía. Puesto que una junta pasiva introduce inestabilidad al sistema, es necesario que el uso del exoesqueleto se complemente con el uso de muletas o andaderas. Adicionalmente, se diseñó un elemento tipo leva que se ajustaría al pie del usuario. La forma del elemento le permitiría al usuario realizar un movimiento más natural. Finalmente, se agregó un mecanismo que bloquea la flexión del usuario cuando este se encuentra de pie. Este mecanismo se agregó para permitirle al usuario realizar tareas de pie sin tener que usar muletas o andadera.

Posterior al diseño del sistema mecánico, se implementó un sistema de control para seguimiento de trayectoria y se analizó en ADAMS y Simulink. De las simulaciones, se obtuvieron correlaciones entre las trayectorias deseadas y las desarrolladas superiores a 90%. Además, se midió el gasto energético, asumiendo, por un lado, que el sistema tendría las tres articulaciones, cadera, rodilla y tobillo, actuadas durante todo el ciclo de marcha, y, por otro lado, que el tobillo sería siempre pasivo y la cadera sería pasiva durante la fase de apoyo. De este análisis se determinó que el sistema podría ahorrar más del 40% de energía.

Finalmente, se realizó un análisis para comparar el EMI diseñado aquí con otros EMIs y se determinó que cualquier EMI podría obtener el mismo ahorro energético al implementarse el sistema de embrague.

CAPÍTULO 2 | ESTADO DEL ARTE DE SISTEMAS DE ASISTENCIA DE MIEMBROS INFERIORES

El desarrollo de exoesqueletos surgió en la década de los 60. El interés del departamento de defensa de los EEUU propició el desarrollo de trajes de armamento y amplificación de la fuerza humana. Los primeros exoesqueletos tenían hasta 30 gdl, pesaban hasta 700 kg y usaban motores hidráulicos. Debido a las limitantes de la época, las investigaciones se detuvieron. Sin embargo, en los 80, nuevamente por el interés de desarrollar exoesqueletos con fines militares, se reiniciaron las investigaciones en el área. Desde entonces, se han desarrollado exoesqueletos para amplificar la fuerza humana en universidades como la de California en Berkeley o el Instituto Tecnológico de Massachusetts. Esto ha dado pie a la creación de exoesqueletos para asistir procesos de rehabilitación o para asistir al usuario en ADD [19], [20], [25].

En los últimos años, las investigaciones con exoesqueletos han comenzado a dirigirse hacia el control con bioseñales. Por un lado empiezan a surgir investigaciones que reportan el uso de señales corticoeléctricas (**SCE**) [26] o encefaloeléctricas (**SEE**) [27]–[31] para controlar una prótesis o un exoesqueleto. Por otro lado, las investigaciones que reportan la adquisición de SME comenzaron hace poco más de una década y actualmente es común que los investigadores que trabajan con EMIs desarrollen el control del mismo a través de SMES. Empero, la mera SME no es suficiente para controlar el EMI. Lo más usual es implementar también sensores de fuerza, de inercia, o giroscópicos, y de posición angular. Además, no existe un único método para procesar las SME, lo cual ha propiciado un gran número de investigaciones al respecto [32].

Luego de revisar algunos EMIs comerciales, a saber: ReWalk™ Personal 6.0 [33], Ekso GT [34], Indego [35], Phoenix [36], HEXAR [37], Mina [38], Rex [39] y MINDWALKER [17], se notó que la velocidad de marcha de algunos de éstos es mucho menor a la velocidad de marcha promedio de un humano estándar, 1.34 m/s [40]. En la TABLA 2-1 se enlistan el peso, velocidad de marcha, precio, gdl y si emplean o no herramientas auxiliares para caminar, como muletas [34]–[36], [41]–[44]. Los EMIs de la tabla se muestran en la Fig. 2-1.

*TABLA 2-1
Características de algunos exoesqueletos de miembro inferior comerciales*

EMI	Velocidad (m/s)	Peso (kg)	Precio (USD)	gdl	Herramientas auxiliares
ReWalk™ Personal 6.0	0.80	23.3	77,000	4	Sí
Indego®	0.53	17.7	170,000	4	Sí
Ekso GT™	0.40	25.0	60,000	6	Sí
Phoenix	0.49	12.25	45,000	4	Sí
HEXAR	0.42	21.0	ND	15	Sí
Mina	0.20	34.0	ND	4	Sí
MINDWALKER	0.08	28.0	ND	10	No
Rex	0.05	38.0	110,000	10	No



Fig. 2-1 Algunos exoesqueletos comerciales [33], [34], [36], [45].

Naik *et al.* [46] desarrollaron un exoesqueleto pasivo para MI con cuatro gdl en cada miembro: dos en la cadera, uno en la rodilla y uno en el tobillo. Uno de los gdl de la cadera es irrestricto, mientras que los gdl restantes se restringen mediante un mecanismo de trinquete, controlado por un servomotor para poder restringirlos en ambas direcciones. El exoesqueleto no está orientado a asistir el movimiento del usuario. En cambio, tiene la intención de ayudarle al usuario a soportar cargas sin transferirlas al usuario. El sistema pesa 6 kg y es capaz de cargar hasta 30 kg adicionales sin esfuerzo del usuario. El EMI diseñado se muestra en la Fig. 2-2.

Kundu, Mazumder *et al.* fusionaron SMES de seis músculos (*tibialis anterior*, *gastrocnemius*, *vastus lateralis*, *vastus medialis*, *rectus femoris* y *biceps femoris*) para el control tipo **PID** (proporcional integral derivativo) de servomotores que actúan las articulaciones de los dispositivos que desarrollaron. Se reporta que el control PID con retroalimentación de posición ofrece excelentes resultados para seguir la trayectoria angular

del tobillo durante la marcha. Se empleó el RMS con ventanas móviles y se trazó el desplazamiento angular de la rodilla para identificar las fases de la marcha. En trabajos futuros esperan poder implementar el sistema de detección a un exoesqueleto y a una prótesis de tobillo. También comentan que se obtendrían mejores resultados con una ANN [47], [48].



Fig. 2-2 Exoesqueleto de miembro inferior pasivo de cuatro grados de libertad [46].

Diansheng Chen *et al.* [32] diseñaron un exoesqueleto para MI con 10 gdl, dos en la cadera, uno en la rodilla y dos en el tobillo, de cada lado. El elemento que lleva a cabo la marcha es un actuador lineal neumático que conecta el muslo con la pierna. Implementaron una plantilla para medir la presión en el talón, lo cual coadyuva a determinar la intención del usuario. Durante las pruebas con SMES, observaron que los músculos en el compartimento anterior del muslo se tensan antes que los del compartimento posterior de la pierna en la transición de sedestación a bipedestación. Lo opuesto ocurre en la transición de bipedestación a sedestación. Además, la amplitud de las SMES de los músculos frontales del muslo es mayor a la de los músculos posteriores de la pierna durante tales transiciones. Los autores sugieren que un exoesqueleto no debería depender meramente de las SMES, con la finalidad de evitar errores en la PIM, se deberían implementar otra clase de sensores. En la Fig. 2-3 se muestra el modelo 3D del exoesqueleto.

Choi *et al.* [49] publicaron en 2018 el uso de SMES del músculo *soleus* para predecir la velocidad de marcha de una persona, basados en el hecho de que el valor máximo de la SMES del músculo *soleus* justo al final del soporte terminal es proporcional a la velocidad de marcha durante el balanceo. Además de las señales adquiridas, se implementaron ocho sensores de fuerza para medir la presión en el pie y detectar en qué fase de la marcha se encuentra el usuario, y se obtuvo una relación entre la velocidad de marcha y la fuerza. Se extrajeron las máximas longitudes de onda de la SMES durante la respuesta a la carga y el soporte terminal para tal relación. Esta característica brinda la ventaja de contener información de frecuencia y amplitud, además de no presentar desvío en la señal y es fácil de calcular. Posteriormente, se usa la raíz cuadrada de la suma de las amplitudes máximas del músculo *soleus* durante la respuesta a la carga y el soporte terminal para caracterizar la velocidad de marcha. Se realizó una regresión lineal para predecir la velocidad de marcha. Al comparar el valor real contra el calculado se obtuvo un coeficiente de determinación, R^2 , de 0.75. Finalmente, mencionan el potencial y la intención de implementar el sistema a un exoesqueleto para personas

hemiparéticas.

Joshi *et al.* [50] reportaron en 2013 el uso del criterio de información bayesiano, métodos estándar de extracción de características y análisis discriminante lineal (ADL) para diseñar un sistema que detecte las fases del ciclo de marcha. Para el estudio se emplearon las SME de cuatro músculos (*tibialis anterior*, *gastrocnemius*, *vastus lateralis* y *semitendinosus*) y se obtuvo una precisión desde 46.67% hasta 93.83%. Las características empleadas fueron cuatro coeficientes del modelo autorregresivo de cuarto orden y cuatro del dominio del tiempo, bajo la premisa de que no se requiere transformar la señal y esto coadyuva a una respuesta rápida. El ADL se elige como clasificador por ser computacionalmente eficiente para control en tiempo real con SMES. Reportan que, a pesar de obtener buenos resultados, existe cierta incertidumbre. Los autores hipotetizan que los resultados mejoren al combinar las SME con las señales de los sensores en la planta del pie y los de inercia.

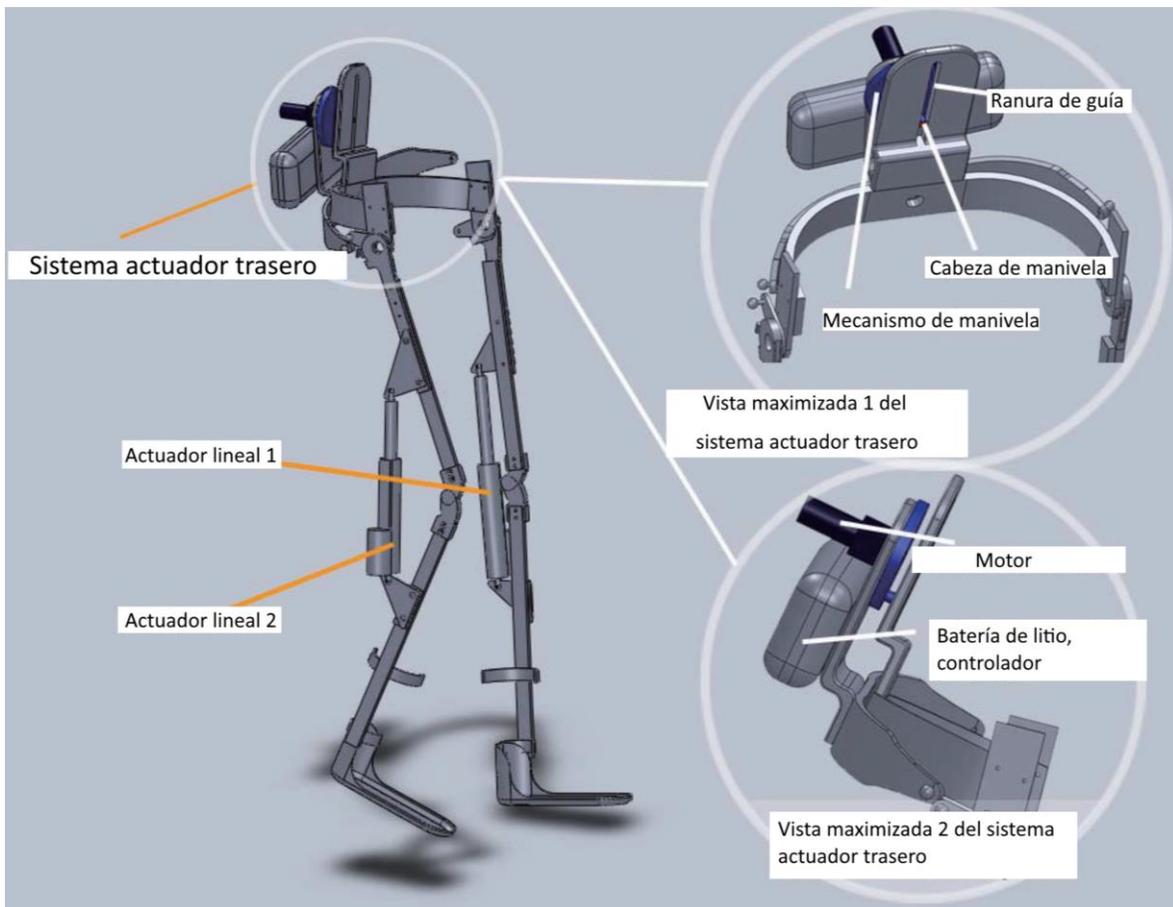


Fig. 2-3 Exoesqueleto diseñado por Diansheng Chen *et al.* [32].

Ma *et al.* [51] presentaron en 2016 un EMI orientado a la rehabilitación con un sistema de percepción inteligente, Fig. 2-4. El sistema está compuesto de sensores de SMES, sensores de película piezoeléctrica y codificadores fotoeléctricos. Los sensores de SMES se emplean para identificar la intención del usuario y las SMES se adquieren del músculo *vastus lateralis*; los sensores de película piezoeléctrica se colocan sobre las correas ajustables para medir la fuerza de interacción entre el usuario y el exoesqueleto; y los codificadores fotoeléctricos se

montan en las juntas de la cadera y rodilla para obtener el ángulo de flexión/extensión de cada junta. Se implementó un sistema de inferencia neurodifuso adaptativo (**ANFIS**, por sus siglas en inglés, *adaptive neuro fuzzy inference system*) para identificar la fase en la que se encuentra el usuario. Se reporta que se tiene una tasa de identificación correcta de fase de marcha superior a 92%.

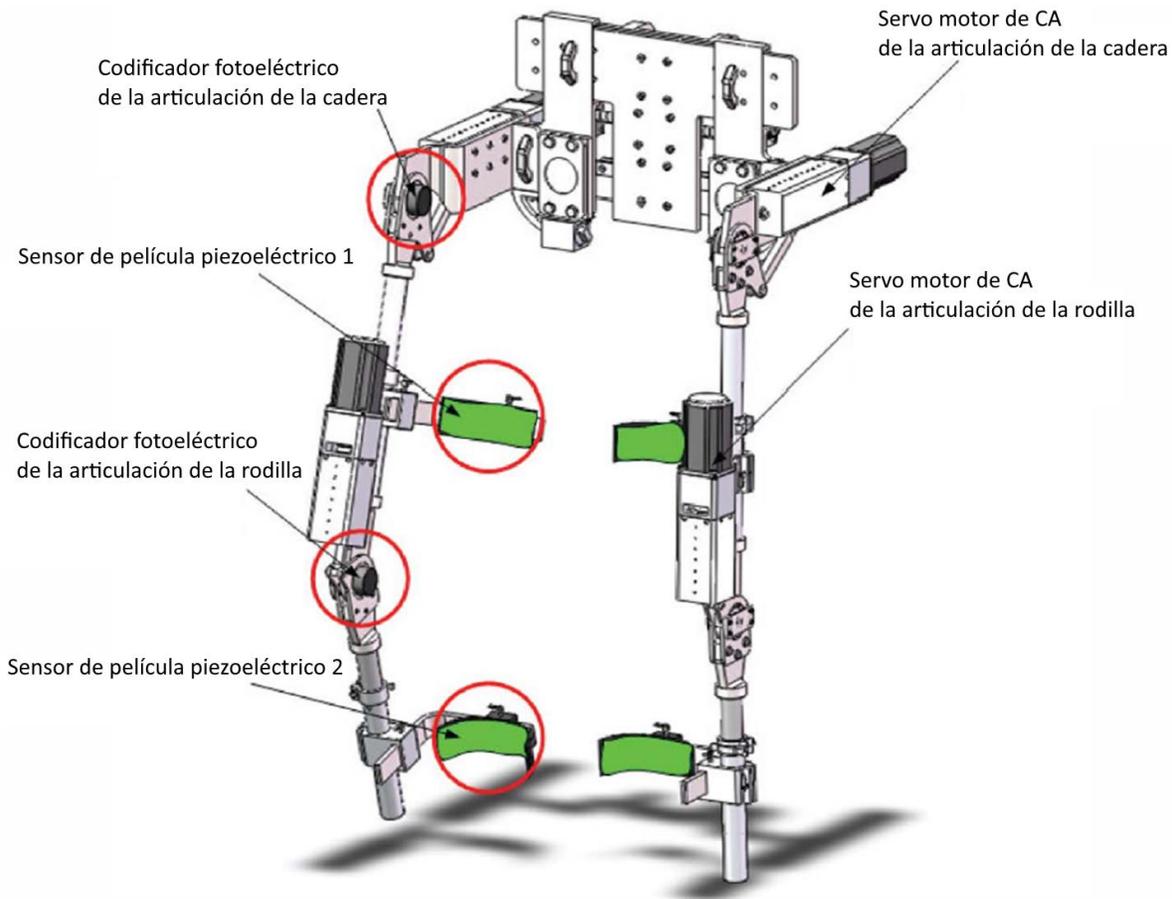


Fig. 2-4 Exoesqueleto diseñado por Ma et al. [51].

En la Universidad de Cuenca, Ecuador han estado desarrollando un exoesqueleto para asistir el movimiento de la rodilla, mostrado en la Fig. 2-5. La intención de movimiento se detecta con SMES del músculo *rectus femoris* y una ANN con retropropagación. Las señales se procesan con RMS y **DWT** (transformada discreta de ondícula, por sus siglas en inglés, *discrete wavelet transform*) (Db7) y posteriormente se comparan los resultados que se obtuvieron con ambos. Los autores concluyen que la pierna en fase de apoyo es mejor para obtener una mejor clasificación. Adicionalmente, se obtiene un mejor comportamiento de curva característica operativa del receptor (**ROC** por sus siglas en inglés, *receiver operating characteristic*), menor **MSE** (error cuadrático medio, por sus siglas en inglés, *mean square error*) y mayor coeficiente de correlación de Pearson, con DWT (Db7). También se añade una interfaz en un dispositivo móvil, para monitoreo, que contiene tres rutinas de rehabilitación establecidas por personal médico [52].

Yap et al. [22] se basaron en el ciclo de marcha como un movimiento controlado por cuatro

miembros, los dos inferiores y los dos superiores, para desarrollar un exoesqueleto para asistir el ciclo de marcha, bajo la hipótesis de que “es razonable considerar intervenir [estimular/actuar] en el movimiento de los miembros superiores para ayudar al movimiento de los miembros inferiores”. Esto se basa en el principio de arrastre mutuo. El sistema está constituido por el módulo actuador (dos motores de CD, arneses ajustables y correas de velcro), el cual está unido a un arnés que se ajusta al miembro superior con correas de velcro; el módulo de control (dos controladores para los motores de CD, dos codificadores y una unidad I/O); y el módulo de energía (una fuente de poder recargable y un interruptor de emergencia). Su peso total es de 5.8 kg. El sistema se ajusta mediante correas de velcro alrededor del pecho y cintura del usuario. Se realizaron pruebas con 12 personas de 71 a 77 años sin desórdenes neurológicos. Los resultados que reportan muestran que la amplitud de movimiento angular de la cadera aumenta, mientras que el periodo disminuye, cuando se emplea el exoesqueleto. Sin embargo, son mejoras menores al 8% para la amplitud y 3% para el periodo. A pesar de los resultados, demuestran que este sistema podría tener un impacto benéfico. El exoesqueleto se muestra en la Fig. 2-6.

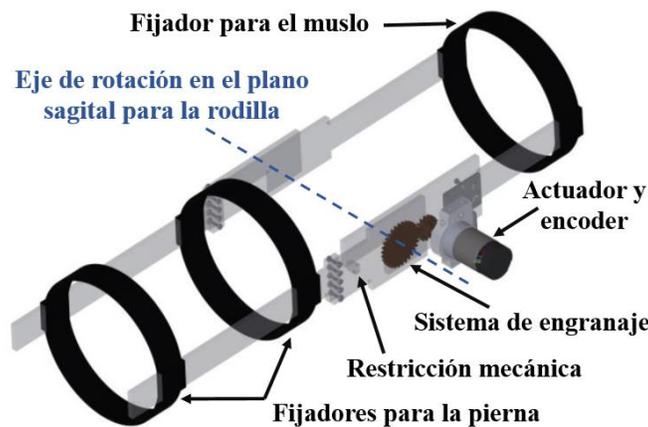


Fig. 2-5 Modelo CAD del exoesqueleto diseñado en la Universidad de Cuenca, Ecuador [52].

Auberger *et al.* [53] presentan un sistema tipo abrazadera, controlado por una máquina de estados finitos (FSM, por sus siglas en inglés, *finite state machine*), Fig. 2-7, con una articulación ajustable para adaptarse al usuario. Diseñaron dos versiones del sistema: en la Fig. 2-7 A y B se muestra la primera que se complementa con una articulación ajustable en el tobillo; en la Fig. 2-7 C se muestra la segunda versión con un elemento elástico el cual sirve para guardar energía en la fase de apoyo y liberarla en la de balanceo. En la unidad para la rodilla se usa un actuador hidráulico, un mecanismo de palanca y dos servoválvulas para proveer alta resistencia durante la flexión y baja durante la extensión. Adicionalmente, se cuenta con una interfaz en un dispositivo móvil para seleccionar modos de uso.

Chung *et al.* [54] presentaron en 2015 un método para clasificar SMES con dos canales para las transiciones de sedestación-bipedestación y v.v. El método emplea ADL como clasificador y un enfoque de ventanas múltiples para la extracción de características, extracción de características por ventanas de tiempo consecutivas (CTFE por sus siglas en inglés, *consecutive time-windowed feature extraction*). Adicionalmente, implementan un algoritmo de voto mayoritario para postprocesar el resultado y reducir la tasa de falsos positivos. Los resultados muestran una exactitud en la predicción mayor a 90%. Las SMES

se extraen de dos músculos, el *vastus medialis* y el *tibialis anterior*. En los estudios encontraron que no existe un patrón de activación muscular consistente durante la transición bipedestación-sedestación, es decir, no se demuestra que un músculo se active antes que otro.



Fig. 2-6 Exoesqueleto para estimular miembros superiores diseñado por Yap et al. [22].

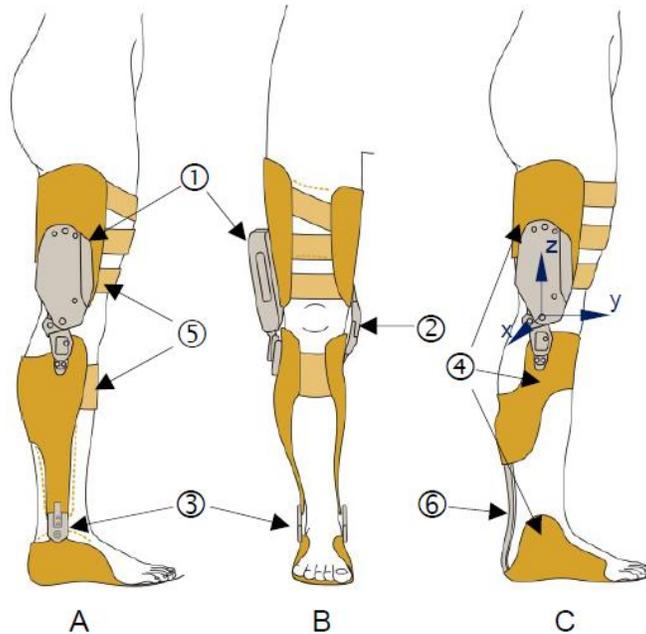


Fig. 2-7 Mecanismo diseñado por Auberger et al. A/B, configuración con junta en el tobillo; C, configuración con elemento elástico. 1) Junta de la rodilla, 2) seguidor de junta, 3) junta de tobillo, 4) partes de interfaz, 5) amarres de fijación, 6) elemento elástico [53].

Villa-Parra *et al.* [28] presentan un sistema que combina SMES y SEE, Fig. 2-8. El sistema comprende un exoesqueleto para asistir el movimiento de la rodilla, una caminadora inteligente que cuenta con sensores, goniómetro, laser infrarrojo para detectar la posición de la pierna, y un módulo de adquisición de SMES y SEE que guía al paciente, manteniéndolo dentro de una zona segura, además de ayudarlo a mantener una postura estable durante la marcha. La intención de movimiento se determina con SVM y una ANN mediante SMES del MI (*rectus femoris*, *vastus lateralis*, *biceps femoris*, *semitendinosus* y *gasctornemiius*). Se obtuvieron características de los dominios del tiempo (MAV y WL) y frecuencia (CA). Se comparó el desempeño del SVM y la ANN por medio de la tasa de error total (TET) de clasificación, sensibilidad (SS), especificidad (SP por *specificity*) y valor predictivo positivo (VPP) y se determinó que la ANN da mejores resultados que la SVM. La ANN presenta una TET entre 0.1% y 0.7%, una SS de 99.6% a 99.8%, un VPP de 99.6% a 99.9% y una SP de 99.95% a 99.98%, mientras que la SVM presenta un TET de 1.4% a 3.2%, una SS de 95.56% a 98.3%, un VPP de 96.2% a 99% y una SP de 99.57% a 99%.

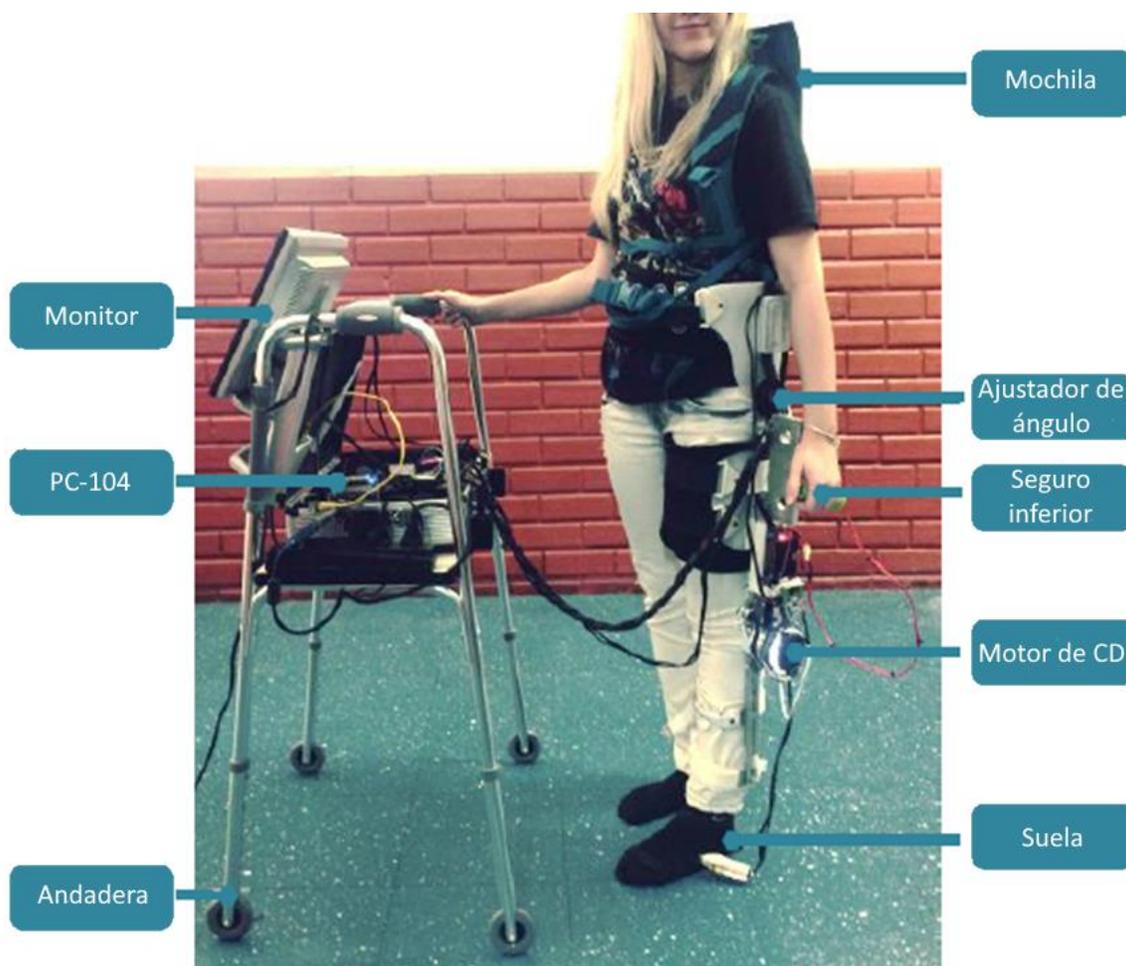


Fig. 2-8 Sistema exoesqueleto-caminadora de [28].

Yu *et al.* [55] presentan un sistema orientado a rehabilitación fuera de clínica con un actuador lineal en serie (ALS) para rodilla y otro para el tobillo, Fig. 2-9. El exoesqueleto está diseñado con fibra de carbono y tiene un peso menor a 4 kg. Se añaden sensores

mioeléctricos superficiales para monitorear la actividad muscular a lo largo del proceso de rehabilitación; sensores angulares para determinar la cinemática de la marcha; sensores de presión en la planta del pie para detectar las sub-fases de apoyo; unidades de medición inercial (**IMU**, por sus siglas en inglés, *inertial measurement unit*) para detectar las sub-fases durante la oscilación. Con las lecturas de los sensores se determina el momento óptimo para asistir el movimiento del usuario y el progreso de rehabilitación.

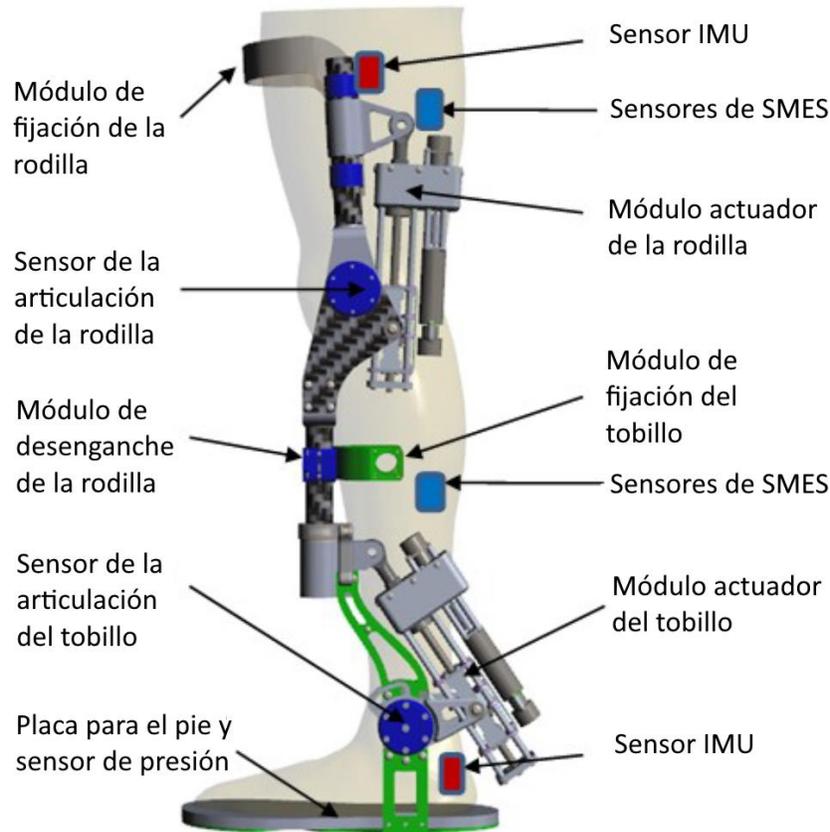


Fig. 2-9 Robot diseñado por Yu et al. para rodilla, pie y tobillo [55].

Hua *et al.* [56] diseñaron un EMI con una relación de multiplicación de momento variable, con juntas activas en el plano sagital y pasivas en el frontal, tanto en la rodilla como en la cadera, para permitir el movimiento lateral de la pierna durante la marcha. El exoesqueleto está diseñado para asistir al usuario en la marcha, subir y bajar escaleras, subir y bajar por una pendiente, y en la transición de erguido-agachado y v.v. Implementaron un control **PD** (proporcional derivativo) con técnicas de aprendizaje automático extremo y diferenciador de trayectorias, para compensación por prealimentación de la fuerza de interacción robot-humano (**FIRH**), con lo cual se logró reducir tal fuerza en un 70.6%. El sistema integra codificadores para obtener el ángulo de las caderas y rodillas, una IMU en la espalda para obtener el ángulo del exoesqueleto y sensores de fuerza en las plantas del pie para medir la fuerza de reacción en el suelo (**FRS**), y extensómetros en las barras de conexión para medir la FIRH. En total se emplean los ángulos, velocidades y aceleraciones de las articulaciones, señales IMU, presiones plantares, FRS y señales de punto de momento cero (**ZMP**, por sus siglas en inglés, *zero moment point*). Para la identificación de los seis modos de uso proponen

una red neuronal profunda (**DNN**, por sus siglas en inglés, *deep neural network*), con la cual obtuvieron una precisión entre 97.2% y 97.3%, y hasta 99.2% a 99.7% con el uso de un algoritmo de optimización, en un tiempo de 37.6 ms a 38.4 ms y un tiempo de entrenamiento de 3.04 s a 5.26 s. Por otro lado, para detectar las fases de la marcha, implementaron un ANFIS. Finalmente, realizaron mediciones de los latidos por minuto (**bpm**, por sus siglas en inglés, *beats per minute*) de los usuarios de prueba con/sin el exoesqueleto con/sin carga. Al comparar los bpm mientras se usa el exoesqueleto, observaron que aumentan entre 17.5% y 21.3%, mientras que sin exoesqueleto aumenta hasta un 40.3%. El exoesqueleto diseñado se muestra en la Fig. 2-10.

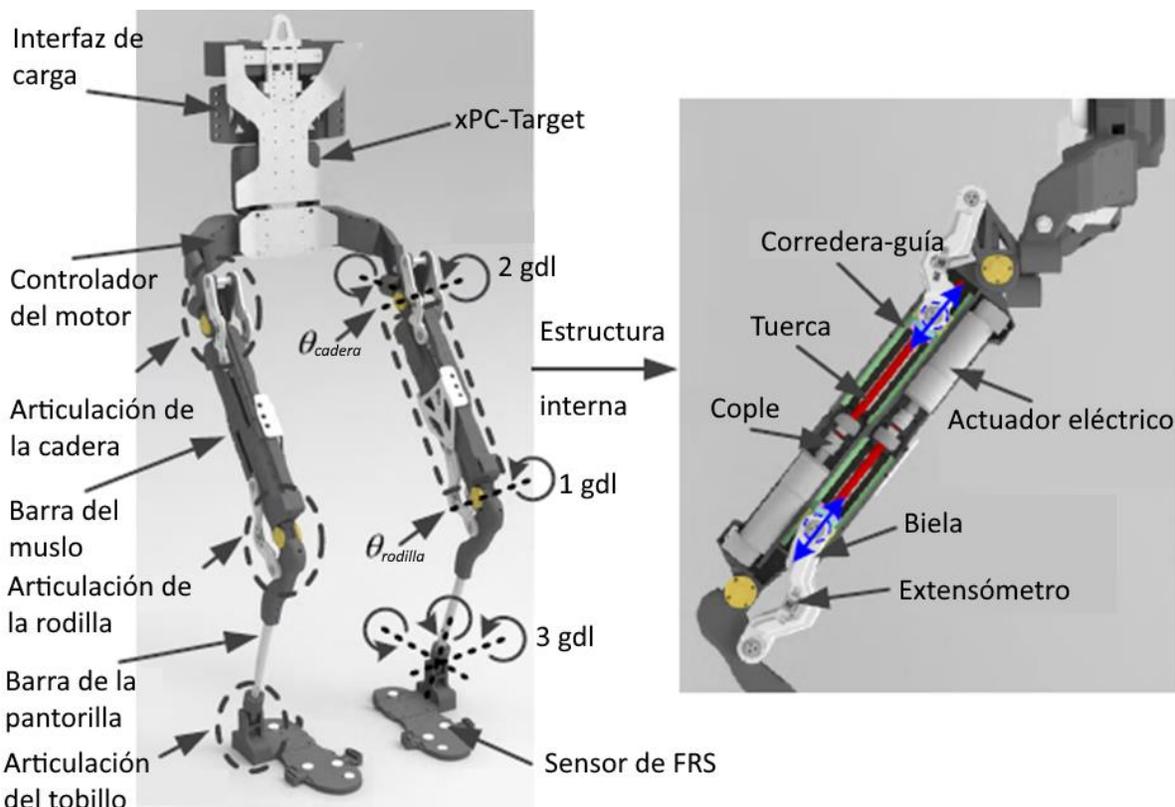


Fig. 2-10 Exoesqueleto de relación de multiplicación de momento variable [56].

Xie *et al.* [57] desarrollaron un exoesqueleto flexible de rigidez variable, la cual se obtiene mediante actuación neumática de cables. Las articulaciones del exoesqueleto son actuadas por un cilindro de aire, el cual también varía la rigidez de la articulación, y, al ser flexible, no restringe ningún gdl de la junta. La rigidez y consumo de energía se controlan a través de la presión del aire. Dos de las principales ventajas de este sistema es que sólo se requiere una fuente de aire para actuar las articulaciones y variar su rigidez, y que el sistema permite bloquear las articulaciones, cuando se aplica cierta presión. Dos desventajas que cabe mencionar son que para actuar las articulaciones y variar su rigidez se requiere de cuatro válvulas solenoides y dos actuadores, y que el sistema proporciona un momento de asistencia bajo. El sistema se aprecia en la Fig. 2-11.

Schmidt *et al.* [58] presentan un exoesqueleto/exotraje que consta de tres componentes: la interfaz entre el exoesqueleto y el usuario; “ligamentos”, elementos elásticos para almacenar

energía y asistir el movimiento de las articulaciones pasivamente; y el componente de potencia, un actuador y un tendón artificial que conecta la cadera con la pierna, Fig. 2-12. Emplea sensores para medir la fuerza en los tendones artificiales, codificadores para medir el cambio de longitud en los mismos, tres IMUs, una en la unidad de control y dos en cada pierna, para medir la aceleración y velocidad angular de las piernas y el torso. El control es explícito, toda vez que cuando el usuario necesita sentarse/pararse necesita presionar un botón para que el sistema cambie de modo de trabajo. El mecanismo se basa en un diseño biarticular, dado que ambas articulaciones, cadera y rodilla, son actuadas con el mismo motor.



Fig. 2-11 Exoesqueleto flexible diseñado por Xie et al. [57].



Fig. 2-12 Exoesqueleto con tendón artificial biarticular [58].

Shamaei et al. [59] diseñaron un exoesqueleto cuasipasivo con un par de resortes y un embrague, este último le permite moverse libremente durante la fase de oscilación, para asistir a la rodilla, Fig. 2-13. El resorte de asistencia sólo lleva a cabo su función (absorber

energía) durante la respuesta a la carga, y durante el resto del ciclo de marcha es liberado para permitir la rotación libre de la articulación, mientras que el resorte de retorno absorbe energía durante la flexión de la rodilla y la libera durante su extensión. Lo anterior se logra mediante un mecanismo de cierre controlado por una FSM. Las entradas para la FSM son las señales de una plantilla, para detectar las fases del ciclo de marcha y la velocidad de la articulación. Se reporta que el exoesqueleto no afecta considerablemente a la trayectoria de las articulaciones durante el ciclo de marcha, se obtienen valores de R^2 entre 91 y 99, además de haber disminuido los momentos desarrollados en las articulaciones.

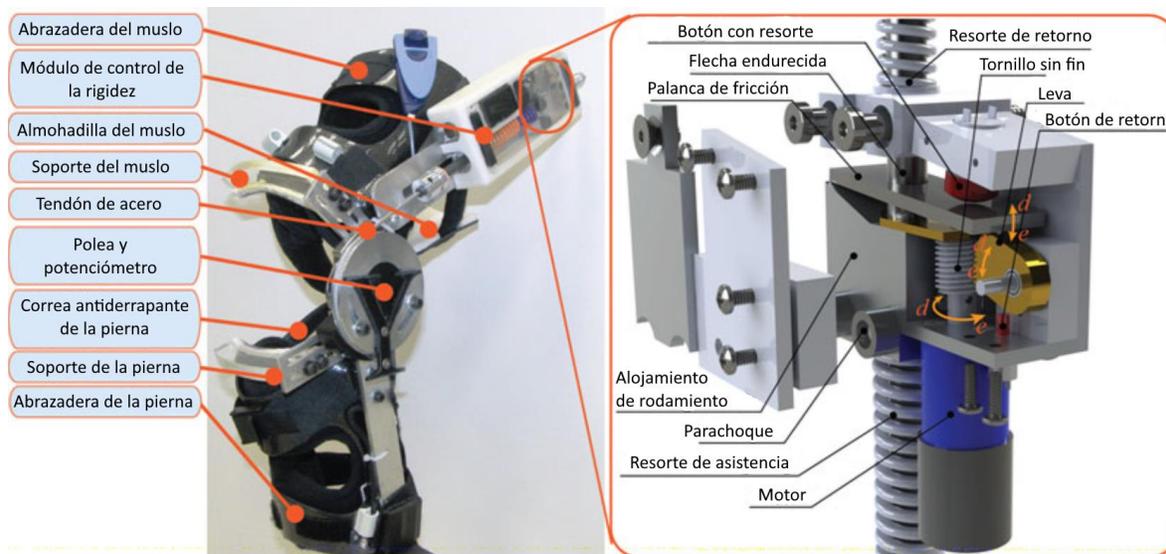


Fig. 2-13 Exoesqueleto con embrague electromecánico [59].

Zhou *et al.* [23] proponen un EMI con resortes para compensación de la gravedad. La fuerza generada por los resortes genera los momentos en las juntas al conectarse a un par de engranes. Para brindar seguridad al usuario, y no aumentar el volumen del sistema, los resortes fueron colocados en el interior de los elementos. Adicionalmente, integraron un mecanismo de husillo para ajustar la pre-tensión en el resorte y poder balancear distintos pesos. En simulaciones, determinaron que, para periodos desde 3 hasta 8 segundos del ciclo de marcha, los momentos en la cadera se reducen desde 53% hasta 84% y desde 49% hasta 69% en la rodilla, respectivamente. Sin embargo, como el diseño compensa sólo la gravedad, la disminución del periodo de marcha reduce la eficiencia del sistema de resortes, toda vez que no compensan los efectos dinámicos. De acuerdo a los autores, los cinco sujetos de prueba, personas sanas, reportaron percibir la fuerza de asistencia proporcionada por el sistema. Estos últimos resultados no se basaron en información cuantitativa. En la Fig. 2-14 se muestra el sistema diseñado.

Zhao *et al.* [24] desarrollaron un exotraje para asistir la rodilla de las personas mayores al subir escaleras. Éste emplea dos actuadores de cable trenzado (TSA, por sus siglas en inglés, *twisted string actuator*) los cuales pesan 390 g cada uno. Además de los TSA, el sistema implementa músculos artificiales de cable de acero. El sistema se sujeta al usuario mediante correas flexibles alrededor de la cintura y el pie del usuario. Entre éstas se encuentran dos correas de nylon firmemente ajustadas, una al muslo y otra a la pierna a través de correas, en

serie a través de cable Bowden. De acuerdo a los autores, la combinación del cable Bowden, las correas flexibles y las correas de nylon actúan como un músculo artificial similar al cuádriceps. Su estructura modular permite el movimiento libre del MI, montaje y desmontaje rápido y facilidad al cargarlo. En el traje se agregan rodilleras para que el uso del traje sea más cómodo. Debido a su flexibilidad, el traje no restringe los gdl del MI, por lo cual no altera los movimientos del usuario. Para medir el ángulo en las articulaciones, se implementaron cuatro IMUs, uno en cada muslo y cada pierna. Para detectar las fases del ciclo de marcha durante el ascenso de escaleras, se usaron las posiciones y velocidades angulares, con lo cual, según los autores, las fases se pueden detectar rápida y precisamente, y esto permite que “los usuarios suban más rápido que su velocidad normal”. El peso total del exotraje es de 3.5 kg y, de acuerdo a los resultados obtenidos tras probar el traje con tres personas sanas, la eficiencia media de asistencia es de 29.8%. En la Fig. 2-15 se muestra el sistema diseñado.



Fig. 2-14 Exoesqueleto pasivo diseñado por [23].

En el CENIDET se han desarrollado dos trabajos sobre EMIs. En 2015 se diseñó un exoesqueleto orientado a rehabilitación de MI de personas con hemiplejía/hemiparesia con control basado en SMES, Fig. 2-16. Se propuso un control proporcional integral generalizado (GPI, por sus siglas en inglés, *generalized proportional integral*) con el cual, de acuerdo a simulaciones, se compensan todas las perturbaciones y parámetros no considerados en el modelo matemático del exoesqueleto para seguir correctamente una trayectoria. Las SMES se obtuvieron de los músculos *rectus femoris* y *semitendinosus*, y se rectificaron con el RMS. Las características empleadas para clasificar las señales fueron la media y la SD con una ventana de tiempo móvil. También se implementó un potenciómetro en la pierna sana para definir la trayectoria a seguir por el exoesqueleto al asistir la pierna afectada. No se menciona

el nivel de precisión del método para clasificar las SMES, sólo se menciona que “en ocasiones el algoritmo sí realizó una correcta detección” [25], [60]. Posteriormente, en [61], [62] se implementaron controles PD y PID para seguimiento de trayectorias durante las transiciones de bipedestación-sedestación y v.v. De acuerdo a los resultados, con el control PID “el esfuerzo de control se reduce hasta en un 50%”, comparándolo con el control PD. Sin embargo, el control propuesto muestra gráficamente error en el seguimiento de trayectoria de todas las articulaciones, cuya cuantificación no se reporta. Finalmente, se sugiere la implementación de un control robusto.



Fig. 2-15 Exotraje diseñado por Zhao para asistir el ascenso de escaleras [24].

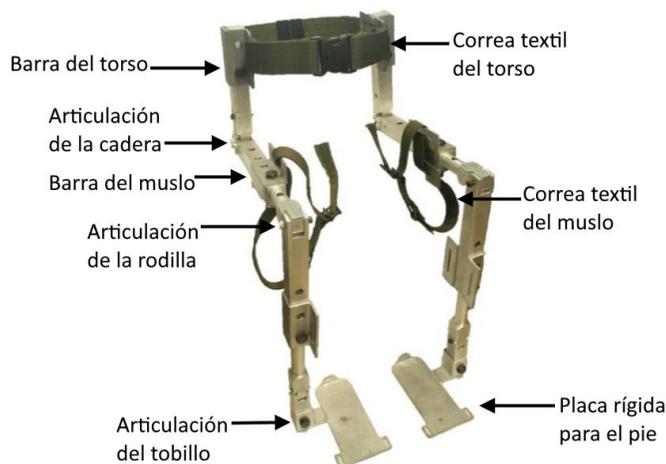


Fig. 2-16 Exoesqueleto diseñado en el CENIDET [25].

2-A. Conclusión del estado del arte

En la TABLA 2-2 se muestran las características de los sistemas para asistencia del MI que se han revisado en este capítulo. De acuerdo a la tabla, se observa que sería posible:

- 1) Implementar una estrategia de control moderno para un seguimiento de trayectoria aceptable.
- 2) Detectar las fases y subfases del ciclo de marcha mediante la presión en la planta del pie y/o ángulos de articulaciones del MI.
- 3) Implementar una FSM para obtener una buena precisión de predicción de movimiento.
- 4) Incluir elementos elásticos para almacenar energía durante la fase de apoyo y liberarla durante la fase de oscilación. Esto coadyuvaría a un ahorro de energía y un sistema más ligero.
- 5) Considerar un diseño mecánico cuasipasivo que permita ahorrar energía, sin reducir la funcionalidad del EMI.

TABLA 2-2
Características de los sistemas para asistencia de miembro inferior revisados

Sistemas para asistencia de miembro inferior	
Investigadores	Características
P. Naik <i>et al.</i> 2018	Pasivo. cuatro gdl: dos en la cadera, uno en la rodilla y uno en el tobillo. Un gdl de la cadera es pasivo para movimiento frontal. Mecanismo de trinquete para restringir los gdl restantes. No asiste el movimiento, ayuda a soportar hasta 30 kg adicionales sin transferir cargas al usuario. Pesa 6 kg.
A. S. Kundo, O. Mazumder <i>et al.</i> 2014	Usa SMES de seis canales. Buenos resultados con control PID con retroalimentación de posición. Las fases de la marcha las identifica con el ángulo de la rodilla.
D. Chen <i>et al.</i> 2014	10 gdl: dos en la cadera, uno en la rodilla y dos en el tobillo. Actuador lineal neumático. Sensores en la plantilla para detectar fase.
T. Choi <i>et al.</i> 2018	Uso del músculo <i>soleus</i> para predecir velocidad de marcha. Detección de fase mediante medición de presión en el pie.
C. D. Joshi <i>et al.</i> 2013	SMES del <i>tibialis anterior</i> , <i>gastrocnemius</i> , <i>vastus lateralis</i> y <i>semitendinosus</i> . Precisión de 46.67% - 93.83% en detección de fase. Cuatro coeficientes del modelo autorregresivo de cuarto orden y cuatro del dominio del tiempo como características. ADL como clasificador. Proponen sensores en la planta para mejores resultados.
W. Ma <i>et al.</i> 2016	SMES del músculo <i>vastus lateralis</i> . Sensores para medir la FIRH. Codificadores para medir ángulo de articulaciones. Tasa de identificación de fase > 92% con ANFIS.
Universidad de Cuenca, Ecuador 2020 Yap <i>et al.</i>	SMES del músculo <i>rectus femoris</i> . Uso de DWT (Db7) y ANN con retropropagación. Curva ROC muestra buenos resultados. Exotraje. Se basa en el principio de arrastre mutuo. Asisten el movimiento del MI al estimular las extremidades superiores. Pesa 5.8 kg. La amplitud de movimiento de la cadera aumenta y el periodo disminuye. Las mejoras son menores. Se demuestra que el sistema podría tener un impacto benéfico.
R. Auberger <i>et al.</i> 2018	Sistema tipo abrazadera. Controlado por FSM. Articulación ajustable. Elemento elástico para almacenar energía en el apoyo y liberarla en el balanceo. Actuador hidráulico. Impedancia mecánica variable.

(continúa en la siguiente página)

TABLA 2-2 (continuación)
Características de los sistemas para asistencia de miembro inferior revisados

Sistemas para asistencia de miembro inferior	
Investigadores	Características
S. H. Chung <i>et al.</i> 2015	Dos canales de SMES, <i>vastus medialis</i> y <i>tibialis anterior</i> . ADL como clasificador. CTFE. Algoritmo de voto mayoritario como postprocesador. Tasa de precisión > 90%.
A. C. Villa-Parra, D. Delisle-Rodriguez <i>et al.</i> 2015	Combina SMES del <i>rectus femoris</i> , <i>vastus lateralis</i> , <i>biceps femoris</i> , <i>semitendinosus</i> y <i>gastrocnemius</i> , con SEE. EMI + caminadora inteligente. TET de clasificación entre 0.1% y 0.7% con ANN. Características del dominio del tiempo y frecuencia.
H. Yu <i>et al.</i> 2013	ALS. Peso de 4 kg. Fibra de carbono. SMES, sensores angulares, sensores en la planta del pie e IMUs para detectar fases.
Y. Hua <i>et al.</i> 2019	Relación de multiplicación de momento variable. Juntas activas en el plano sagital, pasivas en el frontal. Múltiples funciones. Control PD. Aprendizaje automático y diferenciador de trayectorias. Compensación por prealimentación de la FIRH. Reduce la FIRH en un 70.6%. Codificadores, IMU, sensores de fuerza en la planta del pie, extensómetros para medir la FIRH. ANFIS para detectar fases.
Xie <i>et al.</i>	Flexible. Rigidez variable. Actuación neumática. Requiere una sola fuente de aire para actuar las articulaciones y variar su rigidez. Al alcanzar cierto nivel de presión, las articulaciones se bloquean. Se requieren cuatro válvulas solenoides y dos actuadores. Proporciona un momento de asistencia bajo.
K. Schmidt <i>et al.</i> 2017	Exoesqueleto/traje. Ligamentos artificiales para almacenar energía. Tendón artificial. Sensores de fuerza, codificadores, IMUs. Control explícito. Diseño biarticular.
Shamaei <i>et al.</i> 2014	EMI pasivo. Resortes y embrague. Asistencia en respuesta a la carga y movimiento libre en el resto del ciclo. Mecanismo de cierre. FSM. Señales de plantilla para detectar fase. Codificadores. Valores de R ² entre 91 y 99.
Zhou <i>et al.</i>	Resortes para compensar la gravedad. Pretensión en el resorte ajustable a distintos usuarios. Los momentos se reducen hasta 84% en la cadera y hasta 69% en la rodilla. Los resultados sólo aplican para periodos largos del ciclo de marcha. No compensa efectos dinámicos.
Zhao <i>et al.</i>	Exotraje. Asiste a subir escaleras. Emplea TSA y músculos artificiales de cable de acero. Permite el movimiento libre del MI. Cuatro IMUs para medir ángulos de las articulaciones. Detectan fases con posiciones y velocidades angulares. Pesa 3.5 kg. Eficiencia media de asistencia de 29.8%.
CENIDET 2015	SMES del <i>rectus femoris</i> y <i>semitendinosus</i> . Control PID. Se propone control GPI. Potenciómetro para definir trayectoria. Se puede mejorar la tasa de detección correcta.

En la revisión realizada se menciona un EMI cuasipasivo, [59], y dos pasivos, [46] [23]. De los sistemas pasivos se destaca que uno está orientado a permitirle al usuario cargar peso adicional [23], mientras que el otro [46] reporta resultados benéficos pero no a velocidades de marcha prácticas. Por otro lado, en [59] no se reporta cuánta energía se ahorra con la implementación del sistema de resortes.

CAPÍTULO 3 | MARCO TEÓRICO

3-A. Grados de libertad del miembro inferior

En la Fig. 3-1 se describe parte de la terminología empleada en anatomía humana. En la figura se observa que el plano sagital divide al cuerpo simétricamente en una parte sinistral (izquierda) y una dextral (derecha); el plano transversal, u horizontal, lo divide en una parte superior y una inferior; mientras que el plano coronal, o frontal, lo divide en una parte frontal y una trasera. También se aprecian algunas direcciones y orientaciones. La dirección craneal es hacia la cabeza, mientras que la caudal es hacia los pies; la dirección medial apunta hacia el plano sagital, y la lateral lejos de éste; los términos proximal y distal se refieren a la distancia r desde el punto de articulación de una extremidad hasta cualquier punto sobre ella. Una distancia proximal se refiere a una r más cerca de la articulación de la extremidad en cuestión, mientras que la distal se refiere a una r más lejana; por último, la orientación anterior, o ventral, es hacia el frente del cuerpo, el vientre, y la posterior, o dorsal, es hacia la parte trasera del cuerpo, la espalda [40].

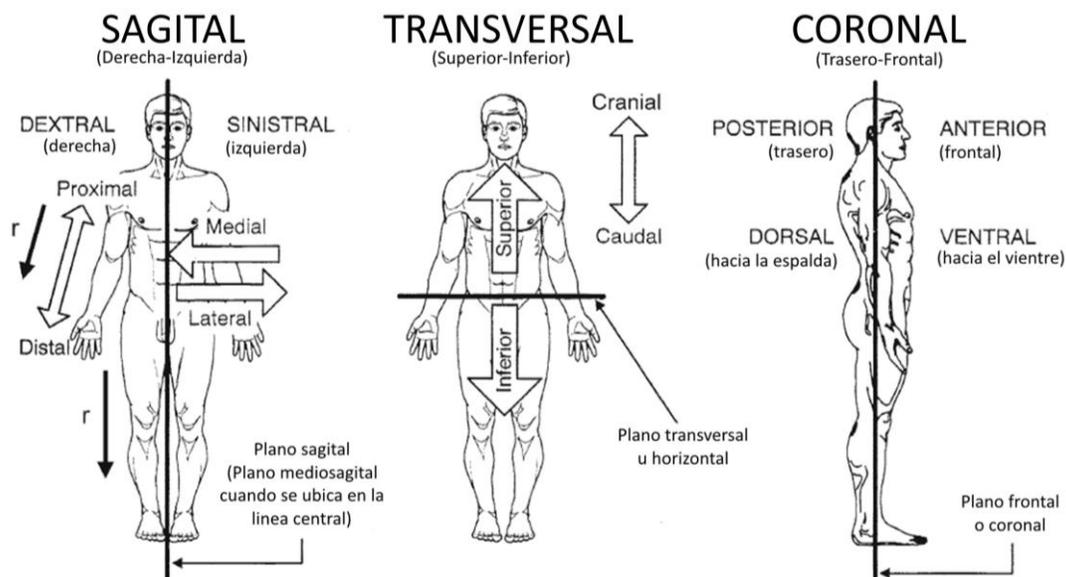


Fig. 3-1 Direcciones, orientaciones y planos usados para describir el cuerpo humano [40].

En la Fig. 3-2 se ilustran los grados de libertad (**gdl**) que se consideran comúnmente, y que se considerarán en el desarrollo de este trabajo. Adicionalmente, en la Fig. 3-3 se muestra la orientación en la cual estos movimientos se consideran positivos. Aunque la cadera tiene tres gdl, sólo se considerará el movimiento en el plano sagital. Se llama flexión (extensión) cuando la cadera rota de tal manera que el muslo se mueva hacia el vientre (la espalda). El ángulo de la cadera, θ_{cadera} , se mide desde la línea longitudinal del torso y mientras el muslo esté más allá de tal línea, hacia el vientre, será positivo. Para la rodilla, a pesar de tener cuatro gdl, es común que sólo se considere uno, en el plano sagital, debido a restricciones óseas y de tejido blando. Al movimiento de la rodilla se llama flexión (extensión) cuando la pantorrilla se mueve hacia atrás (adelante). Su ángulo, $\theta_{rodilla}$, se mide desde la línea longitudinal del muslo y mientras la pantorrilla esté más allá de tal línea, hacia atrás, será

positivo. Por último, para el tobillo se tomará en cuenta su gdl en el plano sagital. Al movimiento del pie se le llama dorsiflexión (plantarflexión) cuando el dorso del pie se acerca (aleja) a la espinilla. Su ángulo, θ_{tobillo} , se mide desde la línea longitudinal de la pierna y será positivo mientras el pie esté más allá de tal línea hacia la espinilla [40], [63]–[65].



Fig. 3-2 Diagrama mostrando los grados de libertad de la cadera, rodilla y tobillo en el plano sagital [40].

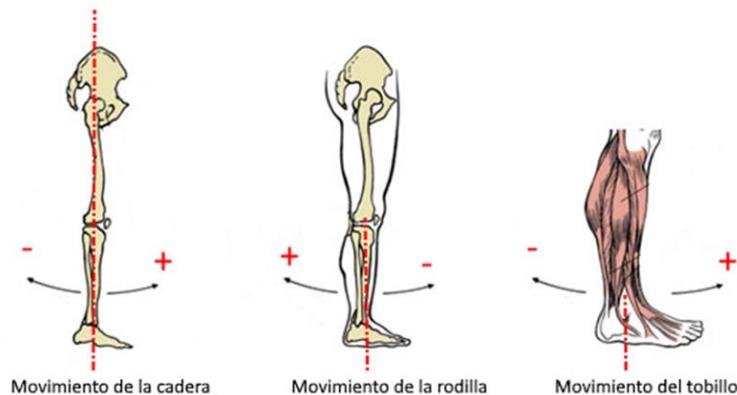


Fig. 3-3 Diagrama mostrando la dirección en la cual se consideran positivos los movimientos de la cadera, rodilla y tobillo en el plano sagital.

3-B. El ciclo de marcha

El ciclo de marcha del ser humano se puede dividir en dos fases: apoyo, la cual comprende un 60-65% del ciclo de marcha, y oscilación, en las cuales se alterna entre la bipedestación, cuando se está erguido sobre los dos pies, y la monopedestación, cuando se está erguido sobre un pie. Estas dos fases se pueden subdividir como se muestra en la Fig. 3-4. En la figura se describe el ciclo de marcha para el MI resaltado en negro. El ciclo comienza con el impacto del talón, el contacto inicial. Aquí comienza la fase de apoyo de un MI; luego sigue la respuesta a la carga, que termina hasta que el pie está totalmente apoyado en el piso; el soporte medio empieza justo después y termina cuando la cadera está en su punto más alto; el soporte terminal finaliza con el contacto inicial de la pierna opuesta; el prebalanceo culmina con el despeque total del pie; el balanceo inicial, desde el despeque total del pie hasta que la cadera regresa a su punto más alto; balanceo medio, desde el punto más alto de la cadera hasta instantes antes que el pie vuelva a hacer contacto; y el balanceo terminal, que

termina hasta que el pie impacta el piso. Se aprecia que el apoyo bipodal se da sólo durante el contacto inicial, el soporte terminal y balanceo terminal, es decir para transmitir el peso del cuerpo de un pie a otro [40], [49], [66]–[68].

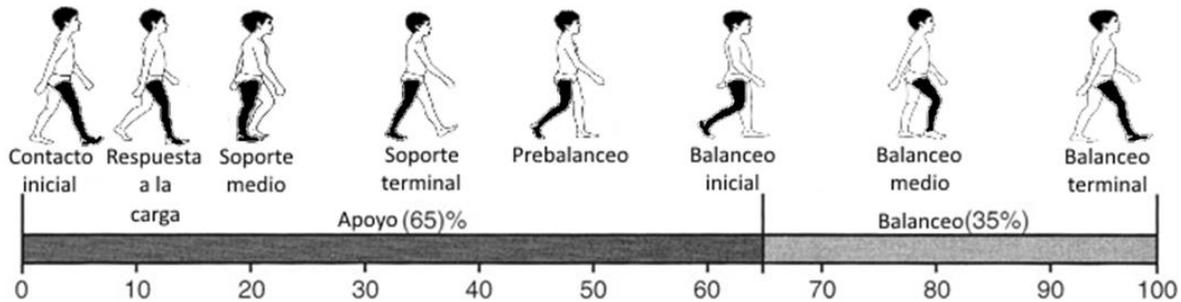


Fig. 3-4 Sub-fases del ciclo de marcha dividido en sus dos principales fases, la de apoyo y la de oscilación, y sus respectivas sub-fases. En la imagen se marca en negro el miembro inferior considerado para representar el ciclo de marcha [40].

A lo largo del ciclo de marcha, los ángulos de la cadera, rodilla y tobillo en el plano sagital varían como se muestra en la Fig. 3-5. En la figura, también se muestran los momentos y potencia, en el plano sagital, ambos por unidad de masa corporal, desarrollados en las tres articulaciones [40]. Se aprecia que la articulación con el pico de potencia más alto es el tobillo y se da entre el soporte terminal y el prebalanceo, cuando se impulsa el cuerpo hacia adelante.

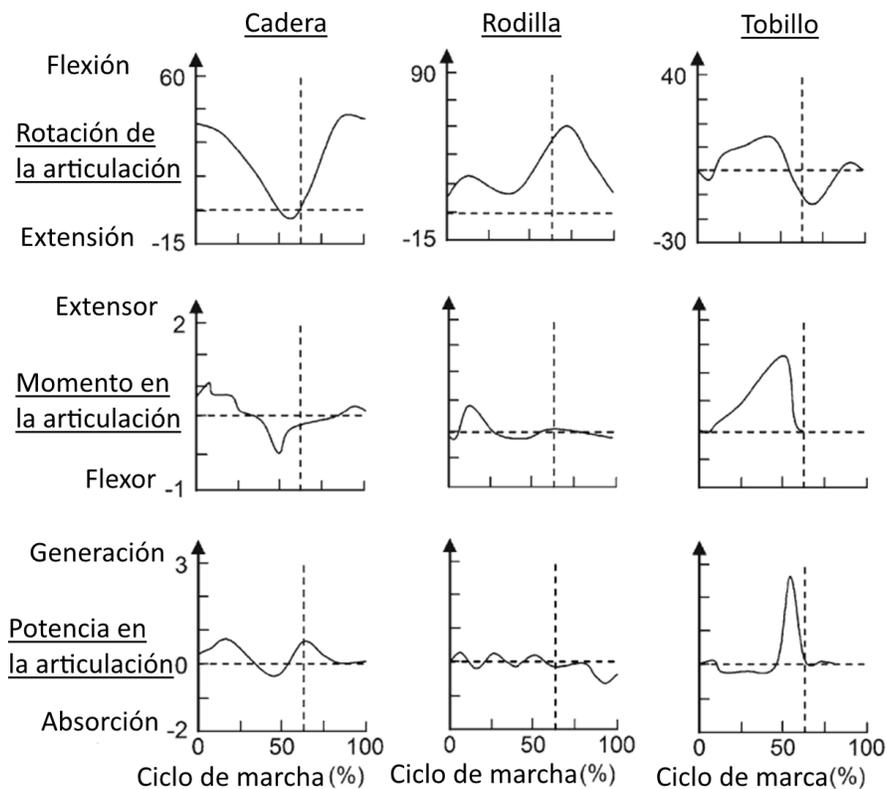


Fig. 3-5 Valores promedio para trayectorias angulares ($^{\circ}$), momento por unidad de masa corporal ($N\cdot m/kg$) y potencia por unidad de masa corporal (W/kg) durante el ciclo de marcha de una persona sana [40]. Todos son en el plano sagital.

Los datos de las curvas de potencia de la cadera, rodilla y tobillo de la Fig. 3-5 se digitalizaron con WebPlotDigitizer [69], Fig. 3-6. Posteriormente, se calculó el área bajo cada curva, con el método del trapecio [70]. De esta manera, luego de analizar los resultados, se determinó que, si en un exoesqueleto se diseñara la articulación de tobillo como una junta pasiva, el actuador encargado de accionar la cadera emplearía más energía, unos 0.3542 J/kg contra 0.2001 J/kg de la rodilla, cabe mencionar que, si el tobillo se actuara, gastaría unos 0.3778 J/kg , por lo que un sistema con las tres articulaciones actuadas consumiría 0.9322 J/kg , adicionalmente, si el actuador de la cadera sólo se empleara para flexionarla, es decir desde el prebalanceo hasta el balanceo TERMINAL, desde el $\sim 60\%$ hasta el $\sim 90\%$ del ciclo de marcha, se podría ahorrar $\sim 67.82\%$ de la energía que se usaría para actuar la cadera, rodilla y tobillo, a lo largo de todo el ciclo de marcha.

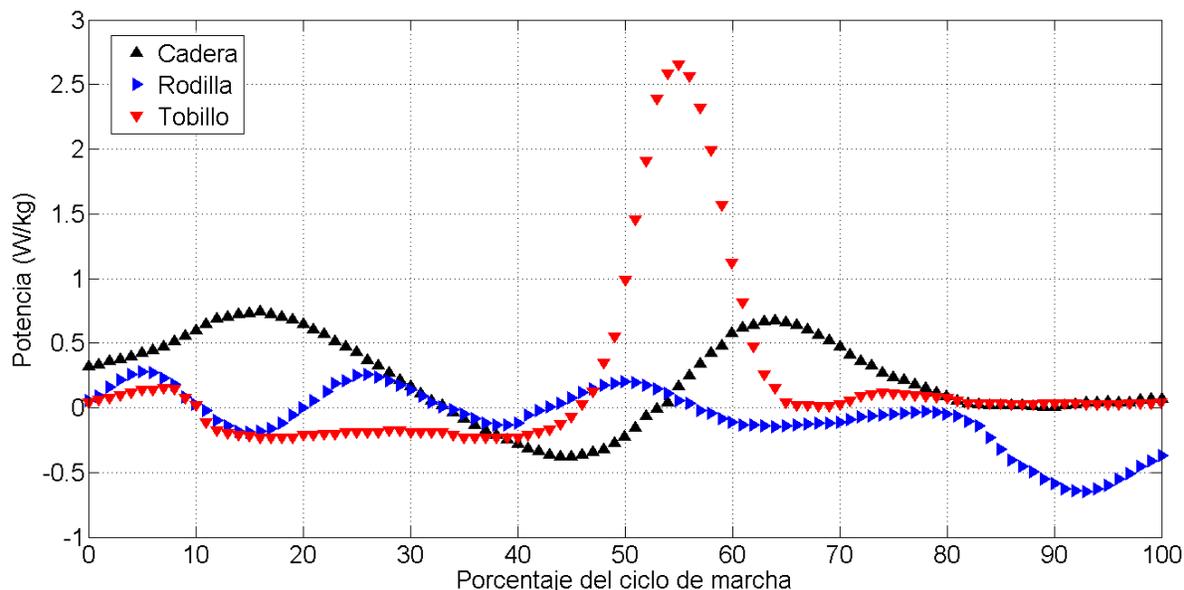


Fig. 3-6 Datos digitalizados de la potencia generada en la cadera, rodilla y tobillo durante el ciclo de marcha de una persona sana.

CAPÍTULO 4 | DISEÑO MECÁNICO

4-A. Modelado matemático del miembro inferior

En la Fig. 4-1 se muestra un esquema empleado para identificar los cg del muslo, pierna y pie. De acuerdo a la figura, éstos se describen mediante

$$CG_{1-x} = \bar{L}_1 s_1,$$

$$CG_{1-y} = \bar{L}_1 c_1,$$

$$CG_{2-x} = L_1 s_1 - \bar{L}_2 s_{2-1},$$

$$CG_{2-y} = L_1 c_1 + \bar{L}_2 c_{2-1},$$

$$CG_{3-x} = L_1 s_1 - L_2 s_{2-1} + \bar{L}_3 s_{3-2+1}$$

y

$$CG_{3-y} = L_1 c_1 + L_2 c_{2-1} + \bar{L}_3 c_{3-2+1},$$

en donde

CG_i representa el cg del i -ésimo segmento (1 para el muslo, 2 para la pierna y 3 para el pie) y los subíndices x y y indican la componente cartesiana;

L_i representa la longitud total del i -ésimo segmento;

\bar{L}_i representa la distancia proximal al cg del i -ésimo segmento; y

$c_{i\pm j\pm k}$ y $s_{i\pm j\pm k}$ representan los cosenos y senos, respectivamente, de $\theta_i \pm \theta_j \pm \theta_k$, con $i, j, k = 1, 2, 3$ (1 para la cadera, 2 para la rodilla y 3 para el tobillo).

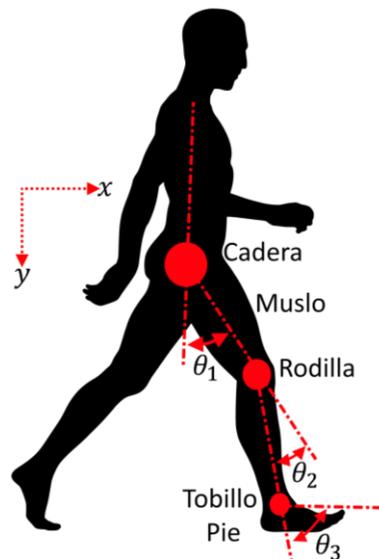


Fig. 4-1 Esquema para identificar los centros de gravedad del muslo, pierna y pie.

La formulación dinámica lagrangiana [71] establece que

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} = F_i, \quad (4-1)$$

en donde

\mathcal{L} es el lagrangiano, definido como la diferencia entre la energía cinética, k , y la potencial, u , del sistema;

q_i es la i -ésima coordenada generalizada, en este caso $q_i = \theta_i$; y

F_i es la i -ésima carga generalizada, en este caso $F_i = \tau_i$ y τ_i es el momento aplicado en la i -ésima articulación.

Para aplicar (4-1) se requiere obtener las energías cinética y potencial del MI. La primera está dada por

$$k = \frac{1}{2} \left\{ \left[(\bar{L}_1 c_1 \dot{\theta}_1)^2 + (\bar{L}_1 s_1 \dot{\theta}_1)^2 \right] m_1 + \left[(L_1 c_1 \dot{\theta}_1 - \bar{L}_2 c_{2-1} \dot{\theta}_{2-1})^2 + (L_1 s_1 \dot{\theta}_1 + \bar{L}_2 s_{2-1} \dot{\theta}_{2-1})^2 \right] m_2 + \left[(L_1 c_1 \dot{\theta}_1 - L_2 c_{2-1} \dot{\theta}_{2-1} + \bar{L}_3 c_{3-2+1} \dot{\theta}_{3-2+1})^2 + (L_1 s_1 \dot{\theta}_1 + L_2 s_{2-1} \dot{\theta}_{2-1} + \bar{L}_3 s_{3-2+1} \dot{\theta}_{3-2+1})^2 \right] m_3 + I_1 \dot{\theta}_1^2 + I_2 \dot{\theta}_{1-2}^2 + I_3 \dot{\theta}_{1-2+3}^2 \right\},$$

en donde

m_i representa la masa del i -ésimo segmento;

$I_i = (r_i^2 + \bar{L}_i^2) m_i$ representa el momento de inercia del i -ésimo segmento respecto a la i -ésima articulación; y

r_i es el radio de giro del i -ésimo segmento.

La energía potencial está dada, con la cadera como punto de referencia, por

$$u = -[m_1 \bar{L}_1 c_1 + (L_1 c_1 + \bar{L}_2 c_{2-1}) m_2 + (L_1 c_1 + L_2 c_{2-1} + \bar{L}_3 c_{3-2+1}) m_3] g,$$

en donde $g = 9.80665 \text{ m/s}^2$ es la aceleración debido a la gravedad.

De acuerdo a [71], el lagrangiano es

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= k - u \\ &= \frac{1}{2} \left\{ m_1 \bar{L}_1^2 \dot{\theta}_1^2 + (L_1^2 \dot{\theta}_1^2 + \bar{L}_2^2 \dot{\theta}_{2-1}^2 - 2L_1 \bar{L}_2 c_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_{2-1}) m_2 + [L_1^2 \dot{\theta}_1^2 + L_2^2 \dot{\theta}_{2-1}^2 + \bar{L}_3^2 \dot{\theta}_{3-2+1}^2 - 2(L_1 L_2 c_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_{2-1} - L_1 \bar{L}_3 c_{3-2} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_{3-2+1} + L_2 \bar{L}_3 c_3 \dot{\theta}_{2-1} \dot{\theta}_{3-2+1})] m_3 + I_1 \dot{\theta}_1^2 + I_2 \dot{\theta}_{1-2}^2 + I_3 \dot{\theta}_{1-2+3}^2 \right\} + [m_1 \bar{L}_1 c_1 + (L_1 c_1 + \bar{L}_2 c_{2-1}) m_2 + (L_1 c_1 + L_2 c_{2-1} + \bar{L}_3 c_{3-2+1}) m_3] g \end{aligned}$$

Entonces, de acuerdo a (4-1), el modelo matemático que describe los momentos generados en las articulaciones de la cadera, rodilla y tobillo, en el plano sagital, durante la fase de oscilación, fase en la cual la cadera actúa como pivote, están dados por

$$\begin{aligned}
& m_1 \bar{L}_1^2 \ddot{\theta}_1 + \{L_1^2 \ddot{\theta}_1 - \bar{L}_2^2 \ddot{\theta}_{2-1} + [(\ddot{\theta}_1 - \ddot{\theta}_{2-1})c_2 + (-\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_{2-1})s_2 \dot{\theta}_2]L_1 \bar{L}_2\}m_2 + \\
& \{L_1^2 \ddot{\theta}_1 - L_2^2 \ddot{\theta}_{2-1} + \bar{L}_3^2 \ddot{\theta}_{3-2+1} + [(\ddot{\theta}_1 - \ddot{\theta}_{2-1})c_2 + (-\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_{2-1})s_2 \dot{\theta}_2]L_1 L_2 + \\
& [(\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_{3-2+1})c_{3-2} - (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_{3-2+1})s_{3-2} \dot{\theta}_{3-2}]L_1 \bar{L}_3 - [(\ddot{\theta}_{2-1} - \ddot{\theta}_{3-2+1})c_3 - \\
& (\dot{\theta}_{2-1} - \dot{\theta}_{3-2+1})s_3 \dot{\theta}_3]L_2 \bar{L}_3\}m_3 + I_1 \ddot{\theta}_1 - I_2 \ddot{\theta}_{2-1} + I_3 \ddot{\theta}_{3-2+1} + [m_1 \bar{L}_1 s_1 + \\
& (L_1 s_1 - \bar{L}_2 s_{2-1})m_2 + (L_1 s_1 - L_2 s_{2-1} + \bar{L}_3 s_{3-2+1})m_3]g = \tau_1, \\
& [\bar{L}_2^2 \ddot{\theta}_{2-1} - (c_2 \ddot{\theta}_1 - s_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2)L_1 \bar{L}_2]m_2 + \{L_2^2 \ddot{\theta}_{2-1} - \bar{L}_3^2 \ddot{\theta}_{3-2+1} - (c_2 \ddot{\theta}_1 - \\
& s_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2)L_1 L_2 - (c_{3-2} \ddot{\theta}_1 - s_{3-2} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_{3-2})L_1 \bar{L}_3 - [(-\ddot{\theta}_{2-1} + \ddot{\theta}_{3-2+1})c_3 - (-\dot{\theta}_{2-1} + \\
& \dot{\theta}_{3-2+1})s_3 \dot{\theta}_3]L_2 \bar{L}_3\}m_3 + I_2 \ddot{\theta}_{2-1} - I_3 \ddot{\theta}_{3-2+1} - [m_2 L_1 \bar{L}_2 s_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_{2-1} + \\
& (L_1 L_2 s_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_{2-1} + L_1 \bar{L}_3 s_{3-2} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_{3-2+1})m_3] + [m_2 \bar{L}_2 s_{2-1} + (L_2 s_{2-1} - \\
& \bar{L}_3 s_{3-2+1})m_3]g = \tau_2
\end{aligned} \tag{4-2}$$

y

$$\begin{aligned}
& [\bar{L}_3^2 \ddot{\theta}_{3-2+1} + (c_{3-2} \ddot{\theta}_1 - s_{3-2} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_{3-2})L_1 \bar{L}_3 - (c_3 \ddot{\theta}_{2-1} - s_3 \dot{\theta}_3 \dot{\theta}_{2-1})L_2 \bar{L}_3]m_3 + I_3 \ddot{\theta}_{3-} \\
& (L_1 \bar{L}_3 s_{3-2} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_{3-2+1} - L_2 \bar{L}_3 s_3 \dot{\theta}_{2-1} \dot{\theta}_{3-2+1})m_3 + m_3 g \bar{L}_3 s_{3-2+1} = \tau_3
\end{aligned}$$

De acuerdo a [40] la longitud de algunos de los segmentos del cuerpo humano estándar, el cual tiene unos 70 kg de masa y 1.70 m de altura total, se pueden calcular como se muestra en la TABLA 4-1. Adicionalmente, en la tabla se muestran las masas y longitudes al centro de masa de los segmentos de interés, medidos desde su respectiva articulación proximal, es decir, desde la cadera, rodilla y tobillo para el muslo, pierna y pie, respectivamente, así como los radios de giro de tales elementos, necesarios para calcular sus momentos de inercia. Al emplear esta información en (4-2), expandir las ecuaciones, para luego agrupar términos, y, finalmente, factorizar en vectores y matrices, el modelo (4-2) se puede describir como

$$\{[\mathbf{M}(\boldsymbol{\theta})\ddot{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{B}(\boldsymbol{\theta})\dot{\boldsymbol{\theta}}\dot{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{C}(\boldsymbol{\theta})\dot{\boldsymbol{\theta}}^2]H + \mathbf{G}(\boldsymbol{\theta})\}M H x 10^{-3} = \boldsymbol{\tau}, \tag{4-3}$$

en donde

H es la altura total del cuerpo;

M es la masa total del cuerpo;

$\mathbf{M}(\boldsymbol{\theta})$, $\mathbf{B}(\boldsymbol{\theta})$, $\mathbf{C}(\boldsymbol{\theta})$, y $\mathbf{G}(\boldsymbol{\theta})$ son las matrices de masa, de efecto de Coriolis, de efecto centrífugo y de efecto de la gravedad, respectivamente, y se definen como

$$\mathbf{M}(\boldsymbol{\theta}) = \begin{bmatrix} K_1 + K_2 c_2 + (c_{3-2} + c_3)K_3 & -\frac{1}{2}[2K_4 + K_2 c_2 + (c_{3-2} + 2c_3)K_3] & \frac{1}{2}[2K_5 + (c_{3-2} + c_3)K_3] \\ -\frac{1}{2}[2K_4 + K_2 c_2 + (c_{3-2} + 2c_3)K_3] & K_4 + K_3 c_3 & -\frac{1}{2}(2K_5 + K_3 c_3) \\ \frac{1}{2}[2K_5 + (c_{3-2} + c_3)K_3] & -\frac{1}{2}(2K_5 + K_3 c_3) & K_5 \end{bmatrix},$$

$$B(\theta) = \begin{bmatrix} -(K_2 s_2 - K_3 s_{3-2}) & -(s_3 + s_{3-2}) K_3 & (s_3 + s_{3-2}) K_3 \\ 0 & K_3 s_3 & -K_3 s_3 \\ -K_3 s_3 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$C(\theta) = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2}(K_2 s_2 - K_3 s_{3-2}) & -\frac{1}{2}(s_3 + s_{3-2}) K_3 \\ \frac{1}{2}(K_2 s_2 - K_3 s_{3-2}) & 0 & \frac{1}{2} K_3 s_3 \\ \frac{1}{2}(s_3 + s_{3-2}) K_3 & \frac{1}{2} K_3 s_3 & 0 \end{bmatrix},$$

y

$$G(\theta) = \frac{K_3}{18} \begin{bmatrix} 8353s_1 - 2785s_{2-1} + 360s_{3-2+1} \\ 2785s_{2-1} - 360s_{3-2+1} \\ 360s_{3-2+1} \end{bmatrix},$$

y en éstas

$$K_1 = 10.7068,$$

$$K_2 = 4.1748,$$

$$K_3 = 0.5411,$$

$$K_4 = 3.0442 \text{ y}$$

$$K_5 = 0.3270; \text{ y}$$

$\ddot{\theta}$, $\dot{\theta}\dot{\theta}$, $\dot{\theta}^2$, y τ son vectores definidos como

$$\ddot{\theta} = \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_3 \end{bmatrix},$$

$$\dot{\theta}\dot{\theta} = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 \\ \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 \end{bmatrix},$$

$$\dot{\theta}^2 = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1^2 \\ \dot{\theta}_2^2 \\ \dot{\theta}_3^2 \end{bmatrix}$$

y

$$\boldsymbol{\tau} = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix}$$

TABLA 4-1
Datos antropométricos del cuerpo humano

Segmento	Masa del segmento/masa corporal	Longitud del segmento/Altura total	Centro de masa proximal/longitud del segmento	Radio de giro proximal/longitud del segmento
Muslo	0.1000	0.245	0.433	0.540
Pierna	0.0465	0.246	0.433	0.528
Pie	0.0145	0.152	0.500	0.690
Extremidad superior	0.0500	0.493	0.530	0.645
Cabeza y cuello	0.0810	0.130	1.000	0.116
Torso	0.4970	0.340	0.500	-

En la sección 3-B se mostraron curvas de desplazamiento angular, momentos y potencia generada en la cadera, rodilla y tobillo [40], las cuales corresponden con curvas obtenidas en [13], [47], [50], [52], [55], [59], [72]. Las curvas de ángulos de las articulaciones a lo largo del ciclo de marcha se digitalizaron con WebPlotDigitizer [69] y los datos generados se procesaron con MATLAB para generar las gráficas mostradas en la Fig. 4-2. Cabe mencionar que fue necesario trasladar verticalmente $+90^\circ$ la gráfica de desplazamiento angular del tobillo, puesto que en [40], a pesar de señalar que se mide desde la línea de la pierna, se reportan datos medidos a partir de la posición neutra del pie. En la Fig. 4-2 se muestran las trayectorias angulares de la cadera, rodilla y tobillo en función del porcentaje del ciclo de marcha, pero para calcular la velocidad y aceleración angular de las articulaciones es necesario expresar las trayectorias angulares en función del tiempo del ciclo de marcha. Para calcular el periodo del ciclo de marcha primero se calculó la longitud de paso, L_{paso} .

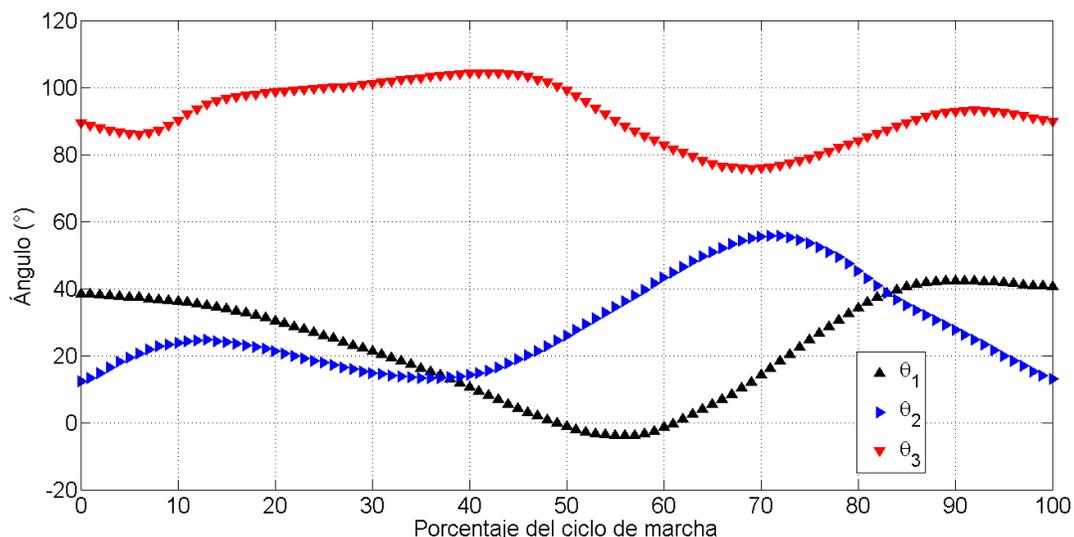


Fig. 4-2 Trayectorias angulares de la cadera, rodilla y tobillo, en el plano sagital, durante el ciclo de marcha de una persona sana. Obtenidos de [40] mediante digitalización.

En la Fig. 4-3 se muestra el MI en una posición arbitraria. De acuerdo a la figura, la proyección horizontal del MI, MI_H , se calcula como

$$MI_H = L_1 s_1 - (L_2 + L'_3) s_{2-1},$$

en donde $L'_3 = 0.039H$ es la distancia desde el tobillo a la planta del pie, y, por simplicidad, se consideró paralela al eje longitudinal de la pierna, [40].

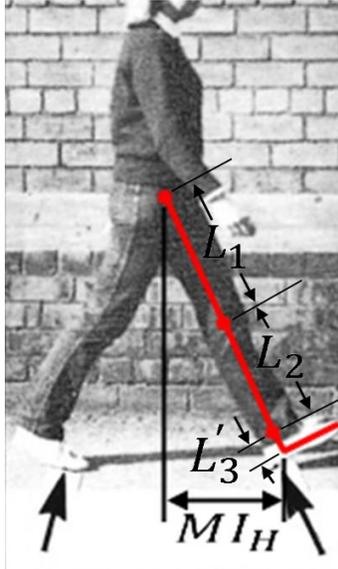


Fig. 4-3 Representación gráfica de la proyección horizontal del miembro inferior [40].

Para calcular L_{paso} primero se calculó MI_H en el contacto inicial y el valor mínimo de MI_H , MI_{Hmin} , el cual sucede en el 60% del ciclo de marcha, de acuerdo a los datos extraídos de [40]. Entonces, si L_{paso} se mide como la distancia de talón a talón, del mismo MI, desde el 0%, momento en que el pie impacta con el suelo, hasta el 60% del ciclo de marcha, instantes antes del despegue total de pie, está dado por

$$L_{paso} = 0.4835H$$

Adicionalmente, de acuerdo a [40], una velocidad de 1.34 m/s se considera común para la marcha de una persona sana. Con este dato es posible calcular el tiempo que dura un ciclo de marcha como

$$t_{marcha} = \frac{2L_{paso}}{v_{marcha}} = \frac{(2)(0.4835H)}{1.34} = 0.7216H,$$

y al considerar una altura de 1.7 metros $t_{marcha} = 1.2268$ s. Los datos calculados analíticamente, L_{paso} y t_{marcha} , concuerdan con los resultados de las mediciones reportados en [73], [74]. Con esto fue posible graficar los ángulos de las articulaciones en función del tiempo, obtener curvas de ajuste que aproximen el desplazamiento angular en función del

tiempo y derivar dos veces tales curvas para obtener la velocidad y aceleración angular. Las curvas de desplazamiento en función del tiempo para las tres articulaciones, obtenidas con la herramienta “ajuste básico” de MATLAB, se muestran en la Fig. 4-4. Las ecuaciones que describen las curvas de la figura son

$$\begin{aligned}\theta_1 &= -14337.02t^9 + 79950.34t^8 - 182147.70t^7 + 218377.91t^6 - 148635.44t^5 + \\ &\quad 58245.23t^4 - 12645.27t^3 + 1250.32t^2 - 60.45t + 38.70, \\ \theta_2 &= -13202.83t^9 + 65539.32t^8 - 134781.48t^7 + 151070.73t^6 - 102327.50t^5 + \\ &\quad 42573.94t^4 - 9461.76t^3 + 501.82t^2 + 118.81t + 11.96\end{aligned}\quad (4-4)$$

y

$$\begin{aligned}\theta_3 &= -49242.09t^{10} + 288330.96t^9 - 696729.68t^8 + 889723.21t^7 - 633476.77t^6 + \\ &\quad 235782.22t^5 - 29126.87t^4 - 7919.11t^3 + 2869.73t^2 - 215.96t + 90.62,\end{aligned}$$

en donde t representa el tiempo en segundos.

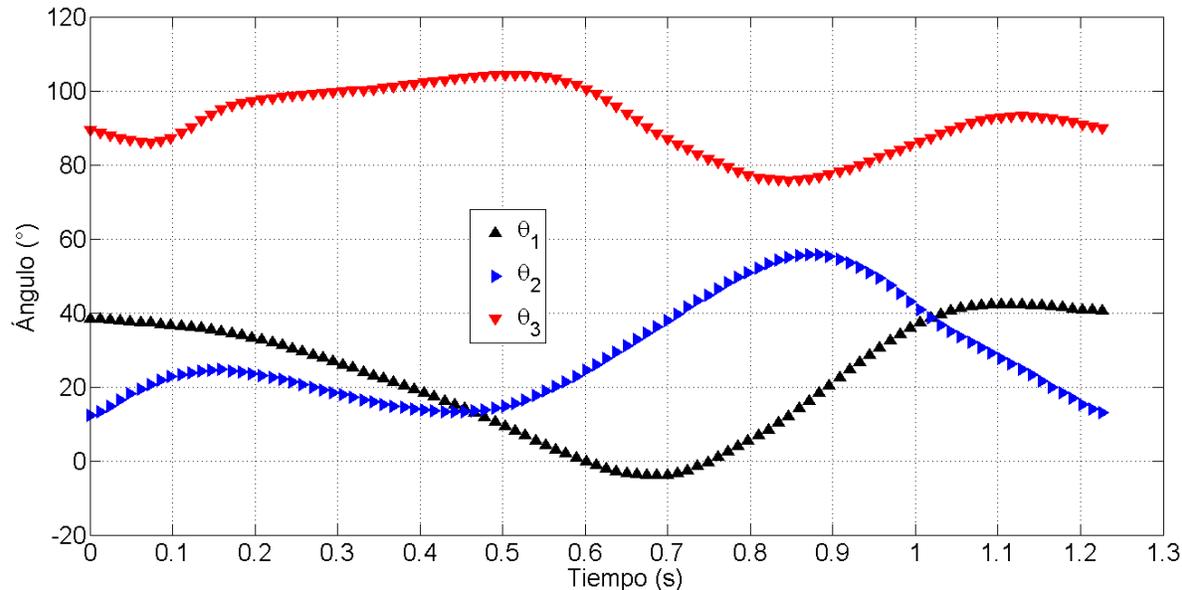


Fig. 4-4 Curvas de ajuste de las trayectorias angulares, en función del tiempo, durante el ciclo de marcha de una persona sana con medidas antropométricas estándar a una velocidad de 1.34 m/s para cadera, rodilla y tobillo.

Al emplear (4-4) en el modelo (4-3) y analizar los momentos generados por cada una de las matrices en la cadera, se notó que los efectos de Coriolis, centrífugo, y de gravedad, $\mathbf{B}(\boldsymbol{\theta})\dot{\boldsymbol{\theta}}\dot{\boldsymbol{\theta}}$, $\mathbf{C}(\boldsymbol{\theta})\dot{\boldsymbol{\theta}}^2$, y $\mathbf{G}(\boldsymbol{\theta})$, respectivamente, son despreciables en comparación con los efectos inerciales, $\mathbf{M}(\boldsymbol{\theta})\ddot{\boldsymbol{\theta}}$. En la Fig. 4-5 se aprecia el comportamiento de cada uno de los cuatro efectos mencionados. Se puede observar que el momento desarrollado por efecto de gravedad tiene una magnitud que podría ser significativa del 75% al 100%. Sin embargo, si se toma en cuenta, el momento resultante sería menor al desarrollado solamente por efecto de inercia. Por lo que, despreciar los efectos de Coriolis, centrífugo, y de gravedad, no sólo es cualitativamente válido, sino que deriva en un cálculo conservador. Dado que, en este

punto, la obtención de los momentos desarrollados en las articulaciones es para establecer los requisitos de diseño del sistema mecánico, se optó por despreciar los tres efectos mencionados. Posteriormente, en la Fig. 4-6, se compara el momento generado por efecto de inercia contra el momento total. Se observa que es posible simplificar el modelo (4-3) como

$$MH^2M(\theta)\ddot{\theta} \times 10^{-3} = \tau \quad (4-5)$$

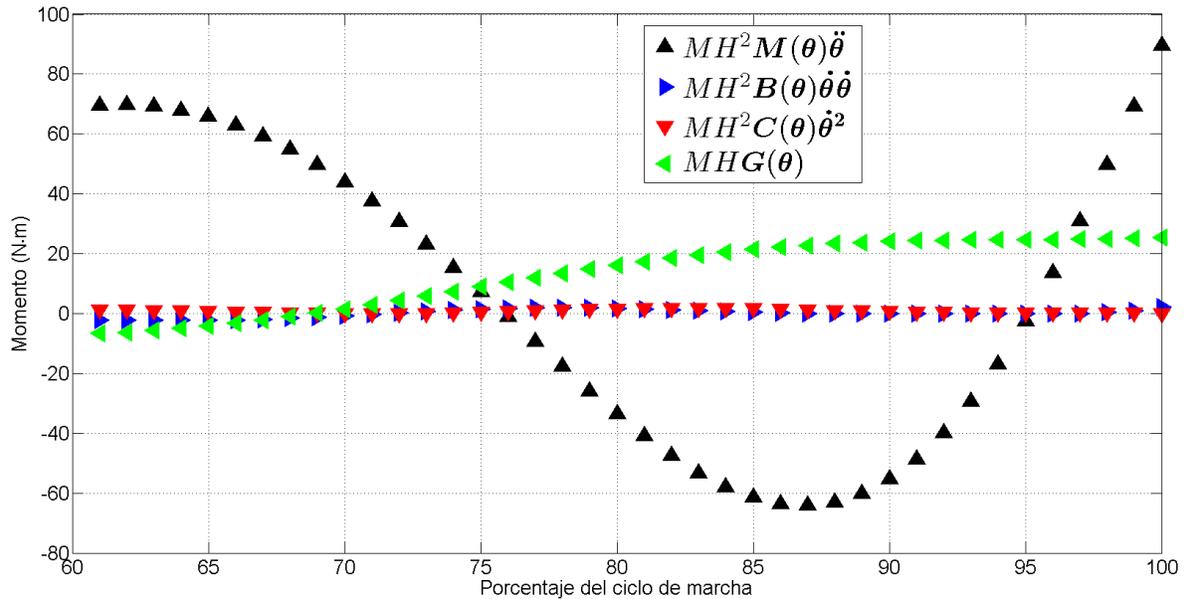


Fig. 4-5 Comportamiento de los momentos $MH^2M(\theta)\ddot{\theta}$, $MH^2B(\theta)\dot{\theta} \cdot \dot{\theta}$, $MH^2C(\theta)\dot{\theta}^2$ y $MHG(\theta)$ en la cadera, durante la fase de oscilación del ciclo de marcha de una persona sana con medidas antropométricas estándar a una velocidad de 1.34 m/s.

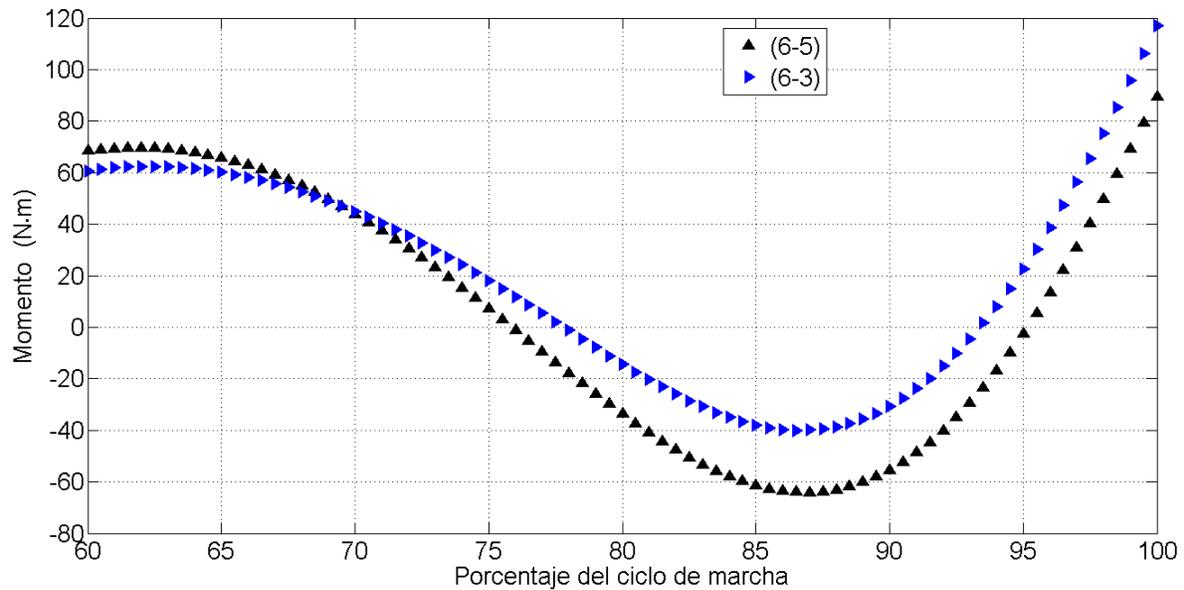


Fig. 4-6 Comportamiento del momento total comparado contra el momento generado por efecto de inercia en la cadera, durante la fase de oscilación del ciclo de marcha de una persona sana con medidas antropométricas estándar a una velocidad de 1.34 m/s.

Adicionalmente, se obtuvo el factor de correlación de Pearson, R , entre los momentos calculados con (4-3) y los obtenidos mediante (4-5). R se define como [75], [76]

$$R(A, B) = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \left(\frac{A_i - \mu_A}{\sigma_A} \right) \left(\frac{B_i - \mu_B}{\sigma_B} \right), \quad (4-6)$$

en donde

A y B son los conjuntos de datos para los cuales se calcula R ;

N es el número de elementos en A , B ;

i se emplea para representar al i -ésimo elemento de cada conjunto;

$\mu_k = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N A_i$ representa la media del k -ésimo conjunto, con $k = A, B$; y

$\sigma_k = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N |A_i - \mu_k|^2}$ representa la desviación estándar del k -ésimo conjunto.

Si en (4-6) se sustituye A por el momento total en la cadera, y B por el momento generado por efecto de inercia en la misma, se obtiene $R_{cadera} = 0.9767$. Análogamente, $R_{rodilla} = 0.9707$ y $R_{tobillo} = 0.9812$. Por lo tanto, resultó cualitativamente aceptable la suposición anterior que establece que (4-3) se puede aproximar mediante (4-5).

Para validar (4-5) se modeló el MI en ADAMS y se ejecutó una co-simulación con Simulink para posteriormente comparar los resultados con los de (4-5), Fig. 4-7. Se aprecia, gráficamente, que el modelo desarrollado es válido para calcular los momentos generados durante la fase de oscilación del ciclo de marcha en la cadera. De forma análoga se validó el modelo (4-5) para calcular los momentos en la rodilla y tobillo. La Fig. 4-8 muestra el comportamiento de los momentos generados en cada una de las articulaciones y compara los resultados obtenidos mediante simulación contra los esperados según (4-5).

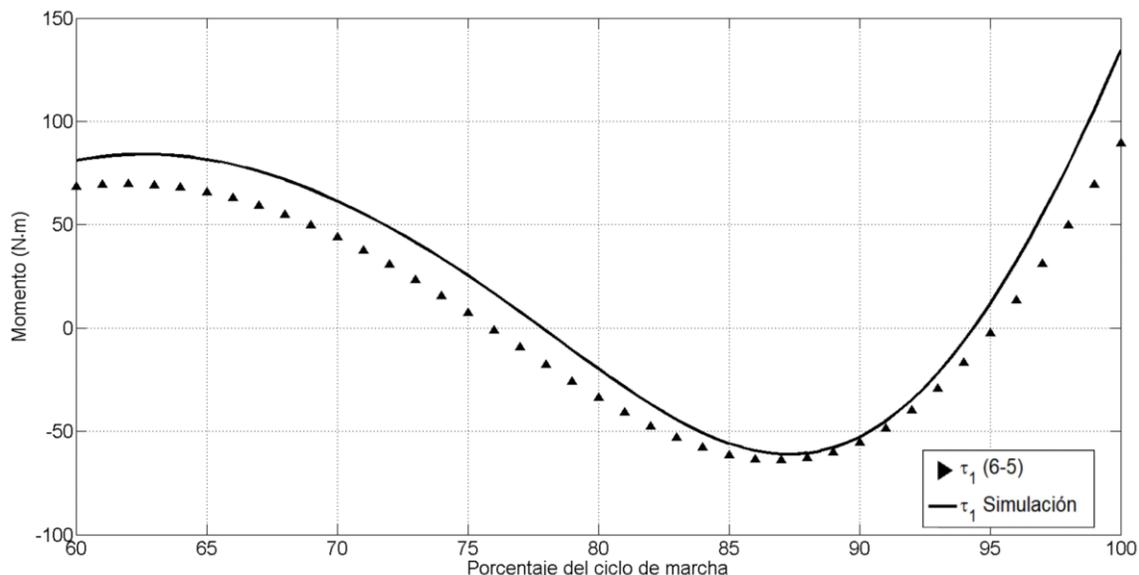


Fig. 4-7 Comparación de los resultados del momento desarrollado en la cadera durante la fase de oscilación del ciclo de marcha de una persona sana con medidas antropométricas estándar a una velocidad de 1.34 m/s obtenidos con el modelo (4-5) y con ADAMS/Simulink.

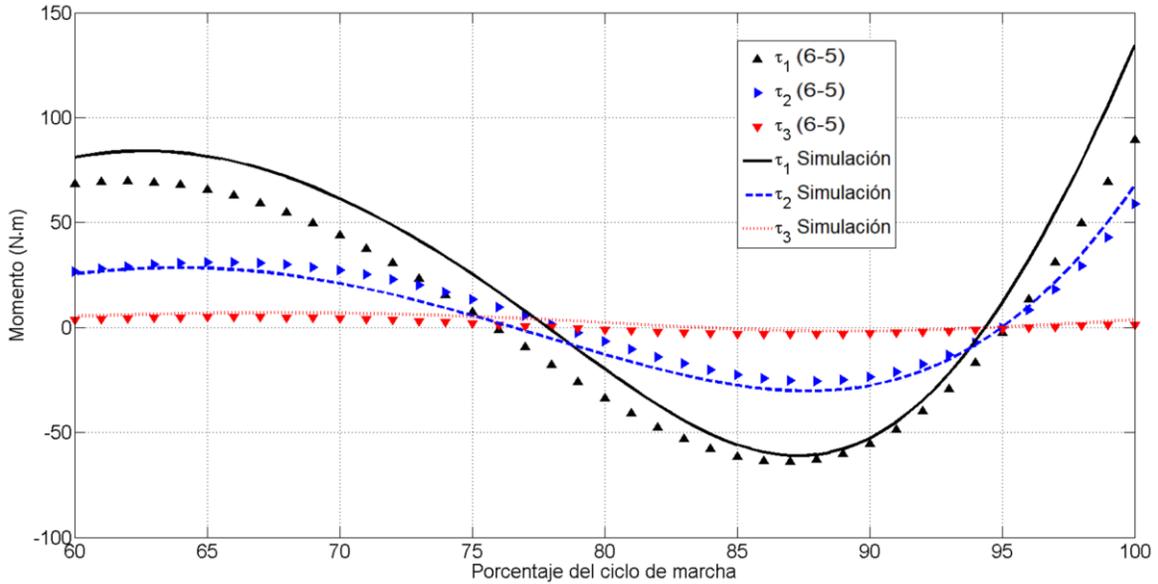


Fig. 4-8 Comportamiento de los momentos en la cadera, rodilla y tobillo durante la fase de oscilación del ciclo de marcha de una persona sana con medidas antropométricas estándar a una velocidad de 1.34 m/s. Se muestra una comparación entre los valores esperados, de acuerdo al modelo (4-5), y los obtenidos mediante co-simulación ADAMS/Simulink.

El comportamiento de las velocidades angulares de cada articulación se muestra en la Fig. 4-9. En la figura se comparan los resultados obtenidos mediante co-simulación y los obtenidos por derivación de (4-4).

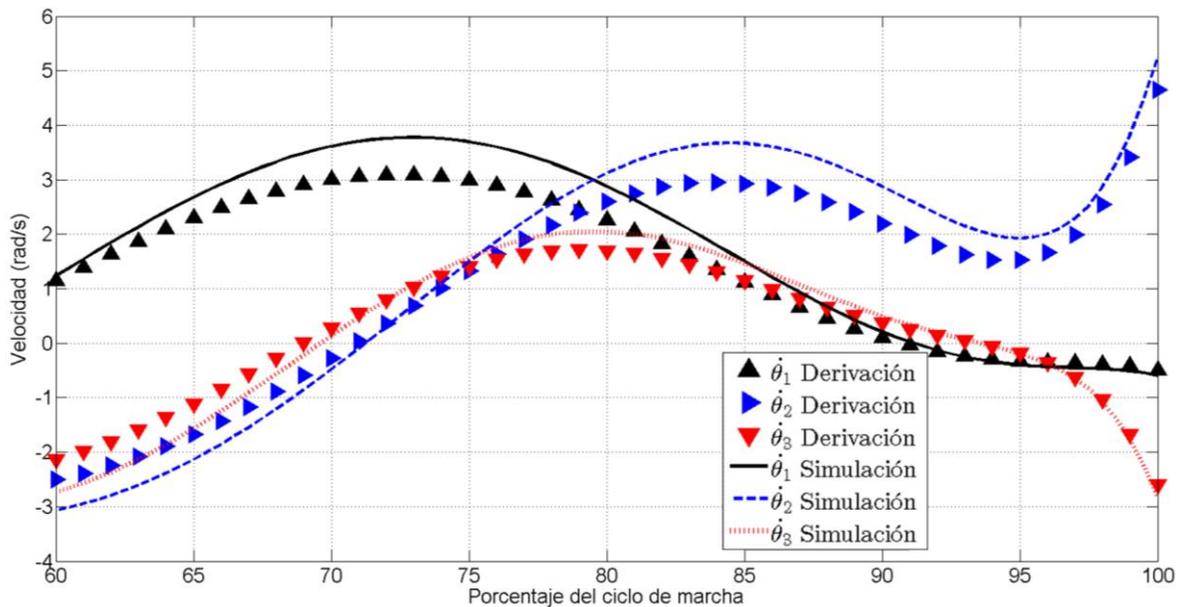


Fig. 4-9 Velocidad angular de cadera, rodilla y tobillo durante la fase de oscilación del ciclo de marcha de una persona sana con medidas antropométricas estándar a una velocidad de 1.34 m/s. Se muestra una comparación entre los valores esperados, de acuerdo a (4-4), y los obtenidos mediante co-simulación ADAMS/Simulink.

Adicionalmente, en la Fig. 4-10 se muestra la potencia desarrollada, calculada mediante

$$W_i = \tau_i \omega_i,$$

en donde

τ_i es el momento desarrollado en la i -ésima articulación. Para la Fig. 4-10 se tomaron los calculados con el modelo (4-5); y

ω_i es la velocidad angular de la i -ésima articulación. Para la Fig. 4-10 se tomaron las calculadas mediante derivación de (4-4).

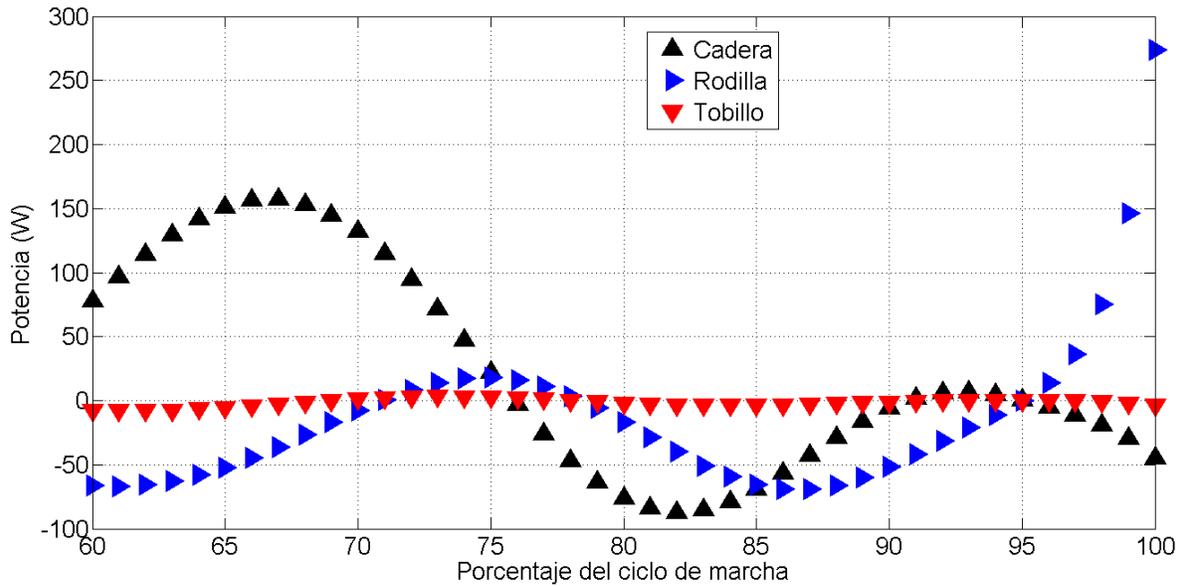


Fig. 4-10 Potencia desarrollada en la cadera, rodilla y tobillo durante la fase de oscilación del ciclo de marcha de una persona sana con medidas antropométricas estándar a una velocidad de 1.34 m/s.

El modelo (4-5) es una aproximación de los momentos que se requieren en cada una de las articulaciones de interés durante la fase de oscilación. Para modelar los momentos en estas articulaciones durante la fase de apoyo es necesario tomar en cuenta la masa de la parte superior del cuerpo, m_{UB} : torso, cuello, cabeza y extremidades superiores. Si se desprecia el movimiento de m_{UB} en el eje que interseca el plano transversal con el frontal, mas no en el eje que interseca el plano transversal y el sagital, ni en el eje que interseca el plano sagital con el frontal, de acuerdo a la Fig. 4-11, los cg del pie, la pierna, el muslo y m_{UB} se encuentran a una distancia vertical y horizontal, medidas desde la punta del pie, dadas por

$$CG'_{3-x} = \bar{L}'_3 \cos q_1,$$

$$CG'_{3-y} = \bar{L}'_3 \sen q_1,$$

$$CG'_{2-x} = \bar{L}'_2 \cos q_2 + L_3 \cos q_1,$$

$$CG'_{2-y} = \bar{L}'_2 \sen q_2 + L_3 \sen q_1,$$

$$CG'_{1-x} = \bar{L}'_1 \cos q_3 + L_2 \cos q_2 + L_3 \cos q_1,$$

$$CG'_{1-y} = \bar{L}'_1 \text{sen } q_3 + L_2 \text{sen } q_2 + L_3 \text{sen } q_1,$$

$$CG'_{UB-x} = L_1 \cos q_3 + L_2 \cos q_2 + L_3 \cos q_1 + H_{UB} \cos q_4$$

y

$$CG'_{UB-y} = L_1 \text{sen } q_3 + L_2 \text{sen } q_2 + L_3 \text{sen } q_1 + H_{UB} \text{sen } q_4,$$

en donde

$$q_1 = \frac{\pi}{2} + \theta_3 - \theta_2 + \theta_1;$$

$$q_2 = \frac{\pi}{2} - (\theta_2 - \theta_1);$$

$$q_3 = \frac{\pi}{2} + \theta_1;$$

q_4 es el ángulo al cual se encuentra el centro de masa de la parte superior del cuerpo;

CG'_i representa el cg del i -ésimo segmento, medido desde la articulación distal (falanges del pie, tobillo, rodilla y cadera para el pie, pierna, muslo y parte superior del cuerpo, respectivamente), y los subíndices x y y representan su componente cartesiana;

$\bar{L}'_i = L - \bar{L}_i$ representa la distancia distal al cg del i -ésimo segmento; y

$H_{UB} = 0.1698H$ [40] representa la distancia desde la cadera hasta el centro de masa de m_{UB} .

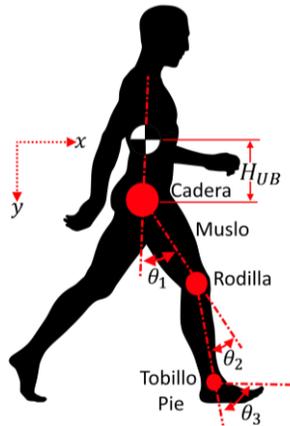


Fig. 4-11 Diagrama esquemático del miembro inferior con la masa de la parte superior del cuerpo, m_{UB} , como una masa concentrada.

Con CG_{UB} definido, la energía cinética está dada por

$$k' = \frac{1}{2} \left\{ \bar{L}'_1{}^2 \dot{q}_3^2 + L_2^2 \dot{q}_2^2 + L_3^2 \dot{q}_1^2 + 2[\bar{L}'_1 L_2 \dot{q}_2 \dot{q}_3 \cos(q_3 - q_2) + \bar{L}'_1 L_3 \dot{q}_1 \dot{q}_3 \cos(q_3 - q_1) + L_2 L_3 \dot{q}_1 \dot{q}_2 \cos(q_2 - q_1)] \right\} m_1 + \left[\bar{L}'_2{}^2 \dot{q}_2^2 + L_3^2 \dot{q}_1^2 + 2\bar{L}'_2 L_3 \dot{q}_1 \dot{q}_2 \cos(q_2 - q_1) \right] m_2 + m_3 \bar{L}'_3{}^2 \dot{q}_1^2 + \{ L_1^2 \dot{q}_3^2 + L_2^2 \dot{q}_2^2 + L_3^2 \dot{q}_1^2 + H_{UB}^2 \dot{q}_4^2 + 2[L_1 L_2 \dot{q}_2 \dot{q}_3 \cos(q_3 - q_2) + L_1 L_3 \dot{q}_1 \dot{q}_3 \cos(q_3 - q_1) + L_1 H_{UB} \cos(q_4 - q_3) \dot{q}_3 \dot{q}_4 + L_2 L_3 \dot{q}_1 \dot{q}_2 \cos(q_2 - q_1) + L_2 H_{UB} \cos(q_4 - q_2) \dot{q}_2 \dot{q}_4 + L_3 H_{UB} \cos(q_4 - q_1) \dot{q}_1 \dot{q}_4] \} m_{UB} + I'_1 \dot{q}_3^2 + I'_2 \dot{q}_2^2 + I'_3 \dot{q}_1^2 + I'_4 \dot{q}_4^2,$$

en donde $I'_i = (r_i^2 + \bar{L}'_i^2) m_i$ representa el momento de inercia del i -ésimo segmento respecto a la articulación distal; y la potencial, con el piso como referencia, por

$$u' = (m_1 CG'_{1-y} + m_2 CG'_{2-y} + m_3 CG'_{3-y} + m_{UB} CG'_{UB-y})g$$

Una vez definidas las energías cinética y potencial, Se puede emplear (4-1) para obtener los momentos en las articulaciones durante la fase de apoyo. El modelo que describe el comportamiento de los momentos generados en la fase de apoyo, despreciando los efectos de Coriolis y centrífugo, y con $q_4 = \pi/2$, es

$$\{HM'(\theta)\ddot{\theta} + G'(\theta)\}MHx10^{-3} = \tau', \quad (4-7)$$

en donde

$$M'(\theta) = \begin{bmatrix} M'_{1,1} & M'_{1,2} & M'_{1,3} \\ M'_{2,1} & M'_{2,2} & M'_{2,3} \\ M'_{3,1} & M'_{3,2} & M'_{3,3} \end{bmatrix}$$

y

$$G'(\theta) = \begin{bmatrix} 0 \\ G'_{2,1} \\ G'_{3,1} \end{bmatrix},$$

Con

$$M'_{1,1} = \left(c_1 + c_{2-1} + \frac{5}{8}c_{3-2+1}\right)K_6,$$

$$M'_{1,2} = -\left(c_{2-1} + \frac{5}{8}c_{3-2+1}\right)K_6,$$

$$M'_{1,3} = \frac{5}{8}K_6c_{3-2+1},$$

$$M'_{2,1} = \left(\frac{11}{8} + c_2 + \frac{3}{5}c_{3-2}\right)K_7,$$

$$M'_{2,2} = -\left(c_2 + \frac{3}{5}c_{3-2}\right)K_7,$$

$$M'_{2,3} = \frac{3}{5}K_7c_{3-2},$$

$$M'_{3,1} = \left(1 + \frac{9}{10}c_2 + \frac{3}{5}c_3\right)K_8,$$

$$M'_{3,2} = -\left(1 + \frac{3}{5}c_3\right)K_8,$$

$$M'_{3,3} = \frac{3}{5}K_8c_3,$$

$$G'_{2,1} = -\frac{246}{5}K_7s_1g \text{ y}$$

$$G'_{3,1} = -23K_8s_{2-1}g,$$

y en éstas

$$K_6 = 20.7057,$$

$$K_7 = 4.2708 \text{ y}$$

$$K_8 = 10.0493$$

Nótese que en (4-7) no se está despreciando el efecto de gravedad. Esto es debido a que al aplicar (4-1), y realizar un análisis de la influencia que tienen los efectos de inercia, de Coriolis, centrífugo y de gravedad sobre el momento total, Fig. 4-12, se aprecia que, al igual que en el modelo (4-5), se pueden despreciar los efectos de Coriolis y centrífugo. No obstante, el efecto de gravedad tiene una influencia importante, por lo cual, en este caso, no resulta conveniente despreciarlo.

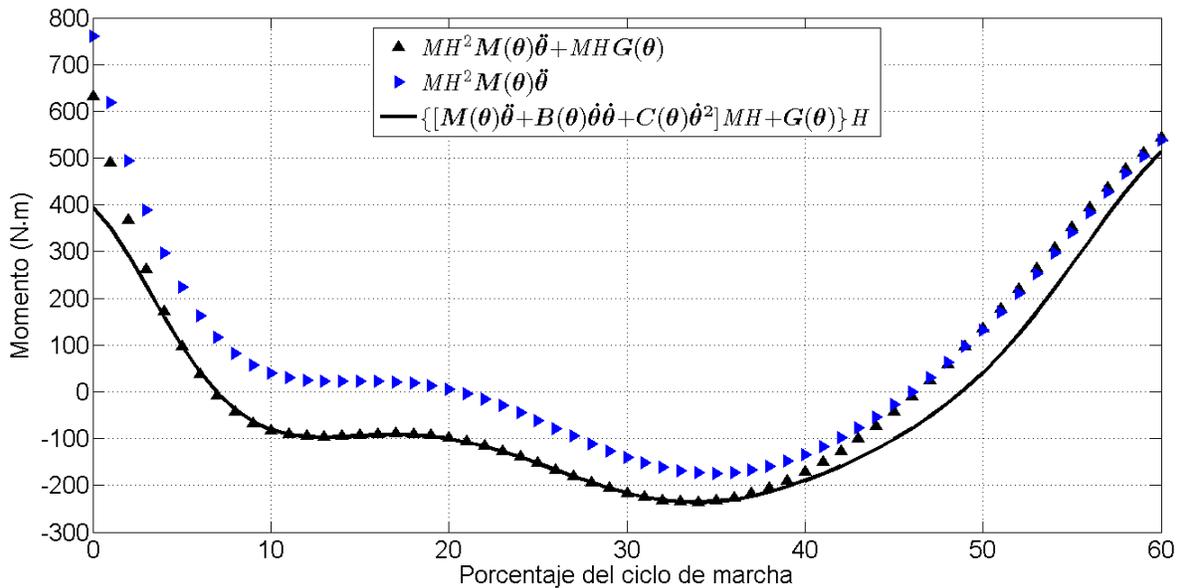


Fig. 4-12 Momentos desarrollados en la rodilla durante la fase de apoyo del ciclo de marcha de una persona sana con medidas antropométricas estándar a una velocidad de 1.34 m/s.

Si al modelo (4-5) se le suma el modelo (4-7), en el intervalo de 0% a 60% del ciclo de marcha, intervalo en el cual se soporta el peso de m_{UB} , W_{UB} , se obtienen los momentos generados durante el ciclo de marcha debido a las masas del MI y m_{UB} . En la Fig. 4-13 se muestran los resultados obtenidos de dicha suma. Cabe mencionar que, por simplicidad, y dado que la masa del MI, m_{MI} , es mucho menor a m_{UB} , en (4-7), no se consideró el peso del MI en oscilación. Se aprecia que existe cierta variación entre el modelo matemático y los resultados reportados por [40]. Algunas de estas diferencias se deben a que no se modelaron las sub-fases con bipedestación, que se presenta al inicio y al final del ciclo de marcha, así como alrededor del 60% del ciclo, además de considerar la parte superior del cuerpo siempre vertical y su centro de gravedad (**cg**) sin excentricidad horizontal. Al modelar las sub-fases con bipedestación como monopedestación, el resultado son momentos más grandes de lo esperado en esas sub-fases, puesto que sería equivalente a que un MI estuviese soportando toda la carga durante todo el ciclo de marcha y, puesto que en las sub-fases con bipedestación MI_H es mayor, los momentos también lo son. No obstante, se observa que las curvas obtenidas con el modelo matemático siguen un comportamiento similar a las esperadas.

Por último, en la Fig. 4-14 se muestran las curvas de potencia desarrolladas durante el ciclo de marcha, considerando la suma de los modelos (4-5) y (4-7).

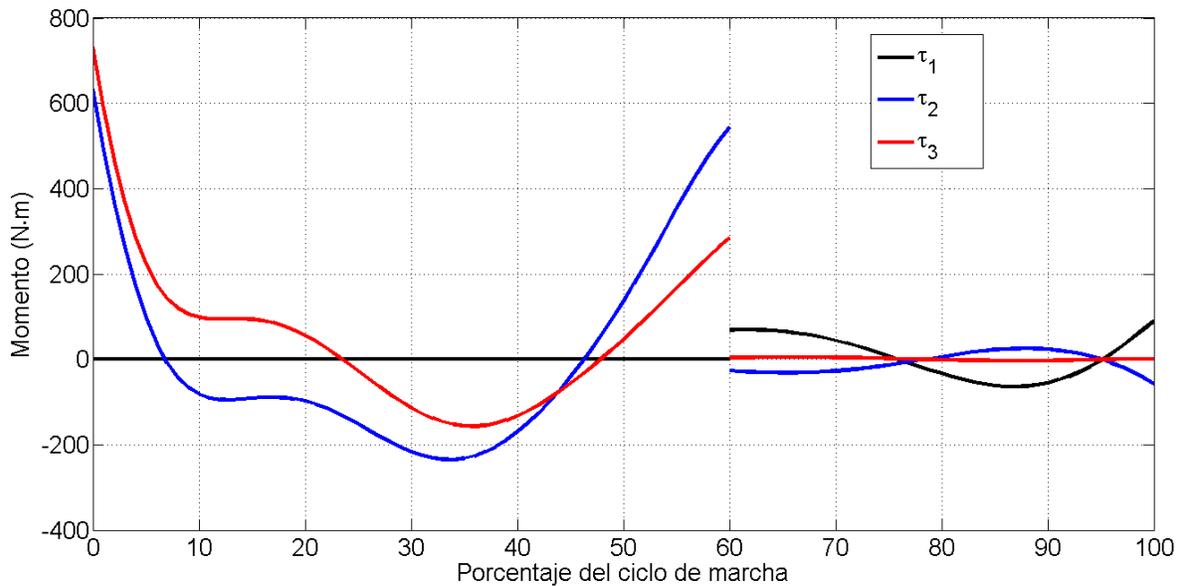


Fig. 4-13 Suma de los modelos (4-5) y (4-7).

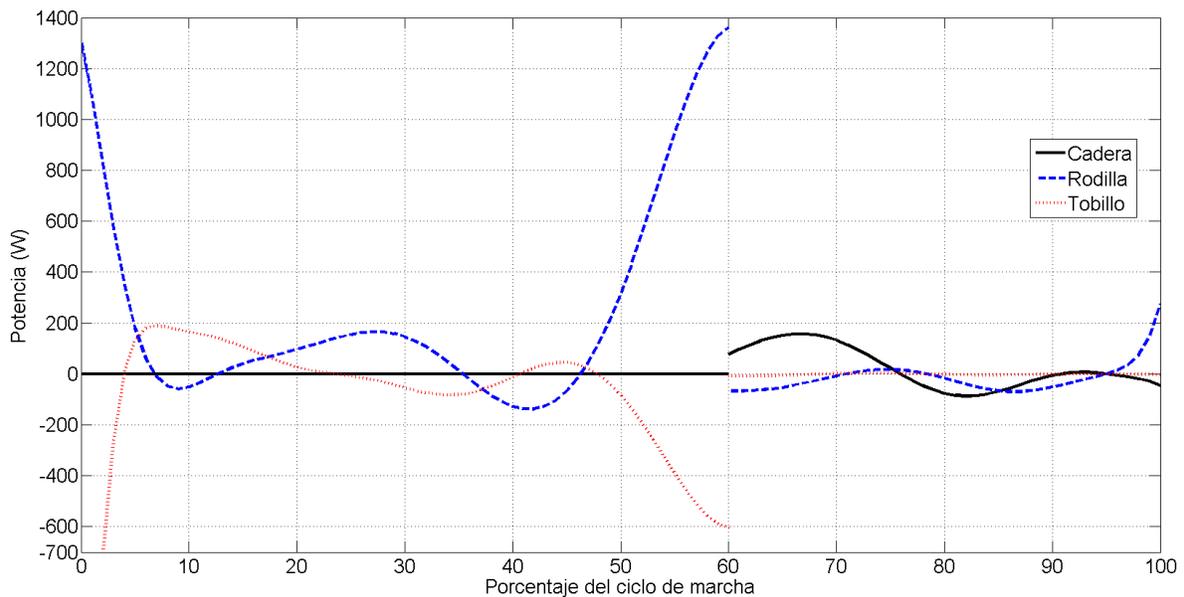


Fig. 4-14 Curvas de potencia desarrolladas en la cadera, rodilla y tobillo durante el ciclo de marcha de una persona sana con medidas antropométricas estándar a una velocidad de 1.34 m/s considerando la suma de los modelos (4-5) y (4-7). Modelado matemático del sistema usuario-exoesqueleto

El modelado del EMI se realizó, al igual que el modelado del MI, en dos partes: una para modelar la fase de apoyo y otra para modelar la fase de balanceo, pero al modelo del EMI se le agregaron unos elementos elásticos (en el Apéndice A se muestra el modelado matemático del sistema de elementos elásticos), además de las masas y dimensiones de los eslabones del EMI.

Durante la fase de oscilación, de acuerdo a la sección 4-A, la energía cinética del MI, k_{MI} , está dada por

$$k_{MI} = \frac{1}{2} \left\{ \left[(\bar{L}_1 c_1 \dot{\theta}_1)^2 + (\bar{L}_1 s_1 \dot{\theta}_1)^2 \right] m_1 + \left[(L_1 c_1 \dot{\theta}_1 - \bar{L}_2 c_{2-1} \dot{\theta}_{2-1})^2 + (L_1 s_1 \dot{\theta}_1 + \bar{L}_2 s_{2-1} \dot{\theta}_{2-1})^2 \right] m_2 + \left[(L_1 c_1 \dot{\theta}_1 - L_2 c_{2-1} \dot{\theta}_{2-1} + \bar{L}_3 c_{3-2+1} \dot{\theta}_{3-2+1})^2 + (L_1 s_1 \dot{\theta}_1 + L_2 s_{2-1} \dot{\theta}_{2-1} + \bar{L}_3 s_{3-2+1} \dot{\theta}_{3-2+1})^2 \right] m_3 + I_1 \dot{\theta}_1^2 + I_2 \dot{\theta}_{1-2}^2 + I_3 \dot{\theta}_{1-2+3}^2 \right\} \quad (4-8)$$

y la energía potencial, u_{MI} , con la cadera como punto de referencia, por

$$u_{MI} = -[m_1 \bar{L}_1 c_1 + (L_1 c_1 + \bar{L}_2 c_{2-1}) m_2 + (L_1 c_1 + L_2 c_{2-1} + \bar{L}_3 c_{3-2+1}) m_3] g \quad (4-9)$$

Las expresiones para describir la energía cinética y potencial del EMI, se obtienen de forma análoga a (4-8) y (4-9), y son

$$k_{EMI} = \frac{1}{2} \left\{ \left[(\bar{L}'_1 c_1 \dot{\theta}_1)^2 + (\bar{L}'_1 s_1 \dot{\theta}_1)^2 \right] m'_1 + \left[(L_1 c_1 \dot{\theta}_1 - \bar{L}'_2 c_{2-1} \dot{\theta}_{2-1})^2 + (L_1 s_1 \dot{\theta}_1 + \bar{L}'_2 s_{2-1} \dot{\theta}_{2-1})^2 \right] m'_2 + \left[(L_1 c_1 \dot{\theta}_1 - L_2 c_{2-1} \dot{\theta}_{2-1} + \bar{L}'_3 c_{3-2+1} \dot{\theta}_{3-2+1})^2 + (L_1 s_1 \dot{\theta}_1 + L_2 s_{2-1} \dot{\theta}_{2-1} + \bar{L}'_3 s_{3-2+1} \dot{\theta}_{3-2+1})^2 \right] m'_3 + I'_1 \dot{\theta}_1^2 + I'_2 \dot{\theta}_{1-2}^2 + I'_3 \dot{\theta}_{1-2+3}^2 \right\} \quad (4-10)$$

y

$$u_{EMI} = -[m'_1 \bar{L}'_1 c_1 + (L_1 c_1 + \bar{L}'_2 c_{2-1}) m'_2 + (L_1 c_1 + L_2 c_{2-1} + \bar{L}'_3 c_{3-2+1}) m'_3] g + \frac{1}{2} k_1 \Delta k_1^2 + \frac{1}{2} k_2 \Delta k_2^2 + \frac{1}{2} k_3 \Delta k_3^2, \quad (4-11)$$

en donde se emplea una prima (') para identificar los parámetros del EMI. Nótese que se ha considerado que la longitud del i -ésimo eslabón del EMI es igual a la del i -ésimo segmento del MI.

Al considerar las ecuaciones (4-8) a la (4-11), se tiene que el lagrangiano es

$$\mathcal{L} = k - u = (k_{MI} + k_{EMI}) - (u_{MI} + u_{EMI}) = (k_{MI} - u_{MI}) + (k_{EMI} - u_{EMI}) = \mathcal{L}_{MI} + \mathcal{L}_{EMI}$$

Por lo que, de acuerdo a (4-1), los momentos desarrollados en las articulaciones de cadera, rodilla y tobillo de una persona, durante el ciclo de marcha, están descritos por

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\theta}_i} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \theta_i} = \left(\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}_{MI}}{\partial \dot{\theta}_i} - \frac{\partial \mathcal{L}_{MI}}{\partial \theta_i} \right) + \left(\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}_{EMI}}{\partial \dot{\theta}_i} - \frac{\partial \mathcal{L}_{EMI}}{\partial \theta_i} \right) = \tau_i + \tau'_i \quad (4-12)$$

En (4-12), del lado izquierdo de la igualdad se aprecia que el primer paréntesis corresponde al MI, mientras que el segundo corresponde al EMI; y, del lado derecho, aparecen dos

momentos: los necesarios para mover el MI, τ_i , y los necesarios para mover el EMI, τ'_i . Por lo tanto, si un usuario no tuviese fuerza en absoluto en el MI afectado, los motores del EMI tendrían que proveer un par $\tau_{motor,max} = \tau_i + \tau'_i$. Por otro lado, si el usuario tuviese cierta fuerza el par que deberían proveer los motores sería $\tau_{motor} < \tau_{motor,max}$.

El modelo que describe la dinámica del EMI, durante la fase de oscilación, se puede obtener de manera análoga a (4-2). Sabiendo que el efecto centrífugo, el de Coriolis y el de gravedad se pueden despreciar, el modelo que describe los momentos desarrollados por los motores del EMI, para copiar la cinemática del MI, es

$$\begin{aligned}
& m_1' \bar{L}'_1{}^2 \ddot{\theta}_1 + \left\{ L_1^2 \ddot{\theta}_1 - \bar{L}'_2{}^2 \ddot{\theta}_{2-1} + [(\ddot{\theta}_1 - \ddot{\theta}_{2-1})c_2 + (-\dot{\theta}_1 + \right. \\
& \left. \dot{\theta}_{2-1})s_2\dot{\theta}_2]L_1\bar{L}'_2 \right\} m'_2 + \left\{ L_1^2 \ddot{\theta}_1 - L_2^2 \ddot{\theta}_{2-1} + \bar{L}'_3{}^2 \ddot{\theta}_{3-2+1} + [(\ddot{\theta}_1 - \ddot{\theta}_{2-1})c_2 + \right. \\
& \left. (-\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_{2-1})s_2\dot{\theta}_2]L_1L_2 + [(\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_{3-2+1})c_{3-2} - (\dot{\theta}_1 + \right. \\
& \left. \dot{\theta}_{3-2+1})s_{3-2}\dot{\theta}_{3-2}]L_1\bar{L}'_3 - [(\ddot{\theta}_{2-1} - \ddot{\theta}_{3-2+1})c_3 - (\dot{\theta}_{2-1} - \right. \\
& \left. \dot{\theta}_{3-2+1})s_3\dot{\theta}_3]L_2\bar{L}'_3 \right\} m'_3 + I'_1\ddot{\theta}_1 - I'_2\ddot{\theta}_{2-1} + I'_3\ddot{\theta}_{3-2+1} + [m'_1\bar{L}'_1s_1 + (L_1s_1 - \\
& \bar{L}'_2s_{2-1})m'_2 + (L_1s_1 - L_2s_{2-1} + \bar{L}'_3s_{3-2+1})m'_3]g + k_1\Delta k_1 \frac{\partial L'_{k_1}}{\partial \theta_1} = \tau'_1, \\
& \left[\bar{L}'_2{}^2 \ddot{\theta}_{2-1} - (c_2\ddot{\theta}_1 - s_2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2)L_1\bar{L}'_2 \right] m'_2 + \left\{ L_2^2 \ddot{\theta}_{2-1} - \bar{L}'_3{}^2 \ddot{\theta}_{3-2+1} - (c_2\ddot{\theta}_1 - \right. \\
& \left. s_2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2)L_1L_2 - (c_{3-2}\ddot{\theta}_1 - s_{3-2}\dot{\theta}_1\dot{\theta}_{3-2})L_1\bar{L}'_3 - [(-\ddot{\theta}_{2-1} + \ddot{\theta}_{3-2+1})c_3 - \right. \\
& \left. (-\dot{\theta}_{2-1} + \dot{\theta}_{3-2+1})s_3\dot{\theta}_3]L_2\bar{L}'_3 \right\} m'_3 + I'_2\ddot{\theta}_{2-1} - I'_3\ddot{\theta}_{3-2+1} - [m'_2L_1\bar{L}'_2s_2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_{2-1} + \\
& (L_1L_2s_2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_{2-1} + L_1\bar{L}'_3s_{3-2}\dot{\theta}_1\dot{\theta}_{3-2+1})m'_3] + [m'_2\bar{L}'_2s_{2-1} + (L_2s_{2-1} - \\
& \bar{L}'_3s_{3-2+1})m'_3]g + k_2\Delta k_2 \frac{\partial L'_{k_2}}{\partial \theta_2} = \tau'_2
\end{aligned} \tag{4-13}$$

y

$$\begin{aligned}
& \left[\bar{L}'_3{}^2 \ddot{\theta}_{3-2+1} + (c_{3-2}\ddot{\theta}_1 - s_{3-2}\dot{\theta}_1\dot{\theta}_{3-2})L_1\bar{L}'_3 - (c_3\ddot{\theta}_{2-1} - s_3\dot{\theta}_3\dot{\theta}_{2-1})L_2\bar{L}'_3 \right] m'_3 + \\
& I'_3\ddot{\theta}_{3-2+1} + (L_1\bar{L}'_3s_{3-2}\dot{\theta}_1\dot{\theta}_{3-2+1} - L_2\bar{L}'_3s_3\dot{\theta}_{2-1}\dot{\theta}_{3-2+1})m'_3 + m'_3g\bar{L}'_3s_{3-2+1} + \\
& k_3\Delta k_3 \frac{\partial L'_{k_3}}{\partial \theta_3} = \tau'_3
\end{aligned}$$

En (4-13), L'_{k_i} está dada por

$$\begin{aligned}
L'_{k_1} &= 1.9607\theta_1 + 21.976, \\
L'_{k_2} &= -2.5218\theta_2^2 - 2.0337\theta_2 + 22.261 \text{ y} \\
L'_{k_3} &= -2.4465\theta_3^2 - 5.2667\theta_3 + 38.889,
\end{aligned} \tag{4-14}$$

en donde θ_i está en radianes.

Se obtuvo (4-14), toda vez que las funciones originales que describen a L'_{k_i} en términos de θ_i son trigonométricas, y durante el cálculo de Δk_i se observó que existen relaciones polinómicas, más sencillas que las trigonométricas, de la forma $L'_{k_i} = L'_{k_i}(\theta_i)$ y esto facilita el cálculo de $\frac{\partial L'_{k_i}}{\partial \theta_i}$.

(4-13) se puede reescribir como

$$\mathbf{M}_{EMI}(\boldsymbol{\theta})\ddot{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{k}\Delta\mathbf{k}\frac{\partial L'_k}{\partial \boldsymbol{\theta}} = \boldsymbol{\tau}', \quad (4-15)$$

en donde

$$\mathbf{M}_{EMI}(\boldsymbol{\theta}) = \begin{bmatrix} K'_1 + K'_2c_2 + K'_3c_{3-2} + K'_4c_3 & -\frac{1}{2}[2K'_5 + K'_2c_2 + K'_3c_{3-2} + 2K'_4c_3] & \frac{1}{2}[2K'_6 + K'_3c_{3-2} + K'_4c_3] \\ -\frac{1}{2}[2K'_5 + K'_2c_2 + K'_3c_{3-2} + 2K'_4c_3] & K'_5 + K'_4c_3 & -\frac{1}{2}(2K'_6 + K'_4c_3) \\ \frac{1}{2}[2K'_6 + K'_3c_{3-2} + K'_4c_3] & -\frac{1}{2}(2K'_6 + K'_4c_3) & K'_6 \end{bmatrix},$$

y en ésta

$$K'_1 = m'_1\bar{L}'_1{}^2 + (L_1^2 + \bar{L}'_2{}^2)m'_2 + (L_1^2 + L_2^2 + \bar{L}'_3{}^2)m'_3 + I'_1 + I'_2 + I'_3,$$

$$K'_2 = 2(m'_2\bar{L}'_2 + m'_3L_2)L_1,$$

$$K'_3 = 2m'_3L_1\bar{L}'_3,$$

$$K'_4 = 2m'_3L_2\bar{L}'_3,$$

$$K'_5 = -[m'_2\bar{L}'_2{}^2 + (L_2^2 + \bar{L}'_3{}^2)m'_3 + I'_2 + I'_3] \text{ y}$$

$$K'_6 = \bar{L}'_3{}^2m'_3 + I'_3;$$

$$\mathbf{k} = \begin{bmatrix} 36.6880 & 0 & 0 \\ 0 & 34.2244 & 0 \\ 0 & 0 & 9.3563 \end{bmatrix} \text{ N/mm},$$

$$\Delta\mathbf{k} = \begin{bmatrix} L'_{k_1} - L_{k_1}|_{90\%} & 0 & 0 \\ 0 & L'_{k_2} - L_{k_2}|_{0\%} & 0 \\ 0 & 0 & L'_{k_3} - L_{k_3}|_{69\%} \end{bmatrix},$$

$$\frac{\partial L'_k}{\partial \boldsymbol{\theta}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial L'_{k_1}}{\partial \theta_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial L'_{k_2}}{\partial \theta_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial L'_{k_3}}{\partial \theta_3} \end{bmatrix}$$

y

$$\boldsymbol{\tau}' = \begin{bmatrix} \tau'_1 \\ \tau'_2 \\ \tau'_3 \end{bmatrix}$$

En la sección 4-A se modeló al MI durante el ciclo de marcha en dos partes: como un péndulo triple durante la fase de balanceo, y como un péndulo triple invertido durante la fase de apoyo. El modelo que describe la dinámica del conjunto EMI/MI durante la fase de balanceo está descrito por

$$\mathbf{M}_R(\boldsymbol{\theta})\ddot{\boldsymbol{\theta}} + k\Delta\mathbf{k} \frac{\partial L'_k}{\partial \boldsymbol{\theta}} = \boldsymbol{\tau}_R, \quad (4-16)$$

en donde

$\mathbf{M}_R(\boldsymbol{\theta}) = H^2\mathbf{M}\mathbf{M}(\boldsymbol{\theta}) \times 10^{-3} + \mathbf{M}_{EMI}(\boldsymbol{\theta})$ es la matriz de masa resultante de la suma de la matriz de masa del MI, dada por (4-3), y la matriz de masa del EMI, dada por (4-15); y

$\boldsymbol{\tau}_R = \boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{\tau}'$ es el momento resultante de la suma del momento necesario para mover el MI del usuario, $\boldsymbol{\tau}$, y el momento necesario para mover el EMI, $\boldsymbol{\tau}'$.

En la Fig. 4-15 se muestra el comportamiento de $\boldsymbol{\tau}_R$ durante la fase de oscilación. Se muestra la comparación de los valores obtenidos mediante simulación de (4-16) con los valores obtenidos mediante co-simulación ADAMS-Simulink. Era de esperar que $\boldsymbol{\tau}_R$ fuese mayor a $\boldsymbol{\tau}$ debido al peso de la estructura del EMI. Adicionalmente, en la Fig. 4-16 se muestran, por un lado, los momentos necesarios para mover el MI y la estructura del EMI, $\boldsymbol{\tau}_{EMIMI}$, y, por otro lado, se muestran los momentos generados por la deformación de los resortes, $\boldsymbol{\tau}_k$.

(4-16) describe al sistema durante la fase de oscilación. El modelo que describe al sistema durante la fase de apoyo se obtiene análogamente a (4-7). Sin embargo, al igual que en (4-16), hay que agregar el momento generado por los elementos elásticos, cuya deformación en esta fase también está dada por (4-14). Entonces, el modelo que describe la dinámica del conjunto EMI/MI durante la fase de apoyo es

$$\mathbf{M}'_R(\boldsymbol{\theta})\ddot{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{G}'_R(\boldsymbol{\theta}) + k\Delta\mathbf{k} \frac{\partial L'_k}{\partial \boldsymbol{\theta}} = \boldsymbol{\tau}'_R, \quad (4-17)$$

en donde

$\mathbf{M}'_R(\boldsymbol{\theta})$ es la matriz de masa resultante durante la fase de apoyo de la suma de la matriz de masa del MI, dada por (4-7), y la del EMI;

$\mathbf{G}'_R(\boldsymbol{\theta})$ es la matriz de gravedad resultante durante la fase de apoyo de la suma de la matriz de gravedad del MI, dada por (4-7), y la del EMI; y

$\boldsymbol{\tau}'_R$ es el momento resultante durante la fase de apoyo de la suma del momento necesario para mover el MI del usuario, dado por (4-7), y el momento necesario para mover el EMI.

En la Fig. 4-17 se muestra el comportamiento de (4-17). En la gráfica se muestran los momentos generados por el usuario y los generados por el EMI por separado. De estos resultados se aprecia que, dado que la masa total del EMI es mucho menor a M , sería posible

despreciar el momento requerido para mover el EMI. En otras palabras, los motores del sistema se emplearían principalmente para mover al usuario y no a la estructura misma, lo cual es deseable.

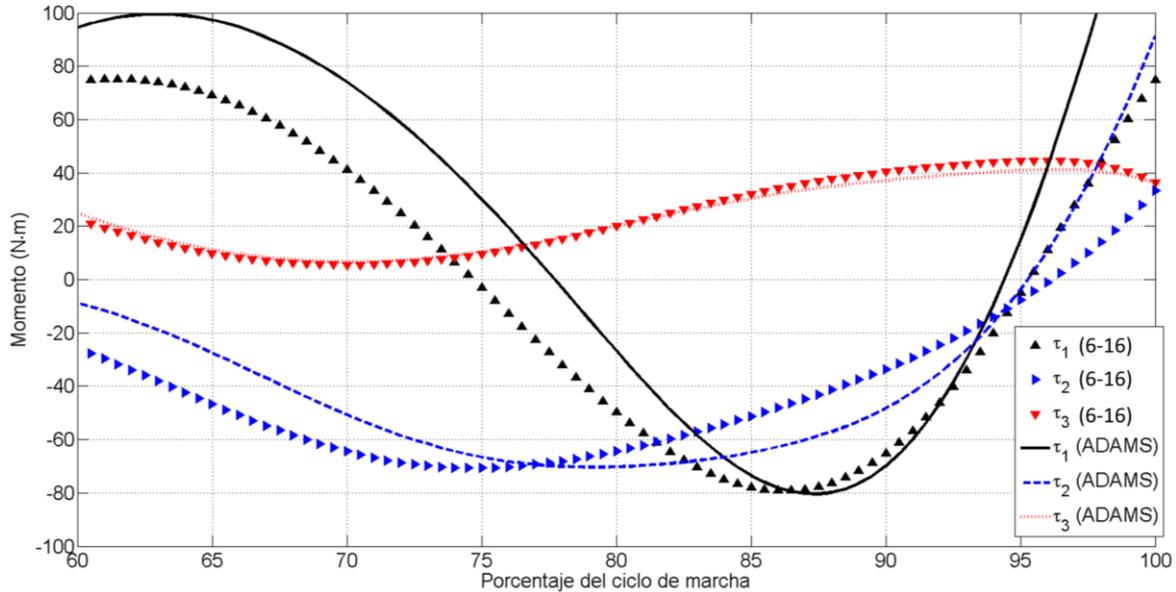


Fig. 4-15 Comportamientos de los momentos desarrollados en las articulaciones del sistema EMI/MI con resortes durante la fase de oscilación del ciclo de marcha de una persona con medidas antropométricas estándar a una velocidad de 1.34 m/s.

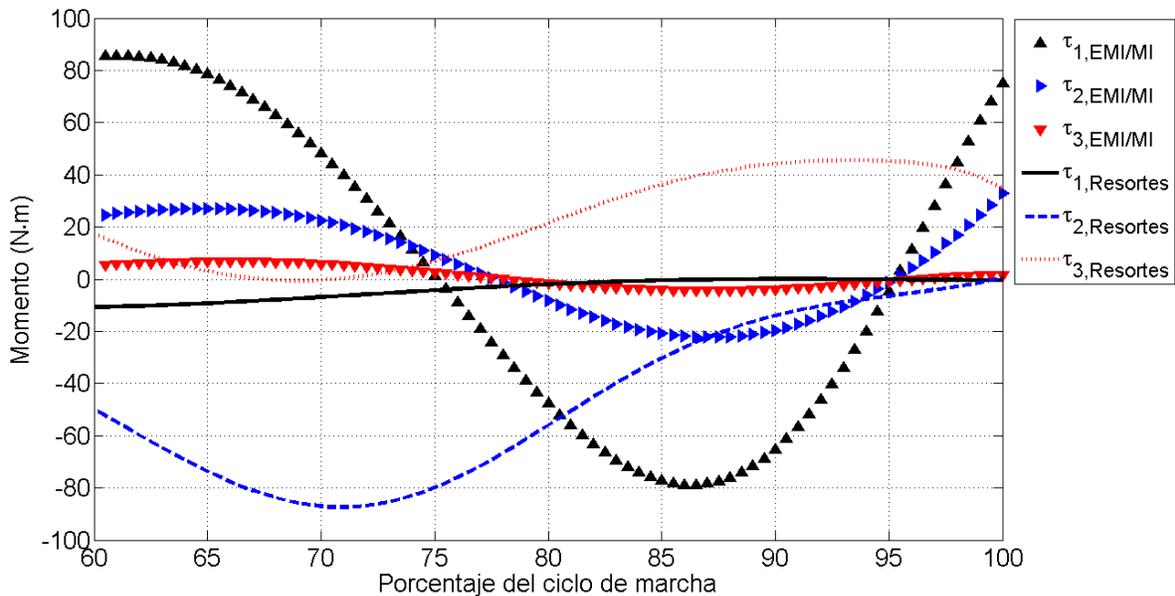


Fig. 4-16 Comparación entre los momentos desarrollados en las articulaciones del sistema EMI/MI necesarios para mover el MI y el EMI, y los necesarios para deformar los resortes durante la fase de oscilación del ciclo de marcha de una persona con medidas antropométricas estándar a una velocidad de 1.34 m/s.

Por otro lado, en la Fig. 4-17 se muestran los momentos provocados por el usuario y por los resortes por separado. Se observa que los elementos elásticos de la cadera y la rodilla

ofrecerían poco momento para soportar la carga durante la fase de apoyo. Además, el elemento de la rodilla generaría una demanda mayor de momento durante la fase de oscilación, dado que durante esta fase se comprime y, al no estar soportando a W_{UB} , sería el motor el que tendría que hacer el trabajo para comprimirlo. Por otro lado, se aprecia que el resorte del tobillo podría generar un par de $\sim 85 \text{ N} \cdot \text{m}$ durante la fase de apoyo, lo cual disminuiría considerablemente la demanda de momento en el tobillo durante tal fase.

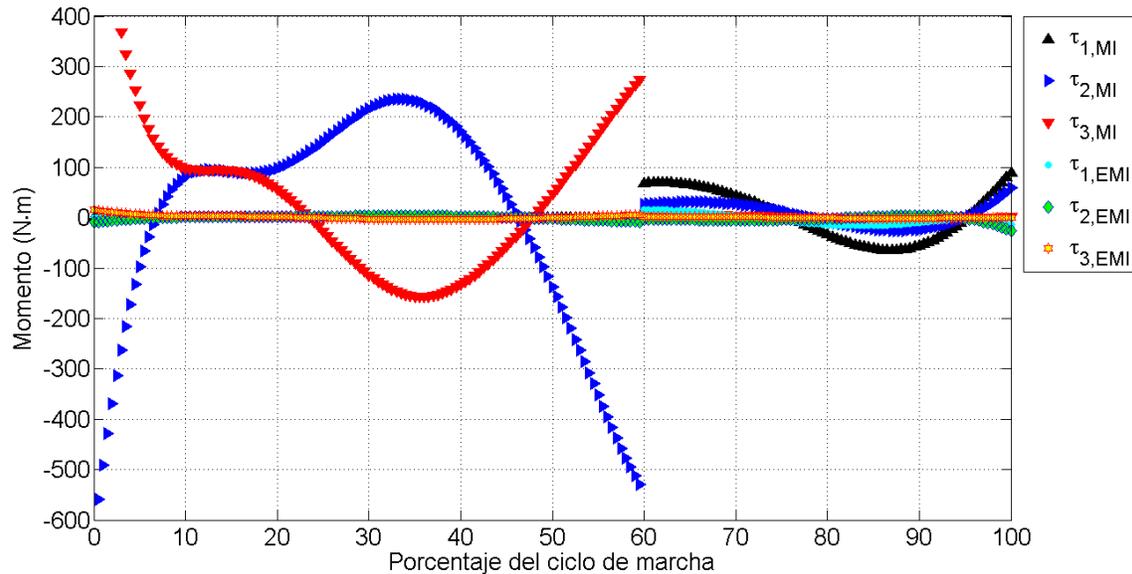


Fig. 4-17 Comparación entre los momentos desarrollados en las articulaciones del sistema EMI/MI necesarios para mover el MI y el EMI durante el ciclo de marcha de una persona con medidas antropométricas estándar a una velocidad de 1.34 m/s.

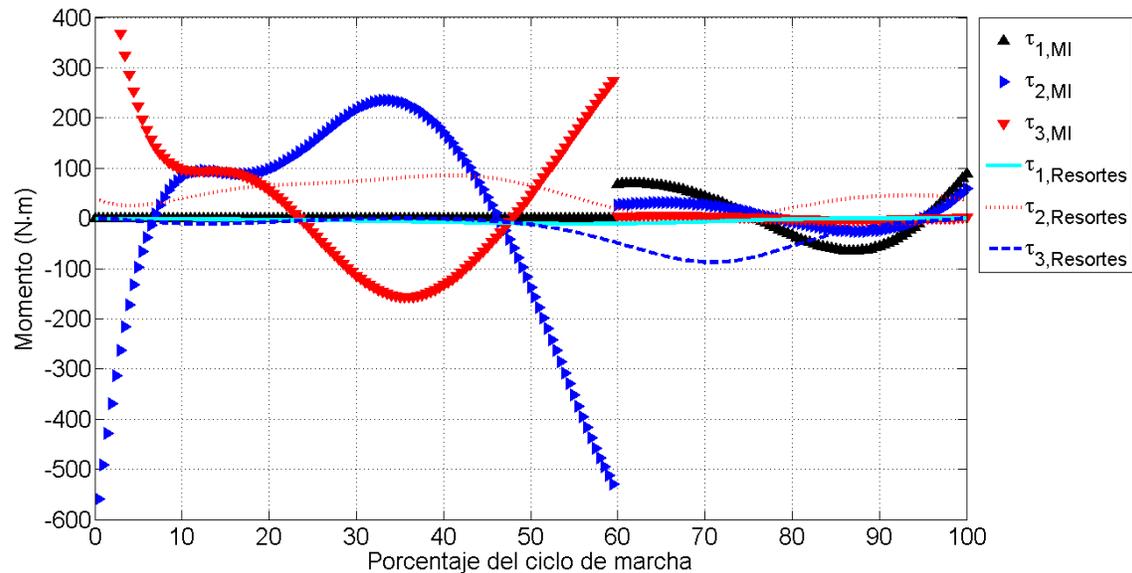


Fig. 4-18 Comparación entre los momentos desarrollados en las articulaciones del sistema EMI/MI necesarios para mover el MI y comprimir los resortes durante el ciclo de marcha de una persona con medidas antropométricas estándar a una velocidad de 1.34 m/s.

En el Apéndice A se observa que los perfiles fuerza-deformación en los elementos, a fin

de cumplir con el objetivo de soportar las cargas desarrolladas durante el apoyo, deberían ser no lineales. Una solución sería actuar los elementos elásticos, con el fin de generar la fuerza requerida. Sin embargo, el uso de actuadores elásticos, aunque eficiente para control de fuerza, no se recomienda para control de posición o seguimiento de trayectorias, puesto que su impedancia mecánica, menor a la de un actuador rígido, permite que el actuador se deforme, lo cual provoca inestabilidad y pone en riesgo la seguridad del usuario, y para poder mantener la carga que soporta el actuador, en una posición o trayectoria deseada, se requeriría aumentar la potencia de los motores para compensar la baja impedancia mecánica. [72], [77]–[79].

4-B. Diseño de un mecanismo pasivo estabilizador

En esta sección, se propone un mecanismo que le permita al exoesqueleto mantener la estabilidad en la articulación de la cadera cuando el usuario esté realizando actividades erguido y sin caminar, lo cual le permitiría prescindir de muletas o caminadora. Adicionalmente, esto le permitiría al sistema ahorrar energía, dado que el motor de la cadera podría desconectarse. Por simplicidad, se tomó la decisión de implementar un trinquete frontal, al cual se le llamará “trinquete”, Fig. 4-19. A éste se le agregará un mecanismo, al cual se le llamará “mecanismo del trinquete”, que le permitirá cumplir los requisitos cinemáticos.

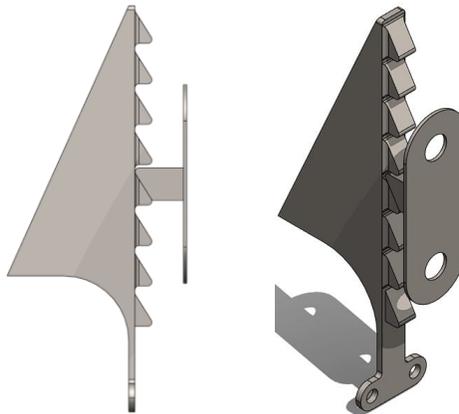


Fig. 4-19 Vistas frontal (izquierda) e isométrica (derecha) del modelo 3D del trinquete frontal.

Análisis cinemático

En la Fig. 4-20 se muestra la cadena cinemática del mecanismo del trinquete sobre el MI de una persona. El eslabón rojo, Eslabón 6, es la distancia, medida desde la cadera, a la cual se ubicará el Eslabón 3 y funcionará como manivela; el eslabón naranja, Eslabón 3, funcionará como biela y estará conectado con la parte móvil del trinquete, o trinquete móvil; el eslabón amarillo, Eslabón 7, que funcionará como balancín, está medido desde la cadera hasta la articulación del Eslabón 3 con el trinquete móvil.

De acuerdo a la Fig. 4-20 se puede establecer

$$\vec{r}_{6t} + \vec{r}_{3t} = \vec{r}_{7t},$$

en donde

$\vec{r}_{6t} = \vec{r}_{1t} + \vec{r}_{2t}$,
 $\vec{r}_{7t} = \vec{r}_{4t} + \vec{r}_{5t}$,
 \vec{r}_{1t} es un vector adherido al muslo;
 \vec{r}_{2t} es perpendicular a \vec{r}_{1t} ; y
 \vec{r}_{4t} y \vec{r}_{5t} son las componentes vertical y horizontal de \vec{r}_{7t} , respectivamente. Por lo tanto

$$\vec{r}_{1t} + \vec{r}_{2t} + \vec{r}_{3t} = \vec{r}_{4t} + \vec{r}_{5t} \quad (4-18)$$

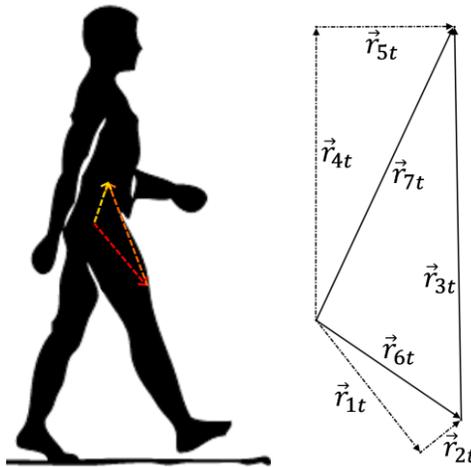


Fig. 4-20 Cadena cinemática del mecanismo de trinquete. A la izquierda se esquematiza sobre una persona. A la derecha se muestra el cierre vectorial.

De (4-18) se puede obtener [80]

$$r_{1t}c_{1t} + r_{2t}c_{2t} + r_{3t}c_{3t} = r_{4t}c_{4t} + r_{5t}c_{5t}$$

y (4-19)

$$r_{1t}s_{1t} + r_{2t}s_{2t} + r_{3t}s_{3t} = r_{4t}s_{4t} + r_{5t}s_{5t}$$

Como $\theta_{4t} = \pi/2$ y $\theta_{5t} = 0$ (4-19) se reescribe como

$$r_{1t}c_{1t} + r_{2t}c_{2t} + r_{3t}c_{3t} = r_{5t}$$

y (4-20)

$$r_{1t}s_{1t} + r_{2t}s_{2t} + r_{3t}s_{3t} = r_{4t}$$

De (4-20) se obtiene

$$r_{3t}c_{3t} = r_{5t} - (r_{1t}c_{1t} + r_{2t}c_{2t})$$

y (4-21)

$$r_{3t}s_{3t} = r_{4t} - (r_{1t}s_{1t} + r_{2t}s_{2t})$$

Si ambas ecuaciones en (4-21) se elevan al cuadrado y se suman, se obtiene

$$r_{3t}^2 = [r_{5t} - (r_{1t}c_{1t} + r_{2t}c_{2t})]^2 + [r_{4t} - (r_{1t}s_{1t} + r_{2t}s_{2t})]^2 \quad (4-22)$$

De (4-22) es posible obtener r_{4t} como

$$r_{4t} = \sqrt{r_{3t}^2 - [r_{5t} - (r_{1t}c_{1t} + r_{2t}c_{2t})]^2} + r_{1t}s_{1t} + r_{2t}s_{2t} \quad (4-23)$$

Análisis cinetostático

Existen varios métodos para analizar las fuerzas que se desarrollan en los eslabones de un mecanismo. Sin embargo, el método de la segunda ley de Newton proporciona la mayor información sobre las cargas en los eslabones de un mecanismo [1]. El método consiste en analizar cada eslabón por separado. De acuerdo a la segunda ley de Newton, se deben satisfacer las condiciones de equilibrio de cuerpo rígido [2], es decir

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

y

(4-24)

$$\sum \vec{T} = I\vec{\alpha},$$

en donde

$\sum \vec{F}$ y $\sum \vec{T}$ representan las sumas de fuerzas y momentos aplicados en el eslabón a analizar, respectivamente;

m e I representan la masa y el momento de inercia respecto al cg, respectivamente; y

\vec{a} y $\vec{\alpha}$ representan la aceleración lineal y angular del cg, respectivamente.

De acuerdo a la Fig. 4-20 y a (4-24), con \vec{a}_{3t} , $\vec{\alpha}_{3t}$, \vec{a}_{7t} e $\vec{\alpha}_{7t}$ iguales a cero, se puede escribir

$$R_{36-y} - R_{37-y} - W_{MI+UB} = 0,$$

$$R_{36-x} + R_{37-x} = 0,$$

$$-(R_{37-y} + W_{MI+UB})r_{3t}c_{3t} - R_{37-x}r_{3t}s_{3t} = 0,$$

$$R_{76-y} + R_{73-y} + W_{MI+UB} = 0, \quad (4-25)$$

$$R_{76-x} - R_{73-x} = 0$$

y

$$(R_{73-y} + W_{MI+UB})r_{7t}c_{7t} + R_{73-x}r_{7t}s_{7t} = 0,$$

en donde $R_{ij} = -R_{ji}$ es la reacción sobre el i -ésimo elemento provocada por el j -ésimo elemento. El segundo subíndice indica la componente cartesiana.

De la tercera ecuación de (4-25) se puede obtener

$$R_{37-x} = -\frac{(R_{73-y} + W_{MI+UB})c_{3t}}{s_{3t}}, \quad (4-26)$$

y, al sustituir (4-26) en la sexta ecuación de (4-25), se obtiene

$$R_{73-y} = -W_{MI+UB} \quad (4-27)$$

Dimensionamiento de los elementos

Se supuso que la carga sobre el diente, W_{MI+UB} , se distribuirá uniformemente a lo largo del diente, como se muestra en la Fig. 4-21, y que éstos se comportan como vigas en voladizo con una carga uniforme, como se muestra en la Fig. 4-22 [81]. Observe que se supone que sólo W_{MI+UB} actúa en el diente, toda vez que el trinquete se diseñó de tal manera que R_{73-x} se transmita directamente a través del soporte del trinquete móvil.

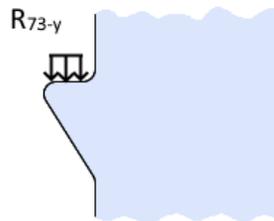


Fig. 4-21 Representación de la carga que actúa sobre el diente del trinquete.

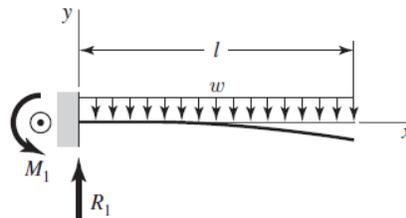


Fig. 4-22 Diagrama de cuerpo libre de un elemento que se comporta como una viga empotrada con una carga uniformemente distribuida [81].

La cortante V y el momento M en el diente están dados por [81]

$$V = (l - x)w$$

y

$$M = -\frac{w}{2}(l - x)^2,$$

en donde

$$w = W_{MI+UB}/(l \times \text{numero de dientes del trinquete}) \text{ y}$$

l es la longitud en la cual actúa w .

El esfuerzo de von Mises estará dado por

$$\sigma' = [\sigma_y^2 + 3\tau_{xy}^2]^{1/2}, \quad (4-28)$$

en donde σ_x y τ_{xy} están dados por

$$\sigma_x = \frac{Mc}{I}$$

y

$$\tau_{xy} = \frac{VQ}{Ib}$$

De acuerdo a la distribución de esfuerzos [81], $\sigma_x = 0$ y $\tau_{xy} = 1.5V/A$ en el eje neutro, y $\sigma_x = Mc/I$ y $\tau_{xy} = 0$ en las fibras exteriores del diente.

Para poder colocar el trinquete móvil sin interferencia es necesario que tenga la geometría que se muestra en la Fig. 4-23. En la figura se aprecia que entre la raíz del diente y la base de la placa del trinquete existe un claro, eso aumentará los esfuerzos flexionantes, por lo que es necesario ajustar las dimensiones del trinquete. Si se considera el claro del diente como una viga empotrada con una carga actuando en el centroide del diente, como se muestra en la Fig. 4-24, la carga $F = R_1$ se calcularía como $W_{MI+UB}l_{diente}$, en donde l_{diente} es la longitud del diente (incluyendo el claro), y el momento M_1 se calcularía como Fl , en donde l es la longitud del claro.

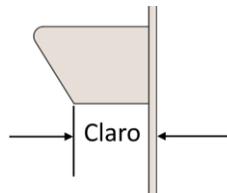


Fig. 4-23 Diente del trinquete móvil del mecanismo pasivo de estabilización de la cadera.

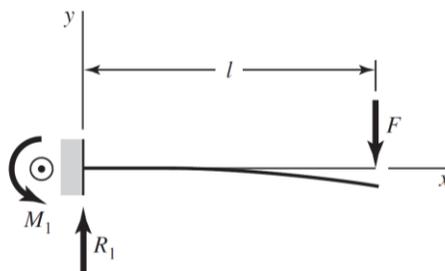


Fig. 4-24 Diagrama de cuerpo libre de un elemento que se comporta como una viga empotrada con una carga en el extremo [81].

Luego de calcular los esfuerzos normales y transversales máximos y mínimos se calculan los esfuerzos alternante y medio de von Mises y se sustituyen en (4-28). De esta última se

obtiene un FS (factor de seguridad) = 1.62, suponiendo que un solo diente soporte la carga y que tenga un largo de 5 mm, una base de 5 mm x 8 mm de ancho por alto, respectivamente, y esté fabricado con acero estructural A-36.

Luego de dimensionar los dientes del trinquete se dimensionó la placa del trinquete fijo y se calcularon los tornillos que la unirán al torso de EMI. Estos últimos se calcularon con la misma metodología de la sección “Diseño de los elementos estructurales de la transmisión”, en el Apéndice C. Se determinó que dos tornillos M3x0.5 de clase 12.9 ofrecerían un $FS = 2.36$, y un espesor de placa de 1.5 mm, hecha de acero estructural A-36, ofrecería un $FS = 1.75$ contra cortante en el borde de la placa.

El espesor y los tornillos de la placa del trinquete móvil se determinaron análogamente a los de la placa del trinquete fijo. Se determinó que dos tornillos M6x1 de clase 12.9 ofrecerían un $FS = 1.95$, y un espesor de placa de 0.8 mm, hecha de acero estructural A-36, ofrecería un $FS = 2.96$ contra cortante en el borde de la placa.

El trinquete móvil estará unido al soporte móvil del Eslabón 3, Fig. 4-25. Para dimensionarlo primero fue necesario calcular el espesor de placa, con base en la carga transmitida a través de los tornillos que unen el soporte con el trinquete. Esto se hace de manera análoga al cálculo de los espesores de las placas anteriores (sección “Diseño de los elementos estructurales de la transmisión”, en el Apéndice C). Se determinó que un espesor de 10.6 mm ofrecería un $FS = 6.69$.

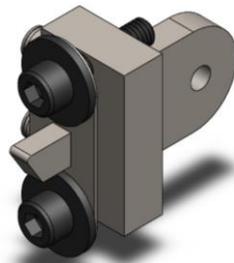


Fig. 4-25 Soporte y trinquete móviles del mecanismo de estabilización unidos mediante pernos.

Para restringir el movimiento del trinquete móvil a uno vertical, se añadieron dos rodamientos en el soporte móvil, los cuales correrán en la ranura de una guía, Fig. 4-26. Estos rodamientos soportarán la carga horizontal, R_{37-x} , y se calcularon con la misma metodología empleada en la sección “Cálculo de los rodamientos” del Apéndice C.

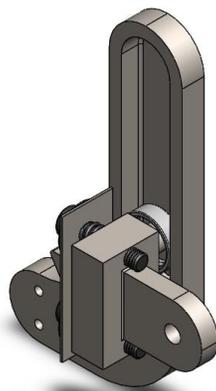


Fig. 4-26 Soporte móvil del mecanismo de estabilización con rodamientos dentro de la ranura de su guía.

Para poder calcular R_{73-x} fue necesario definir la cadena cinemática del mecanismo de trinquete con base en restricciones geométricas de la estructura del EMI y ajustarla mediante el método de diseño cualitativo mediante análisis sucesivo (**MDCMAS**). Se determinó que la capacidad de carga dinámica de los rodamientos debe ser ≥ 54.57 N.

Los ejes de los rodamientos previamente calculados se analizaron como vigas empotradas con una carga en el extremo. Al aplicar el criterio de Soderberg se determinó que un diámetro de 7 mm y un largo de 7.4 mm (1 mm de largo del hombro para localizar axialmente al rodamiento, 5 mm de ancho del rodamiento, 0.9 mm de ancho para la ranura del anillo de retención y 0.5 mm de largo del borde para el anillo de retención) ofrecería un $FS = 18.88$.

El soporte móvil del trinquete se articulará con el Eslabón 3 con un tornillo. Éste soportará la carga R_{73} y, por su configuración geométrica, estará en cortante. Un tornillo M5x0.8 ofrecerá un $FS = 6.81$.

Luego de los cálculos previos, se diseñó el soporte fijo del trinquete, el que estará unido al Eslabón 3 así como al muslo del EMI y soportará la carga R_{36} . De las primeras dos ecuaciones de (4-25) se obtiene

$$R_{36-y} = W_{MI+UB} + R_{37-y} \quad (4-29)$$

$$R_{36-x} = -R_{37-x}$$

De (4-29) se determinó que un tornillo M5x0.8 para unir al Eslabón 3 con el soporte fijo estará en cortante y tendrá un $FS = 27.64$.

Por otro lado, los tornillos que unen el soporte fijo al muslo, estarán en cortante y tensión, debido a su configuración geométrica. Estas cargas se obtienen como

$$P_{C,psm} = R_{36-x}s_1 - R_{36-y}c_1 \quad (4-30)$$

$$P_{a,psm} = R_{36-x}c_1 + R_{36-y}s_1,$$

en donde $P_{C,psm}$ y $P_{a,psm}$ son la carga cortante y axial en el perno del soporte en el muslo del mecanismo de trinquete, respectivamente

Para unir el soporte fijo al muslo se emplearán dos tornillos M4x0.7 con un $FS = 30.28$.

Con las cargas definidas en (4-30) es posible calcular el espesor de la placa del soporte fijo. Este será de 1 mm, el soporte estará fabricado con acero estructural A-36 y tendrá un $FS = 7.45$.

Luego del cálculo de los tornillos para unir los elementos del mecanismo de trinquete se calculó el espesor t_{e3} , Fig. 4-27, que debe tener el eslabón 3, en la zona de los tornillos, para soportar las fuerzas de reacción. Si el eslabón 3 se fabrica de aluminio 6063-T6, un espesor $t_{e3} = 6.3$ mm ofrecería un $FS = 16.78$. Aunque $FS \gg n_d$ existen restricciones geométricas que no permiten obtener un FS menor.

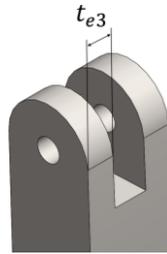


Fig. 4-27 Espesor t_{e3} del eslabón 3.

Como se mencionó anteriormente, el Eslabón 3 del mecanismo del trinquete será curvo con el fin de evitar interferencias mecánicas con la estructura del EMI. Los esfuerzos en un elemento curvo se determinan como [81]

$$\sigma_o = -\frac{Mc_o}{Ae r_o}, \quad (4-31)$$

en donde

σ_o es el esfuerzo en la fibra exterior del elemento curvo, la más alejada del centro de curvatura;

M es el momento flector que actúa sobre el elemento curvo. Un M positivo disminuye la curvatura;

c_o es la distancia del eje neutro hasta la fibra exterior;

A es el área de la sección transversal del elemento curvo;

e es la distancia desde el eje centroidal de la sección transversal del elemento curvo hasta el eje neutro de la misma; y

r_o es el radio de la fibra externa.

Para determinar c_o en (4-31) se requiere calcular el radio del eje neutro, r_n . Éste, para una sección rectangular de base b y altura h , se calcula como

$$r_n = \frac{h}{\ln \frac{r_o}{r_i}}$$

Una vez que se determinan los valores máximo y mínimo de σ_o se empleó el criterio de Soderberg para determinar las dimensiones del Eslabón 3. Con $r_i = 390$ mm, $r_o = 410$ mm, $b = 20.4$ mm, $h = 20$ mm, y aluminio 6063-T6 se obtuvo un $FS = 7.15$.

Por último, se diseñó la guía que albergará los rodamientos para eliminar el gdl en el eje horizontal. En la Fig. 4-28 se muestra la guía y se señalan los puntos de posible falla. La guía se sujetará al torso del EMI a través de 2 tornillos M3x0.5, los cuales estarán sujetos a cortante y ofrecerán un $FS = 25.68$.

El trinquete móvil tendrá un par de resortes de retorno. En la Fig. 4-29 se muestra un diagrama para representar al trinquete con los dos resortes. Del diagrama se aprecia que el sistema se puede describir mediante [82]

$$m_t \ddot{x} = -2k_t x, \quad (4-32)$$

en donde

m_t es la masa del trinquete frontal,
 x es el desplazamiento del trinquete y
 k_t es la rigidez de los resortes.

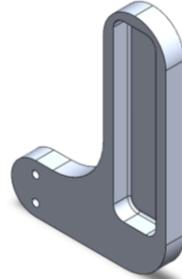


Fig. 4-28 Guía del mecanismo de trinquete.

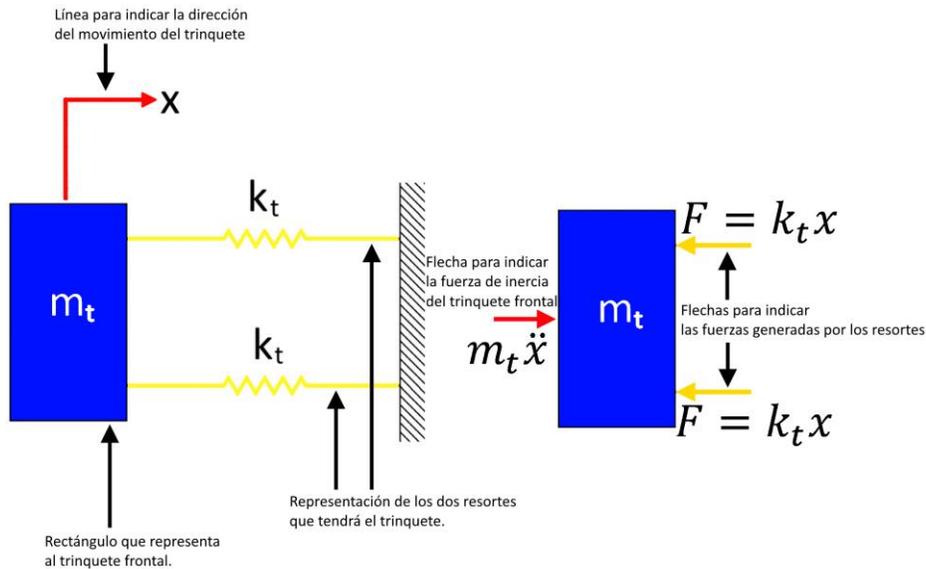


Fig. 4-29 Diagrama del trinquete frontal conectado con dos resortes de retorno (izquierda) y diagrama de cuerpo libre del trinquete frontal (derecha).

El trinquete frontal tendrá un desplazamiento hacia abajo. Durante este desplazamiento, el diente del trinquete móvil se estará deslizando sobre el diente del trinquete fijo, como se muestra en la Fig. 4-30. De esta manera, x del trinquete se puede representar mediante

$$x = m_{diente} \delta_{r_{4t}}, \tag{4-33}$$

en donde

$m_{diente} = 5/8$ es la pendiente del diente del trinquete y
 $\delta_{r_4} = r_{4t}(t) - r_{4t}(x = 0)$ es el desplazamiento del vector r_{4t} .

Entonces

$$\ddot{x} = m_{diente} \ddot{r}_{4t}(t) \tag{4-34}$$

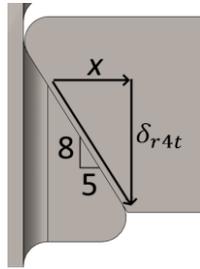


Fig. 4-30 Representación de los movimientos horizontal y vertical del trinquete.

Sustituyendo (4-33) y (4-34) en (4-32), se obtiene

$$m_t m_{diente} \ddot{r}_{4t}(t) = -2[r_{4t}(t) - r_{4t}(x = 0)]k_t m_{diente},$$

∴

$$k_t = -\frac{m_t \ddot{r}_{4t}(t)}{2[r_{4t}(t) - r_{4t}(x = 0)]} \tag{4-35}$$

En (4-35), r_{4t} se calcula mediante el polinomio de ajuste dado por

$$r_{4t} = 0.010193\theta_1^2 + 1.1528\theta_1 + 102.54, \tag{4-36}$$

obtenido mediante la herramienta “ajuste básico” de MATLAB. Esto debido a que sería mucho más sencillo derivar dos veces una ecuación como (4-36) que una como (4-23).

En la Fig. 4-31 se muestra el comportamiento de (4-35). Dado que su magnitud es variable, se tomó el valor mínimo, $k_t = 7.19 \times 10^{-6}$ N/m, esto asegura que el resorte sea lo suficientemente flexible como para permitir el movimiento deseado. Si se hubiese elegido una rigidez mayor, el resorte no permitiría el movimiento deseado en los instantes en los que k_t deba ser menor.

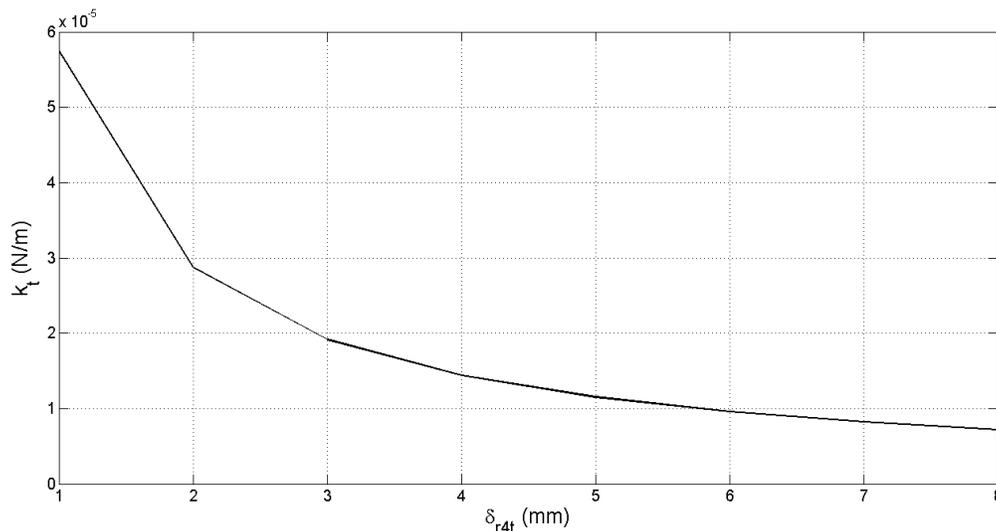


Fig. 4-31 Rigidez del resorte de retorno del trinquete frontal en función del cambio de longitud de r_{4t} .

El mecanismo de estabilización, el muslo del EMI, y la transmisión se muestran en la Fig. 4-32.

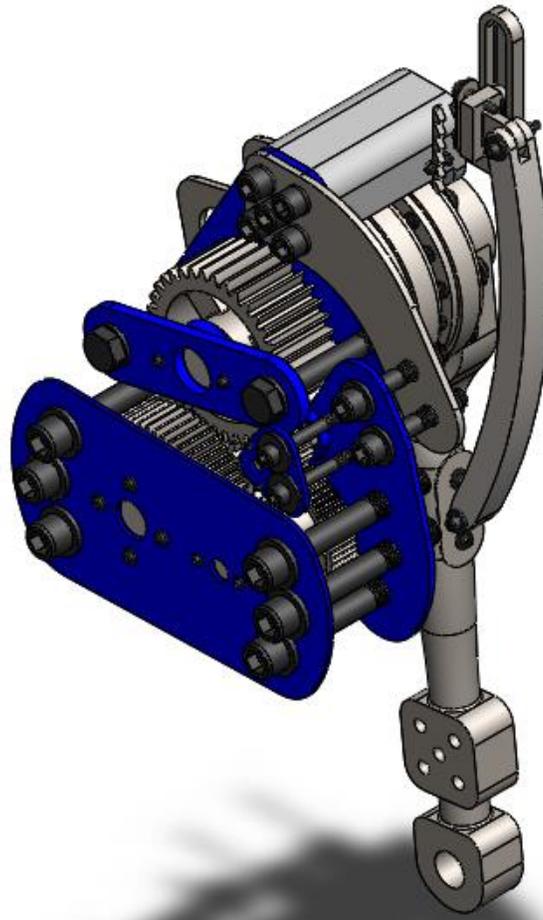


Fig. 4-32 Ensamble de la transmisión, torso y muslo del EMI, y mecanismo del trinquete.

4-C. Diseño de la estructura antropomorfa del sistema

Durante la etapa de pruebas con el prototipo se encontró que la falta absoluta de ergonomía en éste es un problema mayor, toda vez que no se puede acoplar al movimiento del usuario. Al ajustar el EMI al usuario, la estructura no se ajusta correctamente, dado que la estructura es completamente recta y el cuerpo humano, obviamente, no lo es. Las curvaturas del cuerpo humano hacen que el ajuste del EMI provoque daño al usuario, sobre todo en las articulaciones.

Adicionalmente, al realizar pruebas de movimiento con la estructura se notó que el movimiento de ésta no correspondía con el movimiento del usuario. Esto se atribuye a que la flexibilidad de las correas no permite restringir el movimiento de la estructura para que se acople al del usuario, y a que el cambio de volumen en los músculos durante el movimiento provoca que la cadera del EMI se desplace. En la Fig. 4-33 se muestra que mientras el torso y muslo del usuario están en una posición, el torso y muslo del EMI están en otra. Las fotografías fueron tomadas inmediatamente después de realizar varios ciclos de marcha con

la estructura montada sobre el usuario. Este problema se intentó corregir empleando más correas, ajustándola de tal manera que la cadera del EMI quedara en diversas ubicaciones, sujetando manualmente el torso del EMI durante el movimiento, pero ninguna propuesta fue satisfactoria. También se notó que el peso de la estructura es transmitido al usuario, lo cual no es deseable, mucho menos en pacientes con problemas de movilidad.

Por otro lado, en la rodilla, no es posible fijar la estructura, pues las correas no lo permiten y la estructura se cae. Pero, mientras se montaba la estructura a la rodilla, se notó que también ejercía presión dañina, en el peroné. Cabe mencionar que no es posible emplear toda la estructura para caminar. Esto se debe a que la placa del pie del EMI es totalmente rígida, y durante el ciclo de marcha se requiere una flexibilidad considerable en la planta del pie, además que las correas brindan un ajuste bastante deficiente.



Fig. 4-33 Sujeto de pruebas con la estructura ajustada al cuerpo.

Adicionalmente, el hecho de que la cadera tenga sólo un gdl, en el plano sagital, imposibilita el movimiento natural durante el ciclo de marcha, puesto que, como es bien sabido, la cadera tiene un movimiento en el plano sagital y otro en el frontal durante el ciclo de marcha.

Por último, en [25] luego de un análisis de FS se menciona que “el factor de seguridad no es alcanzado y se espera que la fluencia local y el consecuente endurecimiento del material permitan que la estructura soporte las cargas si se diera el caso de ambos muslos soportando el peso del tronco del usuario durante un instante sin ningún otro apoyo adicional”. No obstante, la estructura no estará bajo carga estática, por lo que no se puede confiar en el endurecimiento por deformación. Se sabe que los elementos sujetos a cargas fluctuantes fallan a niveles de carga por debajo de su resistencia a la fluencia [81]. En [25], inmediatamente después de la cita anterior, se menciona: “Suponiendo también que no se siguieran las recomendaciones propias de la fisioterapia y el usuario no utilizara apoyos con las manos como lo son barras paralelas o muletas que puedan disminuir la carga sobre la estructura al llevar a cabo la rehabilitación”. Es decir, durante el diseño no se consideró el

peor de los casos, pero se espera que un factor de seguridad menor al factor de diseño establecido durante el diseño sea suficiente.

Aunque lo descrito anteriormente parezca no concordar con los resultados reportados en [25], en las fotografías de [25] del sujeto de pruebas con el EMI ajustado al cuerpo se aprecia que ni el torso, ni el muslo del EMI, están alineados con los correspondientes del sujeto de pruebas, Fig. 4-34.

Durante las pruebas de sentarse y pararse de una silla, pruebas que también se llevaron a cabo en esta investigación, el efecto de este mal ajuste podría llegar a pasarse por alto a simple vista, puesto que el rango de movimiento es mucho mayor al del ciclo de marcha. Sin embargo, al inicio y al final de las tareas de pararse y sentarse de una silla también se hace evidente este mal ajuste.

Por los motivos mencionados se determinó que la única solución era diseñar una estructura que considere la antropometría, así como el movimiento natural durante el ciclo de marcha, que se ajuste mejor al cuerpo, que permita restringir el movimiento de la estructura, de tal manera que tal movimiento se acople al del usuario y que sí cumpla con las especificaciones de diseño preestablecidas.

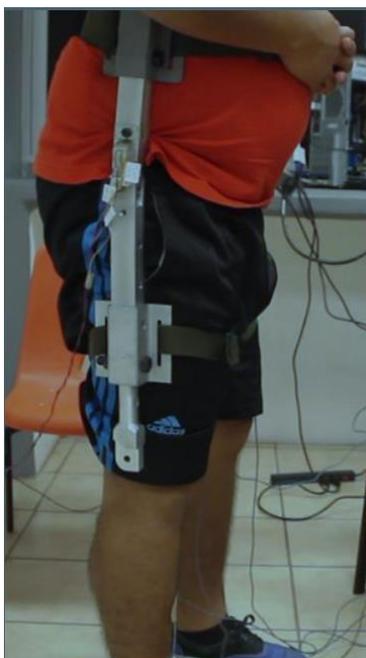


Fig. 4-34 Sujeto de pruebas de [25] con la estructura ajustada al cuerpo.

El EMI, al igual que el usuario, tendrá dos miembros (inferiores), uno, EMI_{ms} , se ajustará en el miembro sano y el otro, EMI_{ma} , en el miembro afectado, y será de cuatro gdl, todos rotacionales: uno en el plano sagital de cada cadera y cada rodilla.

Análisis cinetostático

En la Fig. 4-35 se muestra un diagrama de cuerpo libre (**dcl**) del muslo, pierna y pie del EMI. En la figura

R_C , R_R y R_T representan las reacciones en la cadera, rodilla y tobillo, respectivamente, del EMI. Los subíndices x y y indican sus componentes cartesianas, y los subíndices n y a

indican sus componentes axial y normal, respectivamente, al eje longitudinal del muslo del EMI.

R_G representa la reacción en el piso.

$P_{ter,i}$ representa la i -ésima carga del tren de engranes de la rodilla transmitida al muslo del EMI (en el Apéndice C se detalla el diseño de las transmisiones de potencia).

W_{muslo} y $W_{muslo,EMI}$ representan el peso del muslo del usuario y del EMI, respectivamente.

W_{pierna} y $W_{pierna,EMI}$ representan el peso de la pierna del usuario y del EMI, respectivamente

W_{pie} y $W_{pie,EMI}$ representan el peso del pie del usuario y del EMI, respectivamente.

Del dcl del muslo del EMI de la Fig. 4-35, si se hace una suma de fuerzas normales al eje longitudinal del muslo del EMI, se obtiene

$$R_{C-n} + R_{R-n} + P_{mtm-y}s_1 - (W_{muslo,EMI} + W_{muslo})s_1 + \sum P_{ter,i-n} = m_{muslo,EMI}(a_{muslo,EMI-x}c_1 + a_{muslo,EMI-y}s_1), \quad (4-37)$$

en donde

s_1 y c_1 representan el seno y coseno, respectivamente, de θ_1 , el ángulo de la cadera;

$m_{muslo,EMI-x} = m'_1$ representa la masa del muslo del EMI; y

$a_{muslo,EMI}$ representa la aceleración lineal del cg del muslo del EMI.

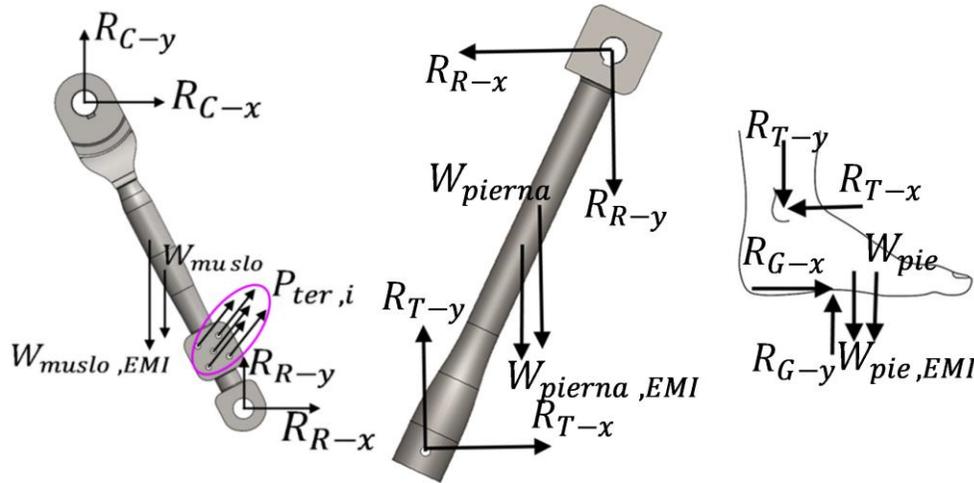


Fig. 4-35 Diagramas de cuerpo libre del muslo (izquierda), pierna (centro) y pie (derecha) del EMI.

Posteriormente, si se hace una suma de momentos alrededor del eje perpendicular a la hoja que atraviesa la cadera del EMI, se obtiene

$$-(W_{muslo,EMI} + W_{muslo})s_1\bar{L}_{1,EMI} + \sum P_{ter,i-n}L_{tgr,i-a} + R_{R-n}L_1 = I_{muslo,EMI}\ddot{\theta}_1, \quad (4-38)$$

en donde

$\bar{L}_{1,EMI}$ es la distancia, medida desde la cadera y a lo largo del eje longitudinal del muslo del EMI, a la cual se encuentra el cg del muslo del EMI;

$L_{tgr,i-a}$ es la distancia, medida desde la cadera y a lo largo del eje longitudinal del muslo del EMI, a la cual actúa $P_{ter,i}$; y

$I_{muslo,EMI} = I'_1$ es el momento de inercia del muslo del EMI respecto a su cg.

Del dcl del muslo del EMI de la Fig. 4-35, si se hace una suma de fuerzas axiales al eje longitudinal del muslo del EMI, suponiendo que $R_{C-a} = R_{R-a}$, se obtiene

$$2R_{C-a} - (W_{muslo,EMI} + W_{muslo})c_1 + \sum P_{ter,i-a} = m_{muslo,EMI}(a_{muslo,EMI-y}c_1 - a_{muslo,EMI-x}s_1),$$

de donde se puede resolver para R_{C-a} .

De (4-38) es posible resolver para R_{R-n} . Después, ésta se sustituye en (4-37) y se resuelve para R_{C-n} . Posteriormente, R_{C-y} , R_{C-x} , R_{R-y} y R_{R-x} se obtienen como

$$R_{C-y} = R_{C-n}s_1 + R_{C-a}c_1,$$

$$R_{C-x} = R_{C-n}c_1 - R_{C-a}s_1,$$

$$R_{R-y} = R_{R-n}s_1 + R_{R-a}c_1$$

y

$$R_{R-x} = R_{R-n}c_1 - R_{R-a}s_1$$

Del dcl de la pierna del EMI de la Fig. 4-35, si se realizan sumas de fuerzas verticales y horizontales, se pueden determinar las componentes de R_T como

$$R_{T-y} = m_{pierna,EMI}a_{pierna,EMI-y} + W_{pierna} + W_{pierna,EMI} + R_{R-y}$$

y

$$R_{T-x} = m_{pierna,EMI}a_{pierna,EMI-x} + R_{R-x},$$

en donde

$m_{pierna,EMI} = m'_2$ es la masa de la pierna del EMI, y

$a_{pierna,EMI}$ representa el vector de aceleración lineal del cg de la pierna del EMI.

En el dcl del pie de la Fig. 4-35, al hacer suma de fuerzas verticales y horizontales se obtienen las componentes de R_G como

$$R_{G-y} = m_{pie,EMI}a_{pie,EMI-y} + R_{T-y} + W_{pie} + W_{pie,EMI}$$

y

$$R_{G-x} = m_{pie,EMI} a_{pie,EMI-x} + R_{T-x},$$

en donde

$m_{pie,EMI} = m'_3$ es la masa del pie del EMI, y

$a_{pie,EMI}$ representa el vector de aceleración lineal del cg del pie del EMI.

Dado que durante el ciclo de marcha existe un MI en fase de apoyo y otro en fase de oscilación, si se supone que el MI del EMI que tiene al mecanismo de estabilización está en oscilación, fase en la que el pie no está en contacto con el piso, $R_G = 0$, entonces

$$R_{T-y} = -(m_{pie,EMI} a_{pie,EMI-y} + W_{pie} + W_{pie,EMI}),$$

$$R_{T-x} = -m_{pie,EMI} a_{pie,EMI-x},$$

$$R_{R-y} = R_{T-y} - (m_{pierna,EMI} a_{pierna,EMI-y} + W_{pierna} + W_{pierna,EMI}),$$

$$R_{R-x} = -m_{pierna,EMI} a_{pierna,EMI-x} + R_{T-x},$$

$$R_{C-y} = m_{muslo,EMI} a_{muslo,EMI-y} + W_{muslo} + W_{muslo,EMI} - (R_{R-y} + \sum P_{ter,i-y})$$

y

$$R_{C-x} = m_{muslo,EMI} a_{muslo,EMI-x} - (R_{R-x} + \sum P_{ter,i-x})$$

En la Fig. 4-36 se muestra un dcl del torso del EMI. En la figura

$\sum P_{tec}$ representa la carga total del tren de engranes de la cadera transmitidas al torso del EMI y

R_{torso} representa la reacción en el torso del EMI que será transmitida a EMI_{ms}.

De la Fig. 4-36 se pueden determinar las componentes de R_{torso} como

$$R_{torso-y} = -(\sum P_{tec,i-y} - R_{C-y})$$

y

$$R_{torso-x} = -(\sum P_{tec,i-x} - R_{C-x}),$$

en donde $P_{tec,i}$ representa la i -ésima carga del tren de engranes de la cadera transmitida al torso del EMI.

Todas las aceleraciones, así como el peso del pie, de la pierna y del muslo, se obtienen de la sección 4-A. Las cargas de los trenes de engranes y las del mecanismo de trinquete

transmitidas a la estructura se obtienen de las secciones “Diseño de los elementos estructurales de la transmisión”, en el Apéndice C, y 4-B, respectivamente.

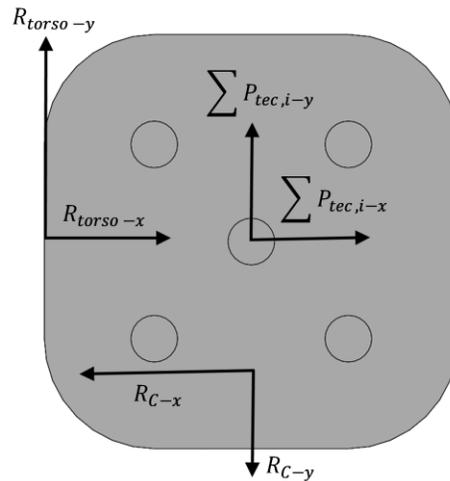


Fig. 4-36 Diagrama de cuerpo libre del torso del EMI visto en el plano sagital.

En la Fig. 4-37 se muestran las reacciones en las articulaciones, en el torso y en el piso. Durante la fase de apoyo las reacciones en la rodilla, tobillo y en el piso son virtualmente iguales y la reacción en el torso es un poco menor a la reacción en la cadera. La máxima magnitud de las reacciones durante esta fase es aproximadamente 10.5 kN. Durante la fase de oscilación la reacción en el piso es cero; las reacciones en el tobillo y la rodilla son prácticamente iguales, generadas por el peso de sus respectivos segmentos; la reacción en la cadera es generada prácticamente por las cargas del tren de engranes de la rodilla; mientras que la reacción en el torso es la de mayor magnitud, dado que las cargas generadas por el tren de engranes de la cadera, así como la reacción de la cadera, se transmiten a este elemento. La máxima magnitud de estas reacciones durante esta fase es de aproximadamente 8 kN.

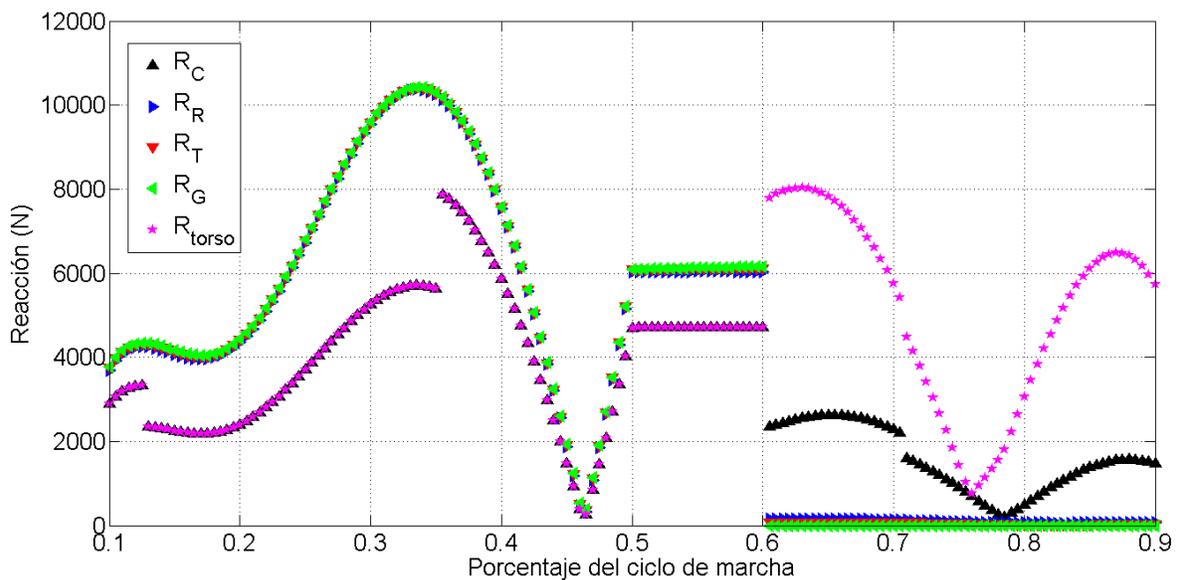


Fig. 4-37 Reacciones en la cadera, rodilla, tobillo y torso del EMI, y en el piso.

Diseño de la flecha del muslo

Inicialmente se pretendió implementar una junta Cardán (en el Apéndice D se detalla su diseño). Sin embargo, dado que ésta entorpecía el diseño, se optó por hacer la cadera una articulación de un gdl y conectarla a una flecha con dos rodamientos, la cual estará conectada a la flecha de salida de la transmisión mediante un embrague. El diseño de esta flecha se realizó de manera análoga al diseño de la junta Cardán. Al eliminar la junta Cardán el comportamiento de las reacciones en los rodamientos cambia, de tal manera que, para la fase de oscilación, se puede escribir

$$\sum_{i=1}^{i=4} v_{i_{k-\hat{d}}}, \quad (4-39)$$

en donde $v_{i_{k-\hat{d}}}$ representa la deflexión en la dirección $\hat{d} = x, y$ de la flecha en el k -ésimo soporte provocada por la i -ésima carga, $R_{k-\hat{d}} = \langle P_{engrane-\hat{d}}, R_{C-\hat{d}}, R_{B'-\hat{d}}, R_{C'-\hat{d}} \rangle$, y es cero, puesto que en los soportes se desea que no haya deflexión. En el Apéndice D se definen las cargas $R_{k-\hat{d}}$.

En (4-39) $v_{1k-\hat{d}}$ y $v_{2k-\hat{d}}$ estarán en función de $P_{engrane-\hat{d}}$ y $R_{C-\hat{d}}$, respectivamente, mientras que v_{3k} y v_{4k} estarán en función de las reacciones redundantes, $R_{B'-\hat{d}}$ y $R_{C'-\hat{d}}$, respectivamente. Por lo tanto, sólo se requiere de dos ecuaciones de (4-39) para encontrar las reacciones redundantes, las otras dos se obtienen de las ecuaciones de equilibrio.

De acuerdo a [81]

$$v_1 = \begin{cases} \frac{P_{engrane}(x_4-x_1)x}{6EIx_4} [x^2 + (x_4 - x_1)^2 - x_4^2], & 0 < x < x_1 \\ \frac{P_{engrane}x_1(x_4-x)}{6EIx_4} (x^2 + x_1^2 - 2x_4x), & x_1 < x < x_4 \\ 0, & x_4 < x < x_5 \end{cases}$$

$$v_2 = \begin{cases} \frac{R_C(x_5-x_4)x}{6EIx_4} (x_4^2 - x^2), & 0 < x < x_4 \\ \frac{R_C(x-x_4)}{6EI} [(x - x_4)^2 - (x_5 - x_4)(3x - x_4)], & x_4 < x < x_5 \end{cases},$$

$$v_3 = \begin{cases} \frac{R_{B'}(x_4-x_2)x}{6EIx_4} [x^2 + (x_4 - x_2)^2 - x_4^2], & 0 < x < x_2 \\ \frac{R_{B'}x_2(x_4-x)}{6EIx_4} (x^2 + x_2^2 - 2x_4x), & x_2 < x < x_4 \\ 0, & x_4 < x < x_5 \end{cases} \quad (4-40)$$

y

$$v_4 = \begin{cases} \frac{R_{C'}(x_4-x_3)x}{6EIx_4} [x^2 + (x_4 - x_3)^2 - x_4^2], & 0 < x < x_3 \\ \frac{R_{C'}x_3(x_4-x)}{6EIx_4} (x^2 + x_3^2 - 2x_4x), & x_3 < x < x_4 \\ 0, & x_4 < x < x_5 \end{cases}$$

en donde se ha omitido el subíndice $k - \hat{d}$ por simplicidad.

De la segunda y tercera ecuación de (4-39), sustituyendo (4-40) en éstas, se obtiene

$$\frac{P_{engrane}x_1(x_4-x_2)}{6EIx_4}(x_2^2 + x_1^2 - 2x_4x_2) + \frac{R_C(x_5-x_4)x_2}{6EIx_4}(x_4^2 - x_2^2) + \frac{R_{B'}(x_4-x_2)x_2}{6EIx_4}[x_2^2 + (x_4 - x_2)^2 - x_4^2] + \frac{R_{C'}(x_4-x_3)x_2}{6EIx_4}[x_2^2 + (x_4 - x_3)^2 - x_4^2] = 0$$

y

$$\frac{P_{engrane}x_1(x_4-x_3)}{6EIx_4}(x_3^2 + x_1^2 - 2x_4x_3) + \frac{R_C(x_5-x_4)x_3}{6EIx_4}(x_4^2 - x_3^2) + \frac{R_{B'}x_2(x_4-x_3)}{6EIx_4}(x_3^2 + x_2^2 - 2x_4x_3) + \frac{R_{C'}x_3(x_4-x_3)}{6EIx_4}(x_3^2 + x_3^2 - 2x_4x_3) = 0$$

De (4-41) se puede resolver para $R_{B'}$ y $R_{C'}$. Después de esto, al hacer suma de momentos alrededor del centro del rodamiento A se obtiene

$$P_{engrane}x_1 + R_{B'}x_2 + R_{C'}x_3 + R_{D'}x_4 + R_Cx_5 = 0,$$

de donde se puede resolver para $R_{D'}$. Posteriormente, al hacer suma de fuerzas se obtiene

$$R_{A'} + P_{engrane} + R_{B'} + R_{C'} + R_{D'} + R_C = 0,$$

de donde se puede resolver para $R_{A'}$.

Durante la fase de apoyo, los rodamientos A y B no estarán soportando cargas, puesto que la transmisión no estará conectada y la flecha que se conecta al muslo se comporta como una viga simplemente apoyada con carga en voladizo, como se muestra en la Fig. 4-38. En la figura también se muestran las expresiones para obtener las reacciones, cortantes y momentos en la viga. En la figura

A es el punto en donde se colocará el rodamiento C,

B es el punto en donde se colocará el rodamiento D,

C es el punto en donde se aplicará la carga R_C ,

$$R_1 = R_{C'},$$

$$R_2 = R_{D'},$$

$$F = R_C,$$

$$a = x_5 - x_4 \text{ y}$$

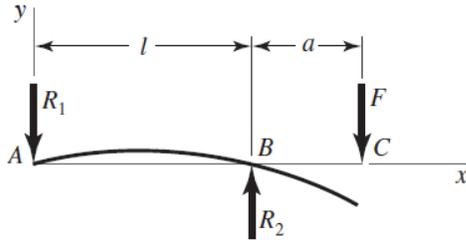
$$l = x_4 - x_3$$

Los momentos y las cortantes entre los rodamientos C y D del elemento tipo viga durante la fase de oscilación se obtienen como

$$M_{CD} = R_{A'}x + P_{engrane}(x - x_1) + R_{B'}(x - x_2) + R_{C'}(x - x_3)$$

y

$$V_{CD} = R_{A'} + P_{engrane} + R_{B'} + R_{C'}$$



$$R_1 = \frac{F a}{l} \quad R_2 = \frac{F}{l}(l + a)$$

$$V_{AB} = -\frac{F a}{l} \quad V_{BC} = F$$

$$M_{AB} = -\frac{F a x}{l} \quad M_{BC} = F(x - l - a)$$

Fig. 4-38 Viga simplemente apoyada con carga en voladizo [81].

Luego de calcular las cargas que se desarrollan en la flecha que conecta al muslo con la transmisión, se dimensionó la flecha mediante el criterio de Soderberg, (C-10), Apéndice C. Posteriormente, se seleccionaron los rodamientos, se diseñaron sus alojamientos y se calcularon sus tornillos. Todo esto se realizó con la misma metodología empleada en el Apéndice D.

Dimensionamiento de los elementos medulares

En la Fig. 4-39 se muestran los elementos medulares, el muslo y la pierna, del EMI, sus puntos críticos y FS. En la Fig. 4-40 se compara la dirección de las reacciones en la cadera, rodilla y pie con la orientación del muslo, pierna y pie, respectivamente. De esta comparación se concluyó que ningún elemento del EMI actuaría como columna, puesto que no son elementos estructurales sometidos a carga axial compresiva [83], por lo que se diseñaron como elementos tipo viga sometidos a cargas axiales y transversales, y su dimensionamiento se realizó con base en el criterio de Soderberg.

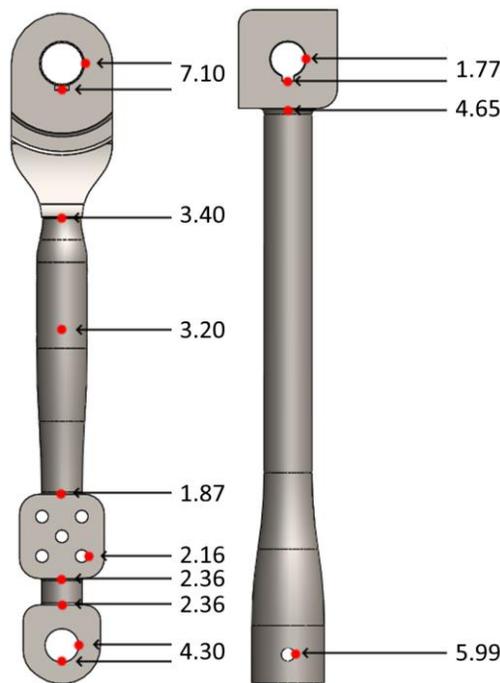


Fig. 4-39 Muslo (izquierda) y pierna (derecha) del EMI con sus puntos (rojos) críticos.

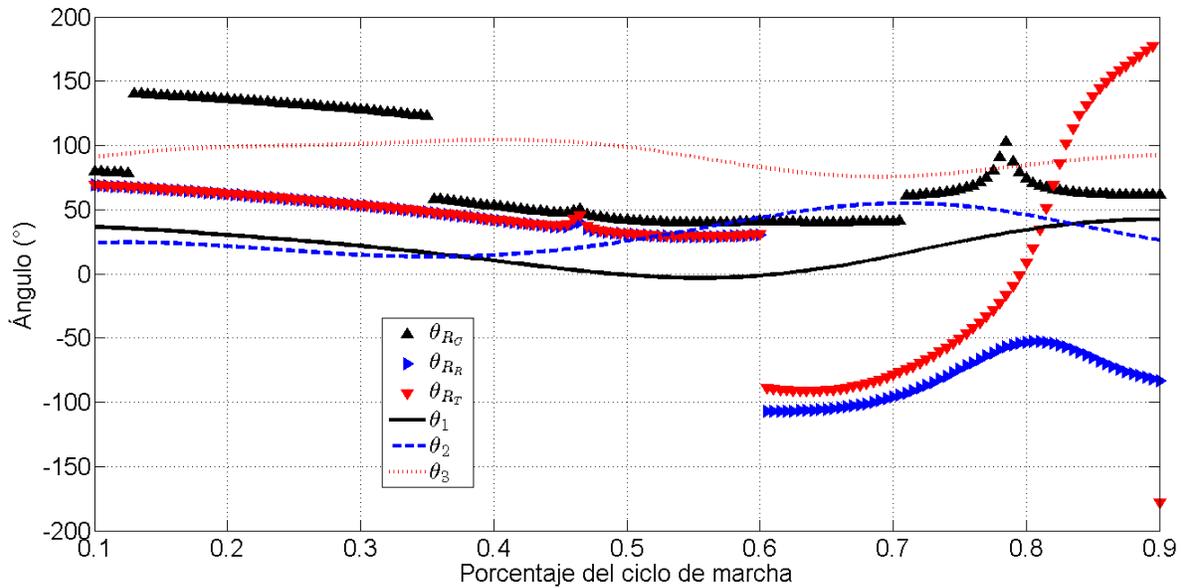


Fig. 4-40 Dirección de las reacciones en la cadera (a) y rodilla (b) del EMI.

El pie del EMI debe ser un elemento que permita un movimiento natural. Por ello se diseñó un elemento como el mostrado en la Fig. 4-41. El diseño de este elemento se hizo análogo al de una leva con seguidor de cara plana, suponiendo que el seguidor sea el piso y que el eje de la leva, el pie del EMI, será la que se traslade mientras ésta gira. De acuerdo a [84], para trazar el perfil de una leva es necesario obtener las coordenadas, medidas desde su centro de giro, del punto que hace contacto con la cara del seguidor, A . De acuerdo a la [84], cualquier punto sobre la superficie de la leva se ubica en el punto

$$(x, R_b + s), \quad (4-42)$$

en donde

R_b representa el radio base de la leva. Definido como el radio del círculo más pequeño que se puede trazar tangente a la leva, y concéntrico con el centro de giro de la misma;

s es el desplazamiento del seguidor a partir de su círculo base; y

$x = v = \frac{ds}{d\theta_{leva}}$ se define como la tasa de cambio de s con respecto a θ_{leva} , o la velocidad del seguidor con respecto al ángulo de la leva.

Para determinar s se analizó la geometría del pie en una posición arbitraria durante la fase de apoyo. En la Fig. 4-42 se esquematiza el pie cuando el talón está despegado del piso y las falanges hacen contacto con éste. En ese momento la distancia vertical entre el piso y el tobillo se describe como

$$s = L_3 \text{sen} \left(\frac{\pi}{2} + \theta_1 - \theta_2 + \theta_3 \right) + H_{pie} \text{sen} \left(\frac{\pi}{2} + \theta_1 - \theta_2 \right) - R_b, \quad (4-43)$$

en donde $H_{pie} = 0.039H$ es la distancia, medida a lo largo de una línea paralela al eje longitudinal de la pierna, desde el tobillo hasta la planta del pie, como se muestra en la Fig.

4-42.

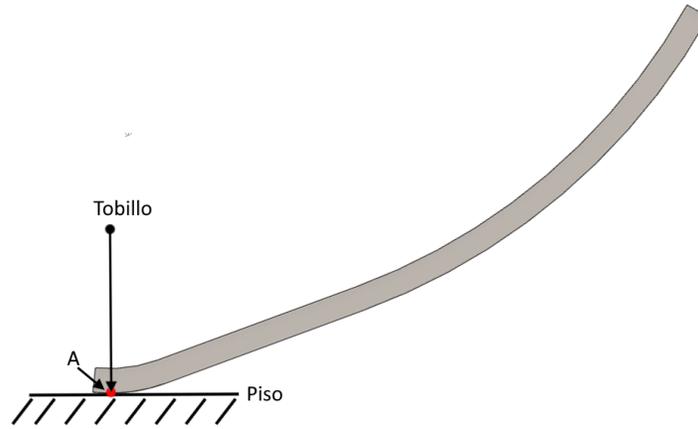


Fig. 4-41 Vista lateral del pie del EMI.

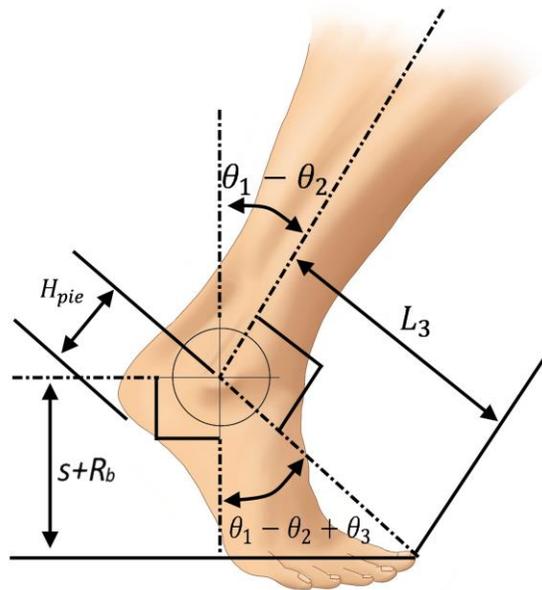


Fig. 4-42 Diagrama del pie en una posición arbitraria durante la fase de apoyo.

En (4-43) el primer término será cero desde el contacto inicial hasta el instante en el cual toda la planta del pie se encuentra en contacto con el piso. Entonces, se puede escribir

$$s = \begin{cases} H_{pie} \text{sen}(\theta_{leva} - \theta_3) - R_b, & \theta_3' \geq 2\pi \\ L_3 \text{sen} \theta_{leva} + H_{pie} \text{sen}(\theta_{leva} - \theta_3) - R_b, & \theta_3' < 2\pi \end{cases} \quad (4-44)$$

en donde

$$\theta_{leva} = \frac{\pi}{2} + \theta_1 - \theta_2 + \theta_3 \text{ y } \theta_3' = \theta_{leva} + \pi$$

Una vez definida la distancia s se puede obtener x como

$$x = \begin{cases} H_{pie} \cos(\theta_{leva} - \theta_3), & \theta_3' \geq 2\pi \\ L_3 \cos \theta_{leva} + H_{pie} \cos(\theta_{leva} - \theta_3), & \theta_3' < 2\pi \end{cases} \quad (4-45)$$

Por la definición de R_b , por la forma del pie y por su movimiento a lo largo del ciclo de marcha, se estableció

$$R_b = H_{pie} \operatorname{sen} \left(\frac{\pi}{2} + \theta_1 - \theta_2 \right) \Big|_{0\%} = s \Big|_{0\%} \quad (4-46)$$

De esta manera, se espera que el pie del EMI tenga un segmento circular de radio constante en la zona que impacta con el piso.

Al sustituir de (4-44) a (4-46) en (4-42) y analizar esta última durante la fase de apoyo se obtuvo el perfil de la leva que permitiría que el pie del EMI tenga un movimiento natural. En la Fig. 4-43 se muestra el radio de la leva, R_A , en función de su ángulo de rotación, θ_{leva} . Adicionalmente, en la Fig. 4-44 se aprecia el ángulo de rotación de la leva en función del porcentaje del ciclo de marcha. De las dos figuras se observa que desde el contacto inicial (0% del ciclo de marcha) hasta el instante cuando la cadera alcanza su punto más alto (37.5%), y la planta del pie está totalmente horizontal, se requiere un radio constante de unos ~ 60 mm, y un instante después hasta antes que el pie despegue del piso se requiere un radio constante de unos ~ 270 mm. De la Fig. 4-43, es evidente que existe una discontinuidad en el perfil de la leva. Esto se debe a que, para obtener el perfil de leva, se obtienen las coordenadas del punto de contacto A . En la etapa en la cual sólo el talón hace contacto, el punto A se encuentra a una distancia radial de ~ 60 mm desde el tobillo. Después de esta etapa hay un breve intervalo en el cual toda la planta del pie hace contacto con el piso, en este intervalo se podría decir que el punto de contacto se convierte en una línea de contacto. Posteriormente, el talón despega del piso y sólo la zona de las falanges hace contacto con el piso. Por lo tanto, es razonable que el punto de contacto pase de ~ 60 mm a ~ 270 mm en un breve intervalo.

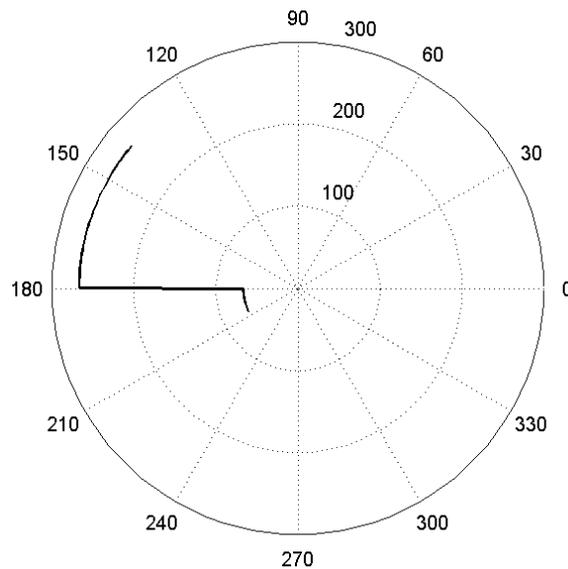


Fig. 4-43 Radio de leva R_A en función de su ángulo de rotación θ_{leva} .

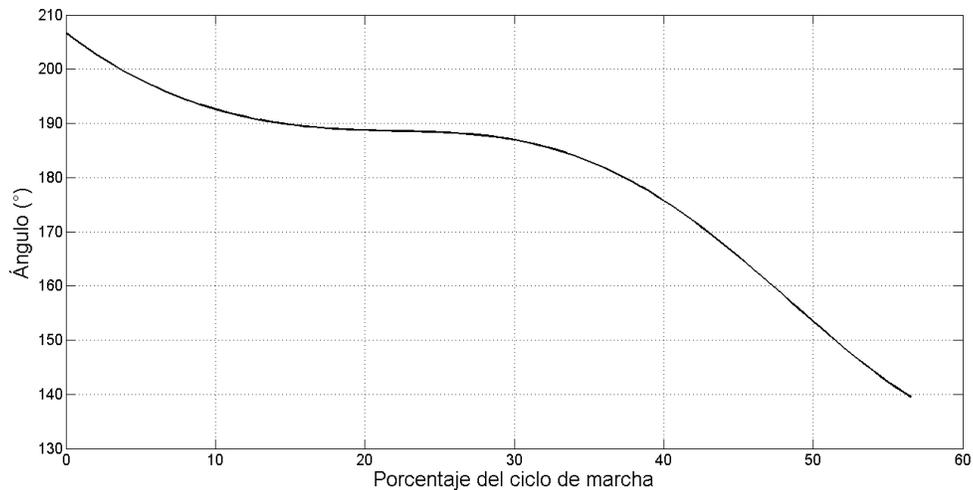


Fig. 4-44 Ángulo de rotación de la leva.

Toda vez que el diseño del pie del EMI se realizó análogamente al de una leva de seguidor de cara plana, en donde el seguidor es el piso y el pie la leva, considerando que el eje de la leva se desplazaría mientras rota. Durante el modelado del elemento fue necesario considerar dos ejes de rotación, uno durante la etapa de apoyo en la cual el talón hace contacto con el piso y otro durante la etapa en la que las falanges hacen contacto, como se muestra en la Fig. 4-45. Adicionalmente, en la Fig. 4-46 se muestra el EMI en el contacto inicial, apoyo medio y terminal. Se aprecia que las curvaturas del pie del EMI permiten que se dé el contacto deseado.

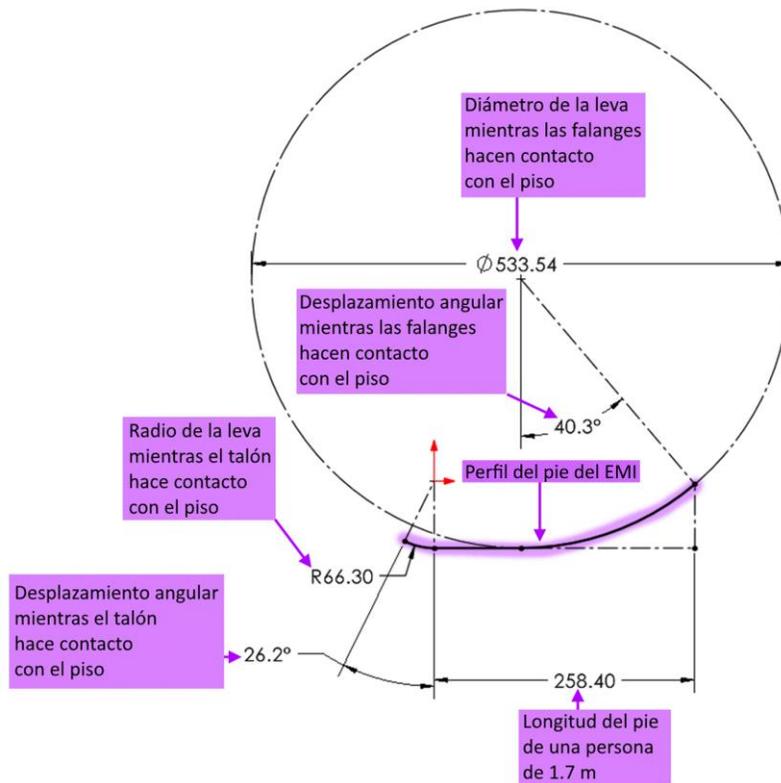


Fig. 4-45 Diagrama empleado para modelar el pie del EMI.



Fig. 4-46 EMI en el contacto inicial (izquierda), apoyo medio (centro) y apoyo terminal (derecha).

Por último, en la Fig. 4-47 se muestra el pie del EMI unido mediante una unión atornillada a la pierna del EMI.

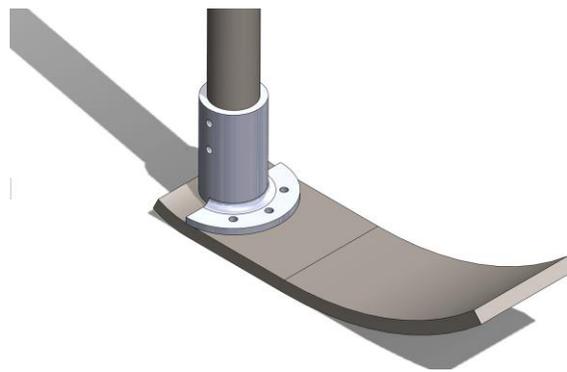


Fig. 4-47 Pie del EMI unido a la pierna mediante una unión atornillada.

4-D. Diseño de un embrague para la transmisión de la cadera

Como se ha mencionado en repetidas ocasiones, la cadera del EMI se establecerá como pasiva durante la fase de apoyo con el fin de ahorrar energía. Esto se pretendía hacer a través de un embrague comercial. Sin embargo, el costo de los embragues es elevado, motivo por el cual se prefirió diseñar un mecanismo para cumplir con la función de conectar y desconectar el motor de la cadera, Fig. 4-48. Los diámetros del disco del embrague se calcularon mediante (C-20), mientras que el espesor del disco se calculó de manera análoga

al espesor de las placas estructurales de la transmisión.



Fig. 4-48 Embrague de la cadera.

La carga que se desarrollará en los dientes del embrague será variable y está dada por

$$P_{embrague} = \begin{cases} \tau_1/r_{embrague} + V_{BC}, & \text{fase de oscilación} \\ 0, & \text{fase de apoyo} \end{cases},$$

en donde $r_{embrague}$ es la distancia radial desde el centro del embrague hasta el centro del diente del mismo.

Luego de calcular $P_{embrague}$ se calcularon los esfuerzos normales y transversales, y posteriormente se aplicó el criterio de Soderberg para determinar su FS.

Los discos se conectarán a la flecha a través de cuñas. Éstas se calcularon con la misma metodología empleada en “Cálculo de las cuñas” en el Apéndice C.

En la Fig. 4-49 se muestra la transmisión de la cadera, el embrague y la flecha del muslo.

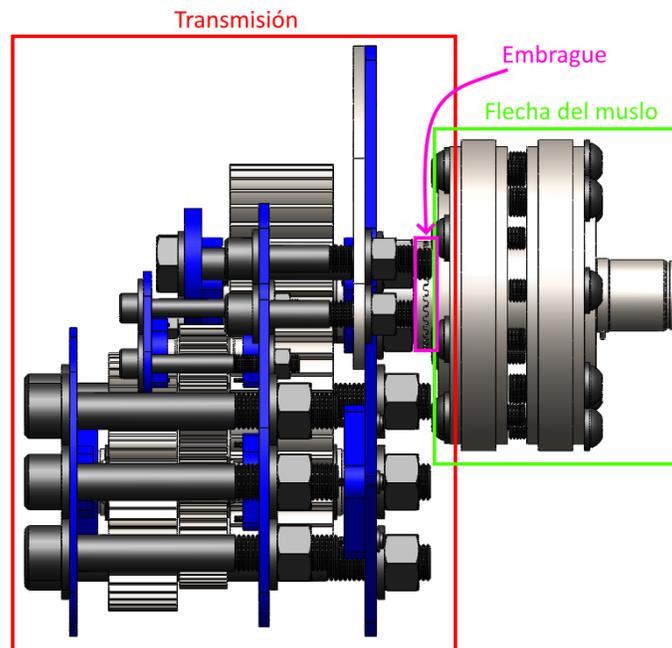


Fig. 4-49 Transmisión de la cadera, embrague y flecha del muslo.

4-E. Diseño de un mecanismo sincronizador

El mecanismo del trinquete debe cumplir con su función, proveer estabilidad a la cadera, sólo cuando el usuario esté realizando actividades erguido y sin caminar. Es decir, debe de estar endentado sólo en esos momentos. Por lo tanto, resulta necesario un mecanismo que acople y desacople al trinquete frontal. Adicionalmente, el embrague debe de transmitir movimiento sólo durante la fase de oscilación, durante la fase de apoyo deberá desacoplarse. Resulta práctico implementar un mecanismo que sincronice el acoplamiento (desacoplamiento) del trinquete frontal y desacoplamiento (acoplamiento) del embrague.

Análisis cinemático

En la Fig. 4-50 se muestra la cadena cinemática empleada para sintetizar el mecanismo sincronizador. En azul se muestra la cadena en la posición inicial, y en rojo en la final. En la figura

\vec{r}_2 representa la longitud del actuador lineal;

$$\theta_2 = \pi;$$

\vec{r}_3 es un eslabón de longitud constante que conectará al actuador con el trinquete frontal;

\vec{r}_1 es la distancia, variable, perpendicular a r_2 a la cual se encuentra articulado el trinquete frontal. Cuando r_1 disminuya (aumente), el trinquete móvil estará acoplándose (desacoplándose) con el fijo; y

$$\theta_1 = \pi/2$$

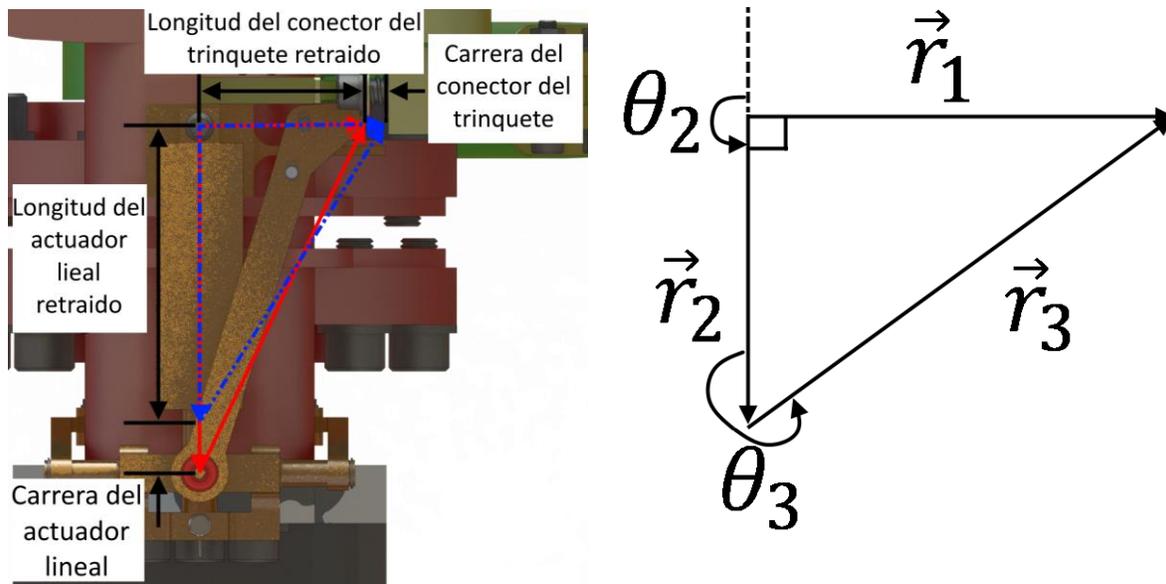


Fig. 4-50 Cadena cinemática del mecanismo sincronizador.

Por ser un mecanismo sencillo, su síntesis se realizó gráficamente [84]. Como se conoce el comportamiento que deben tener r_1 y r_3 , se establecieron valores de r_2 de tal manera que se obtenga un actuador lineal pequeño.

De la Fig. 4-50 se puede escribir

$$\vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \vec{r}_3 = 0 \quad (4-47)$$

Al obtener las componentes cartesianas de (4-47), se puede escribir

$$r_1 c_1 + r_2 c_2 + r_3 c_3 = 0$$

y

$$r_1 s_1 + r_2 s_2 + r_3 s_3 = 0$$

(4-48)

Dado que $\theta_1 = \pi/2$ y $\theta_2 = \pi$, (4-48) se reescribe como

$$-r_2 + r_3 c_3 = 0$$

y

$$r_1 + r_3 s_3 = 0$$

(4-49)

De (4-49) los términos de interés son $r_3 c_3$ y $r_3 s_3$, puesto que se emplearán en el análisis cinetostático.

Análisis cinetostático

El mecanismo sincronizador estará soportando cargas muy pequeñas. Estas cargas serán debidas, prácticamente, a la inercia de los elementos que tiene que mover el mecanismo, estos son: el trinquete frontal, el resorte de retorno del mismo, el embrague y su rodamiento, además de los mismos elementos del mecanismo. Aun así, es importante obtener estas cargas para realizar una correcta selección del actuador y desarrollar un diseño apropiado de los elementos del mecanismo.

Del Elemento 2, se pueden escribir las ecuaciones de equilibrio, de acuerdo a la segunda ley de Newton, como

$$-F_2 - R_{3,1-x} = m_3 a_{3-x},$$

$$-R_{3,2-y} + F_{3,1-y} = m_3 a_{3-y},$$

$$-R_{3,1-x} r_3 s_3 + F_{3,1-y} r_3 c_3 = I_3 \alpha_3,$$

$$F_2 + R_{2,1-x} = m_2 a_{2-x},$$

$$R_{3,2-y} - R_{2,1-y} = m_2 a_{2-y}$$

y

$$-R_{2,1-y} r_2 + M_{2,1} = I_2 \alpha_2,$$

(4-50)

en donde

F_2 es la fuerza del actuador lineal;

$R_{i,j}$ es la reacción en el i -ésimo eslabón debida al j -ésimo eslabón. El segundo subíndice indica su componente cartesiana;

$F_{3,1} = k_t \delta_{r_1}$ es la fuerza provocada por el resorte de retorno del trinquete frontal. Con k_t como la rigidez del resorte de retorno y $\delta_{r_1} = r_1(t) - r_1(0)$;

$M_{2,1}$ es el momento de empotramiento del actuador lineal. En la unión del vector 1 y el 2; m_i representa la masa del i -ésimo eslabón;

a_i representa la aceleración lineal del cg del i -ésimo eslabón; y

α_i representa la aceleración angular del i -ésimo eslabón.

De (4-50) se puede resolver para las cargas desconocidas como

$$R_{3,2-y} = F_{3,1-y} - m_3 a_{3-y},$$

$$R_{3,1-x} = \frac{F_{3,1-y} r_3 c_3 - I_3 \alpha_3}{r_3 s_3},$$

$$F_2 = -(R_{3,1-x} - m_3 a_{3-x}),$$

$$R_{2,1-x} = m_2 a_{2-x} - F_2, \quad (4-51)$$

$$R_{2,1-y} = R_{3,2-y} - m_2 a_{2-y}$$

y

$$M_{2,1} = I_2 \alpha_2 + R_{2,1-y} r_2$$

4-F. Análisis del sistema

Luego de diseñar el sistema en su totalidad se analizó el modelo matemático del mismo, dado que en la sección 0 se obtuvo el modelo sin considerar la masa de las transmisiones, además se consideró la estructura diseñada en [25].

De acuerdo a la sección 0, el MI se puede representar matemáticamente durante la fase de oscilación mediante (4-5), el cual se repite a continuación:

$$MH^2 \mathbf{M}(\boldsymbol{\theta}) \ddot{\boldsymbol{\theta}} \times 10^{-3} = \boldsymbol{\tau},$$

en donde

M representa la masa total del usuario;

H representa la altura total del usuario;

$\mathbf{M}(\boldsymbol{\theta})$ representa la matriz de masa del MI del usuario, y está dada por

$$\mathbf{M}(\boldsymbol{\theta}) = \begin{bmatrix} K_1 + K_2 c_2 + (c_{3-2} + c_3) K_3 & -\frac{1}{2} [2K_4 + K_2 c_2 + (c_{3-2} + 2c_3) K_3] & \frac{1}{2} [2K_5 + (c_{3-2} + c_3) K_3] \\ -\frac{1}{2} [2K_4 + K_2 c_2 + (c_{3-2} + 2c_3) K_3] & K_4 + K_3 c_3 & -\frac{1}{2} (2K_5 + K_3 c_3) \\ \frac{1}{2} [2K_5 + (c_{3-2} + c_3) K_3] & -\frac{1}{2} (2K_5 + K_3 c_3) & K_5 \end{bmatrix},$$

y en ésta

$$K_1 = 10.7068,$$

$$K_2 = 4.1748,$$

$$K_3 = 0.5411,$$

$$K_4 = 3.0442,$$

$$K_5 = 0.3270,$$

c_i representa el coseno del i -ésimo ángulo, θ_i , y

$$c_{3-2} = \cos(\theta_3 - \theta_2);$$

$\boldsymbol{\theta} = [\theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3]^T$ representa los ángulos de las articulaciones: 1 para la cadera, 2 para la rodilla y 3 para el tobillo; y

$\boldsymbol{\tau} = [\tau_1 \ \tau_2 \ \tau_3]^T$ representa los momentos que se desarrollan en las articulaciones.

Además, de acuerdo a la sección 0, un EMI antropomorfo se puede representar durante la fase de oscilación mediante

$$\mathbf{M}_{EMI}(\boldsymbol{\theta}) \ddot{\boldsymbol{\theta}} = \boldsymbol{\tau}_{EMI}, \quad (4-52)$$

en donde $\mathbf{M}_{EMI}(\boldsymbol{\theta})$ representa la matriz de masa del EMI, y está dada por

$$\mathbf{M}_{EMI}(\boldsymbol{\theta}) = \begin{bmatrix} K'_1 + K'_2 c_2 + (c_{3-2} + c_3) K'_3 & -\frac{1}{2} [2K'_4 + K'_2 c_2 + (c_{3-2} + 2c_3) K'_3] & \frac{1}{2} [2K'_5 + (c_{3-2} + c_3) K'_3] \\ -\frac{1}{2} [2K'_4 + K'_2 c_2 + (c_{3-2} + 2c_3) K'_3] & K'_4 + K'_3 c_3 & -\frac{1}{2} (2K'_5 + K'_3 c_3) \\ \frac{1}{2} [2K'_5 + (c_{3-2} + c_3) K'_3] & -\frac{1}{2} (2K'_5 + K'_3 c_3) & K'_5 \end{bmatrix},$$

y en ésta

$$K'_1 = m'_1 \bar{L}'_1{}^2 + (L'_1{}^2 + \bar{L}'_2{}^2) m'_2 + (L'_1{}^2 + L'_2{}^2 + \bar{L}'_3{}^2) m'_3 + I'_1 + I'_2 + I'_3,$$

$$K'_2 = 2(m'_2 \bar{L}'_2 + m'_3 L_2) L_1,$$

$$K'_3 = (L_1 + L_2) m'_3 \bar{L}'_3,$$

$$K'_4 = m'_2 \bar{L}'_2{}^2 + (L'_2{}^2 + \bar{L}'_3{}^2) m'_3 + I'_2 + I'_3 \text{ y}$$

$$K'_5 = m'_3 \bar{L}'_3{}^2 + I'_3,$$

y en éstas

m'_i representa la masa del i -ésimo elemento medular del EMI,

I'_i representa el segundo momento de inercia del i -ésimo elemento medular del EMI,

L_i representa la longitud del i -ésimo elemento medular del EMI: 1 para el muslo, 2 para la pierna y 3 para el pie, y

\bar{L}'_i representa la distancia proximal al cg del i -ésimo elemento medular del EMI; y

$\boldsymbol{\tau}' = [\tau'_1 \quad \tau'_2 \quad \tau'_3]^T$ representa los momentos necesarios, en la cadera, rodilla y tobillo, para mover la estructura.

Toda vez que la pierna y pie del EMI se diseñaron finalmente como un solo elemento, al estar unidos mediante una unión con tornillos, m'_3 , I'_3 y \bar{L}'_3 son iguales a cero, y $\mathbf{M}_{EMI}(\boldsymbol{\theta})$ se puede describir como

$$\mathbf{M}_{EMI}(\boldsymbol{\theta}) = \begin{bmatrix} K'_1 + K'_2 c_2 & -\frac{1}{2}(2K'_4 + K'_2 c_2) & 0 \\ -\frac{1}{2}(2K'_4 + K'_2 c_2) & K'_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

en donde

$$K'_1 = m'_1 \bar{L}'_1{}^2 + (L_1^2 + \bar{L}'_2{}^2) m'_2 + I'_1 + I'_2,$$

$$K'_2 = 2m'_2 L_1 \bar{L}'_2 \text{ y}$$

$$K'_4 = m'_2 \bar{L}'_2{}^2 + I'_2$$

El modelo (4-7) describe los momentos $\boldsymbol{\tau}'$ que se requieren en la cadera, rodilla y tobillo del usuario durante la fase de apoyo. El modelo (4-7) se repite a continuación:

$$MH\{HM'(\boldsymbol{\theta})\ddot{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{G}'(\boldsymbol{\theta})\} \times 10^{-3} = \boldsymbol{\tau}', \quad (4-53)$$

en donde $\mathbf{M}'(\boldsymbol{\theta})$ y $\mathbf{G}'(\boldsymbol{\theta})$ son las matrices de masa y gravedad, y están dadas por

$$\mathbf{M}'(\boldsymbol{\theta}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ M'_{2,1} & M'_{2,2} & M'_{2,3} \\ M'_{3,1} & M'_{3,2} & M'_{3,3} \end{bmatrix}$$

y

$$\mathbf{G}'(\boldsymbol{\theta}) = \begin{bmatrix} 0 \\ G'_{2,1} \\ G'_{3,1} \end{bmatrix},$$

en donde

$$M'_{2,1} = K_6 + K_7 c_2 + K_8 c_{3-2},$$

$$\begin{aligned} M'_{2,2} &= -(K_7 c_2 + K_8 c_{3-2}), \\ M'_{2,3} &= K_8 c_{3-2}, \\ M'_{3,1} &= K_9 + K_7 c_2 + K_{10} c_3, \\ M'_{3,2} &= -(K_9 + K_{10} c_3), \\ M'_{3,3} &= K_{10} c_3, \\ G'_{2,1} &= -K_{11} s_1 g \text{ y} \\ G'_{3,1} &= -K_{12} s_{2-1} g, \end{aligned}$$

y en éstas

$$\begin{aligned} K_6 &= 9.3679, \\ K_7 &= 8.9579, \\ K_8 &= 5.5350, \\ K_9 &= 10.0493, \\ K_{10} &= 6.0845, \\ K_{11} &= 21.4202, \\ K_{12} &= 23.5470 \end{aligned}$$

s_i representa el seno del i -ésimo ángulo y

$$s_{i\pm j\pm k} = \text{sen}(\theta_i \pm \theta_j \pm \theta_k)$$

Análogamente, se puede desarrollar un modelo que describa los momentos τ'_{EMI} requeridos en la cadera, rodilla y tobillo del EMI para mover la estructura mecánica durante la fase de apoyo. Éste sería

$$\mathbf{M}'_{EMI}(\boldsymbol{\theta})\ddot{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{G}'_{EMI}(\boldsymbol{\theta}) = \boldsymbol{\tau}'_{EMI}, \quad (4-54)$$

en donde $\mathbf{M}'_{EMI}(\boldsymbol{\theta})$ y $\mathbf{G}'_{EMI}(\boldsymbol{\theta})$ son las matrices de masa y gravedad del EMI, y están dadas por

$$\mathbf{M}'_{EMI}(\boldsymbol{\theta}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ M'_{EMI_{2,1}} & M'_{EMI_{2,2}} & M'_{EMI_{2,3}} \\ M'_{EMI_{3,1}} & M'_{EMI_{3,2}} & M'_{EMI_{3,3}} \end{bmatrix}$$

y

$$\mathbf{G}'_{EMI}(\boldsymbol{\theta}) = \begin{bmatrix} 0 \\ G'_{EMI_{2,1}} \\ G'_{EMI_{3,1}} \end{bmatrix},$$

en donde

$$\begin{aligned} M'_{EMI_{2,1}} &= K'_6 + K'_7 c_2 + K'_8 c_{3-2}, \\ M'_{EMI_{2,2}} &= -(K'_7 c_2 + K'_8 c_{3-2}), \\ M'_{EMI_{2,3}} &= K'_8 c_{3-2}, \end{aligned}$$

$$M'_{EMI_{3,1}} = K'_9 + K'_7 c_2 + K'_{10} c_3,$$

$$M'_{EMI_{3,2}} = -(K'_9 + K'_{10} c_3),$$

$$M'_{EMI_{3,3}} = K'_{10} c_3,$$

$$G'_{EMI_{2,1}} = -K'_{11} s_1 g \text{ y}$$

$$G'_{EMI_{3,1}} = -K'_{12} s_2 - g,$$

y en éstas

$$K'_6 = m'_1 \bar{L}'^2_{1EMI} + m'_{UB} L_1^2 + I'_{1EMI},$$

$$K'_7 = (m'_1 \bar{L}'_{1EMI} + m'_{UB} L_1) L_2,$$

$$K'_8 = (m'_1 \bar{L}'_{1EMI} + m'_{UB} L_1) L_3,$$

$$K'_9 = (m'_1 + m'_{UB}) L_2^2 + m'_2 \bar{L}'^2_{2EMI} + I'_{2EMI},$$

$$K'_{10} = [(m'_1 + m'_{UB}) L_2 + m'_2 \bar{L}'_{2EMI}] L_3,$$

$$K'_{11} = m'_1 \bar{L}'_{1EMI} + m'_{UB} L_1,$$

$$K'_{12} = (m'_1 + m'_{UB}) L_2 + m'_2 \bar{L}'_{2EMI},$$

$g = 9.80665 \text{ m/s}^2$ es la aceleración debido a la gravedad.

Al considerar que la pierna y el pie son un mismo elemento $L_3 = 0$ y las matrices $\mathbf{M}'_{EMI}(\boldsymbol{\theta})$ y $\mathbf{G}'_{EMI}(\boldsymbol{\theta})$ se describen como

$$\mathbf{M}'_{EMI}(\boldsymbol{\theta}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ K'_6 + K'_7 c_2 & -K'_7 c_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

y

$$\mathbf{G}'_{EMI}(\boldsymbol{\theta}) = g \begin{bmatrix} 0 \\ -K'_{11} s_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Una vez definido el sistema usuario-exoesqueleto (**SUE**) por partes: dos modelos para el MI, uno para la fase de apoyo y otro para la de oscilación; y otros dos para el EMI, uno por cada fase, es deseable tener un solo modelo en el que se consideren todas las partes. Éste sería

$$\mathbf{M}^*(\boldsymbol{\theta}) \ddot{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{G}^*(\boldsymbol{\theta}) = \boldsymbol{\tau}^*, \quad (4-55)$$

en donde

$\boldsymbol{\tau}^* = \langle \tau_1^*, \tau_2^*, \tau_3^* \rangle$ son los momentos que se deben de aplicar en las articulaciones del EMI para mover todo el sistema y

$\mathbf{M}^*(\boldsymbol{\theta})$ y $\mathbf{G}^*(\boldsymbol{\theta})$ son las matrices de masa y gravedad del SUE y están dadas por

$$\mathbf{M}^*(\theta) = \begin{cases} MH^2\mathbf{M}(\theta) \times 10^{-3} + \mathbf{M}_{EMI}(\theta), & \text{fase de oscilación} \\ MH^2\mathbf{M}'(\theta) + \mathbf{M}'_{EMI}(\theta), & \text{fase de apoyo} \end{cases}$$

y

$$\mathbf{G}^*(\theta) = \begin{cases} 0, & \text{fase de oscilación} \\ MH\mathbf{G}'(\theta) \times 10^{-3} + \mathbf{G}'_{EMI}(\theta), & \text{fase de apoyo} \end{cases}$$

En la Fig. 4-51 se muestran los momentos netos, τ_N , los momentos provocados por el usuario, τ_{us} , y los provocados por el EMI, τ_{EMI} . Se aprecia que $\tau_{EMI} < \tau_{US}$ excepto en la rodilla durante la fase de oscilación.

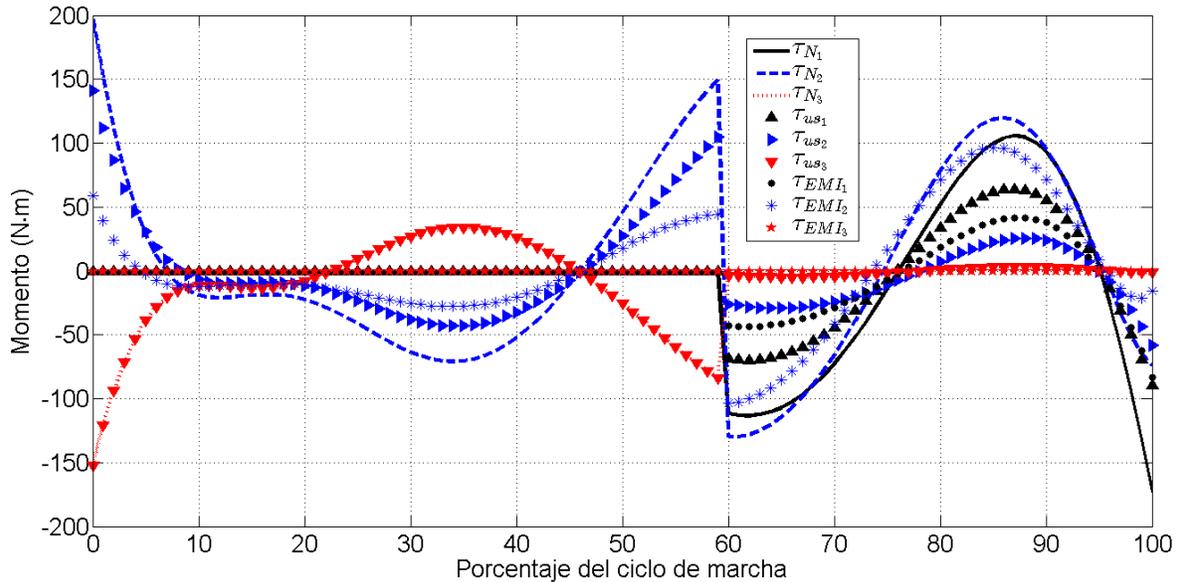


Fig. 4-51 Momentos desarrollados, debido al usuario, al exoesqueleto y el total, en las articulaciones del sistema usuario-exoesqueleto durante un ciclo de marcha a una velocidad de marcha de 1.34 m/s.

4-G. Configuración del prototipo virtual

Inicialmente se había propuesto una transmisión de potencia de tres etapas, con una relación de momento de 1:24, con la finalidad de colocar un motor de momento pequeño, alrededor de 10 N·m, el cual sería económico. Sin embargo, tal transmisión aumentaría en gran medida el peso, y el volumen, del EMI. Además, está la posibilidad de que se transfiera una carga demasiado grande al usuario. Para solucionar esto, se diseñó una transmisión de una etapa, Fig. 4-52. En ésta, el arreglo geométrico de los pernos que transfieren las cargas de los rodamientos externos, hacia la placa interna, permite que tales cargas se anulen. En la Fig. 4-53 se muestra el dcl de la transmisión. En la figura

W^t es la carga tangencial,

W^r es la carga radial y

r es la distancia radial, desde el centro de los pernos que unen la transmisión con el EMI, hasta el centro de los pernos que transmiten la carga de las placas secundarias a la principal.

De la Fig. 4-53 se deduce que los pernos que unirían la transmisión con el EMI estarían soportando una carga cortante secundaria provocada por el momento que generan las cuatro

cargas de magnitud $W^t/2$, mientras que la carga cortante principal, provocada tanto por las cuatro cargas de magnitud $W^t/2$, como por las cuatro de magnitud $W^r/2$, así como los momentos provocados por las cuatro cargas de magnitud $W^r/2$, se anularían. La transmisión se diseñó pensando en un motor Ak80-80 [85]. Así, una relación de momento de 1:1.6 sería suficiente. No obstante, la masa de la transmisión sería mayor a 35 kg. Por lo tanto, se tomó la decisión de colocar el motor sin multiplicador de torque. Esto elimina el problema del peso y las cargas. Sin embargo, sólo se podría aplicar un momento máximo de 144 N·m, que es el 61.25% del momento máximo requerido. Posterior a esto, se realizó el diseño de los elementos medulares.

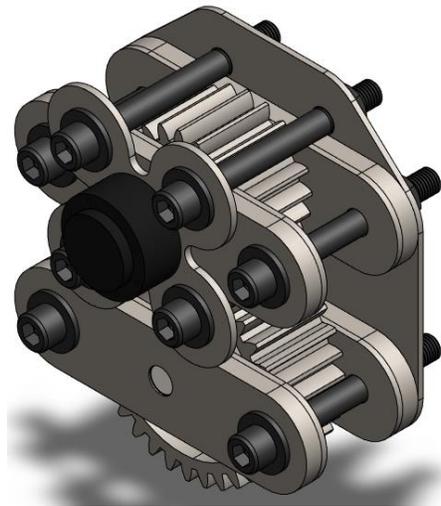


Fig. 4-52 Transmisión de una etapa.

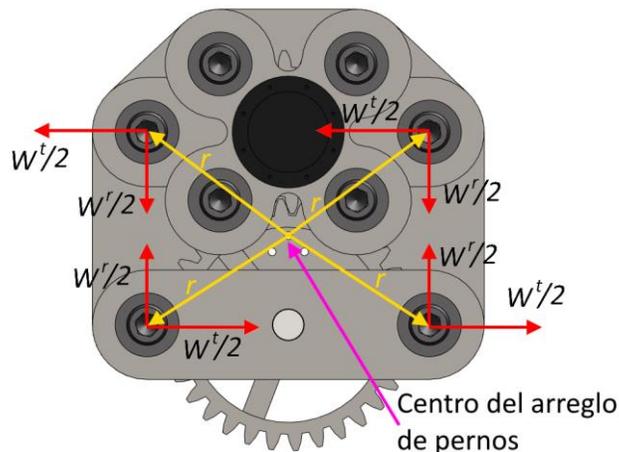


Fig. 4-53 Cargas de la transmisión de una etapa.

El EMI se modeló en SolidWorks y se exportó a ADAMS para su análisis. En la Fig. 4-54 se muestra el modelo 3D del EMI. Adicionalmente, en la Fig. 4-55 se muestra el mecanismo de embrague; en la Fig. 4-56 se muestra el mecanismo sincronizador y el estabilizador; en la Fig. 4-57 se muestra más detalle del sincronizador; y en la Fig. 4-58 se muestra más detalle del trinquete frontal.

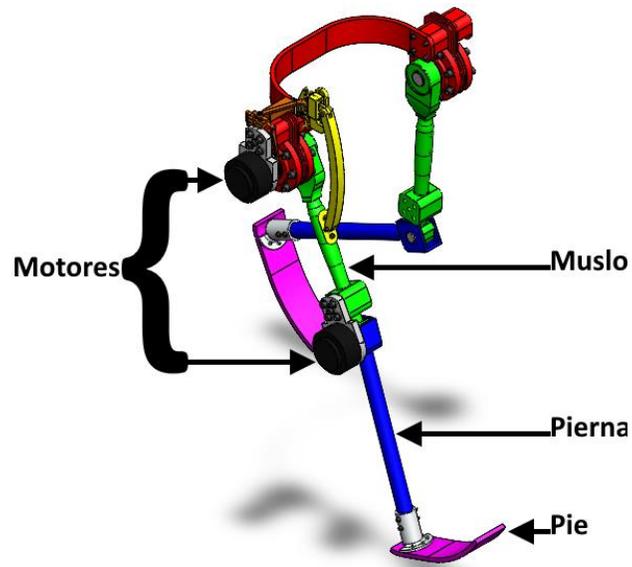


Fig. 4-54 Modelo 3D del exoesqueleto.

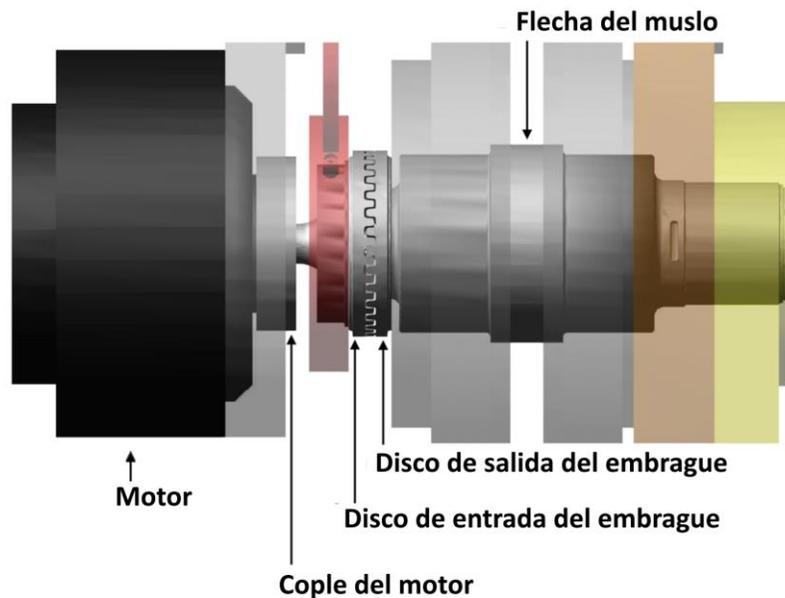


Fig. 4-55 Vista ampliada del mecanismo tipo embrague.

Las primeras pruebas que se realizaron fueron cinemáticas, para observar el movimiento del mecanismo. Durante las primeras pruebas se observó que el soporte del trinquete móvil se desalineaba con respecto al eje vertical de la ranura de la guía. En la Fig. 4-59 se aprecia tal desalineamiento. Esto se debe a la holgura que se estableció en la guía, con la finalidad de que el rodamiento pueda girar dentro de la guía, dado que, si la ranura de la guía hubiese sido del mismo diámetro que el rodamiento que correrá dentro de ella, la pista externa del rodamiento no habría sido capaz de girar, sino que se hubiese deslizado, y se habría presentado una fricción indeseable. Para evitar este desalineamiento, se rediseñó el soporte del trinquete móvil para que tenga cuatro rodamientos, como se muestra en la Fig. 4-60. Al ejecutar una prueba de movimiento se observó que el desalineamiento se eliminó por completo.

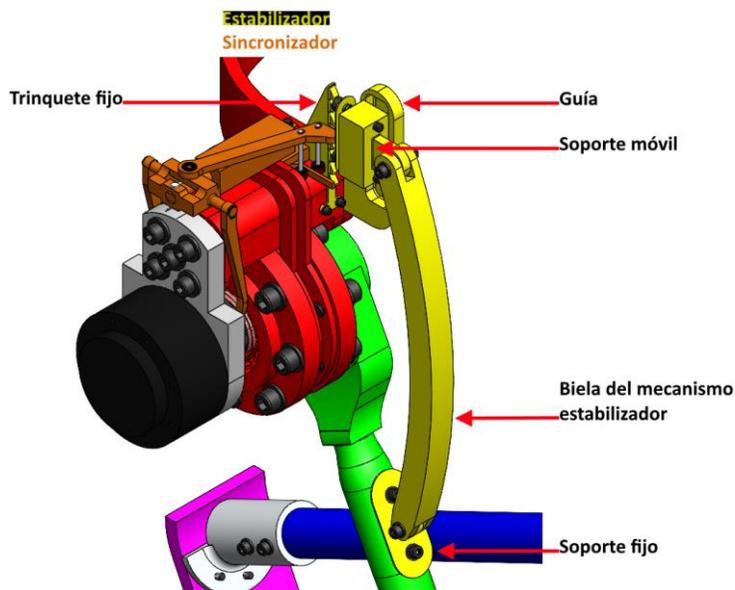


Fig. 4-56 Vista ampliada del sincronizador y estabilizador.

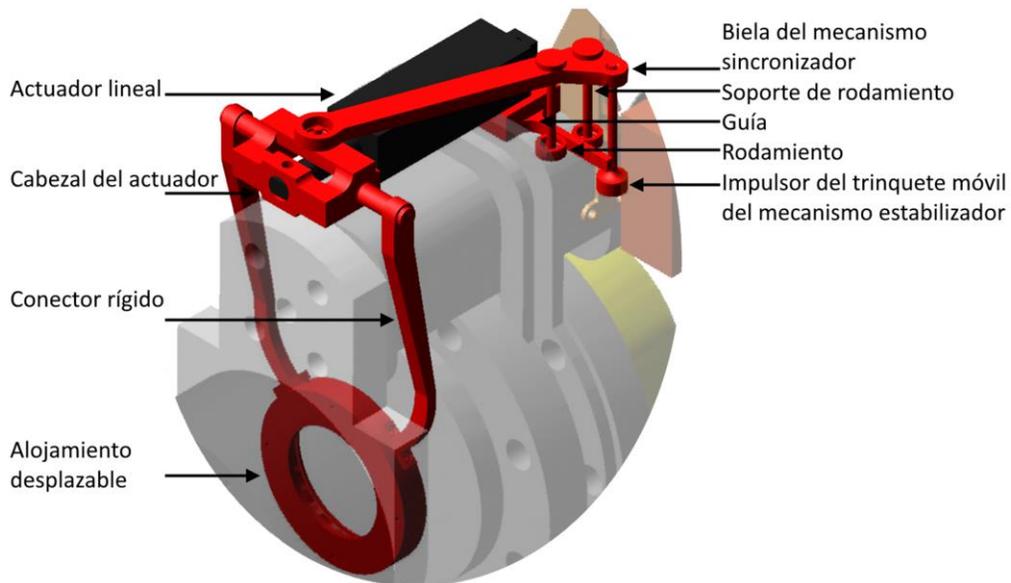


Fig. 4-57 Vista ampliada del sincronizador.

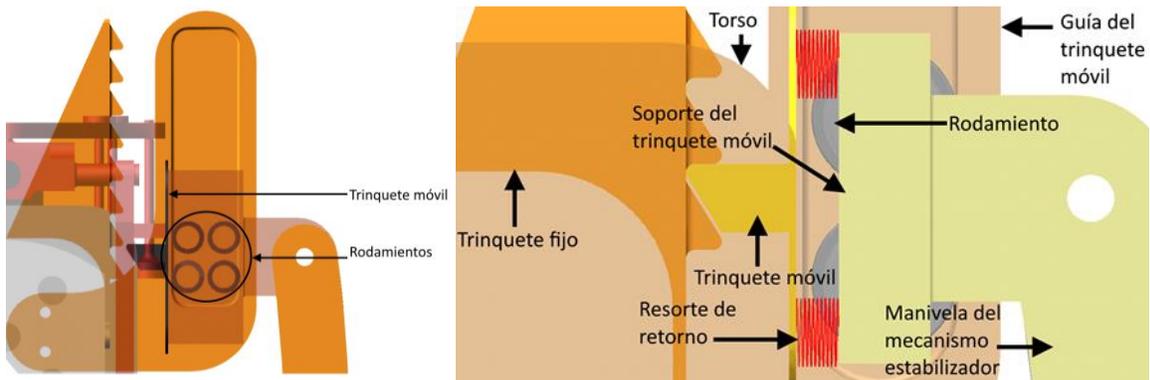


Fig. 4-58 Vistas ampliadas del trinquete frontal.

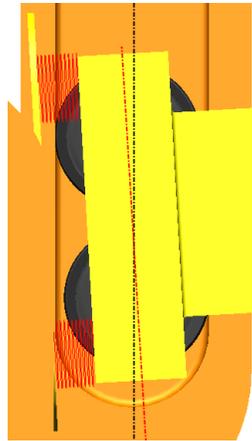


Fig. 4-59 Representación del desalineamiento del soporte del trinquete móvil. El eje negro es el eje de la guía y el eje rojo es del soporte.

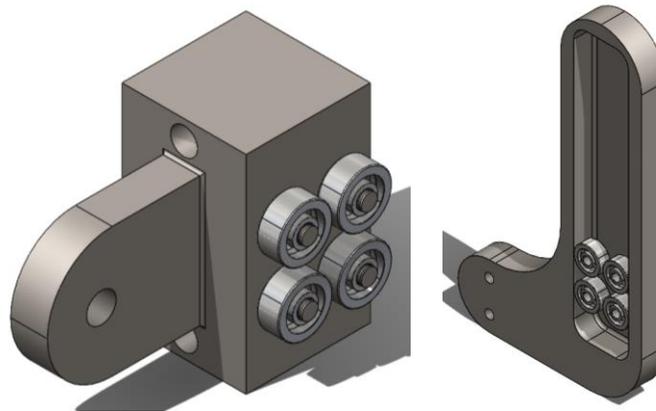


Fig. 4-60 Soporte del trinquete móvil con cuatro rodamientos para eliminar el desalineamiento respecto al eje de la ranura de la guía (izquierda). Guía del trinquete frontal con los cuatro rodamientos dentro de su ranura (derecha). Para facilitar el análisis en ADAMS, se han omitido los elementos rodantes de los rodamientos.

Tanto en el embrague, como en el trinquete frontal, se establecieron fuerzas de contacto. En la Fig. 4-61 se muestra el cuadro de diálogo de ADAMS para establecer los parámetros de la fuerza de contacto. Los parámetros “*Static Coefficient*” y “*Dynamic Coefficient*” son los coeficientes de fricción estática, μ_e , y dinámica, μ_d , respectivamente. Éstos se pueden obtener de bibliografía. Suponiendo que ambas superficies estén limpias y secas (sin lubricación), para un contacto aluminio-aluminio los coeficientes son $\mu_e = 0.42$ y $\mu_d = 0.34$, para acero-acero $\mu_e = 0.31$, $\mu_d = 0.23$, y para acero-aluminio $\mu_e = 0.35$, $\mu_d = 0.25$. Todos los coeficientes son para aluminio 6061 y acero 1030 [86]. Por otro lado, los parámetros “*Stiction Transition Vel.*” y “*Friction Transition Vel.*” se refieren a la velocidad de transición a fricción estática V_{fe} y dinámica V_{fd} , respectivamente.

Considere el diagrama de la Fig. 4-62 y suponga que el bloque de la figura está en reposo. Si se le aplica una fuerza horizontal P , la fuerza de fricción, F_f , aumentará de cero a $F_f = N\mu_e$ en un instante, en donde N es una fuerza normal a la superficie de contacto. Al umbral de fuerza que hay que sobrepasar para poner en movimiento un cuerpo le conoce como fricción estática. Aunque la fricción estática es una discontinuidad, ADAMS la modela como una continuidad, como se muestra en la Fig. 4-63. En ADAMS, para aproximar el fenómeno

de fricción estática, la velocidad V_{fe} a la cual F_f aumenta de cero a $N\mu_e$, se puede aproximar a cero. Una vez que un cuerpo se pone en movimiento, ocurrirá un determinado tiempo hasta que F_f adquiera el valor constante $N\mu_d < N\mu_e$. El umbral de fuerza que hay que sobrepasar para mantener en movimiento un cuerpo se le conoce como fricción dinámica. La velocidad V_{fd} a la que F_f disminuye de $N\mu_e$ a $N\mu_d$, es un parámetro que depende de los materiales en contacto [87]–[89]. De acuerdo al comportamiento de la curva de Stribeck, V_{fd} se puede considerar igual a 0.1 m/s [90]–[92].

Modify Contact	
Contact Name	CONTACT_3
Contact Type	Solid to Solid
I Solid(s)	SKF_619_7_2Z_23.SOLID;
J Solid(s)	SOLID7
<input checked="" type="checkbox"/> Force Display	Red
Normal Force	Impact
Stiffness	1.0E+08
Force Exponent	2.2
Damping	1.0E+04
Penetration Depth	1.0E-04
<input type="checkbox"/> Augmented Lagrangian	
Friction Force	Coulomb
Coulomb Friction	On
Static Coefficient	0.3
Dynamic Coefficient	0.1
Stiction Transition Vel.	0.1
Friction Transition Vel.	1.0
<input type="button" value="OK"/> <input type="button" value="Apply"/> <input type="button" value="Close"/>	

Fig. 4-61 Parámetros para definir una fuerza de contacto en ADAMS.

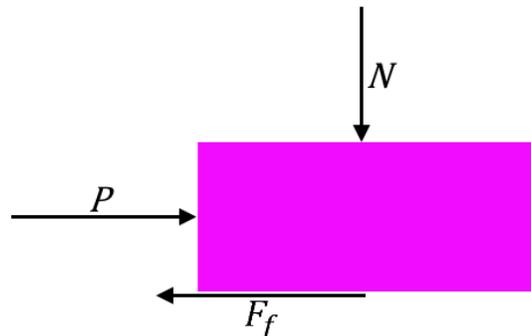


Fig. 4-62 Diagrama de cuerpo libre de un bloque en donde se toma en cuenta la fuerza de fricción.

En la Fig. 4-61 se muestran otros cuatro parámetros, empleados para modelar la fuerza de impacto. Éstos son: la rigidez de la interfaz de contacto, $k_{interfaz}$, el exponente de la característica de deformación de la fuerza, e_{fuerza} , el coeficiente de amortiguamiento

máximo, $c_{m\acute{a}x}$, y el límite de penetración con amortiguamiento máximo, $p_{m\acute{a}x}$ [87]. La rigidez $k_{interfaz}$ no es una propiedad de los materiales ni se puede obtener de bibliografía; el exponente e_{fuerza} es una propiedad de los materiales y para aluminio y acero su valor es de $e_{fuerza} \sim 1.5$ y $e_{fuerza} \sim 2.2$, respectivamente; $c_{m\acute{a}x}$ se recomienda que sea de máximo 1 % de $k_{interfaz}$; $p_{m\acute{a}x}$ no se refiere a la profundidad de penetración máxima, sino a la rapidez con la que el coeficiente de amortiguamiento aumenta de cero a $c_{m\acute{a}x}$. Se recomienda usar $p_{m\acute{a}x} = 0.01$ [88], [93]. Los valores mencionados son aquellos recomendados para obtener una aproximación en ADAMS de la fuerza en la interfaz durante el impacto de dos cuerpos. Sin embargo, determinar valores más aproximados a la realidad es una ardua labor, se requieren análisis experimentales, y no es objetivo particular en esta tesis abordar ese tema.

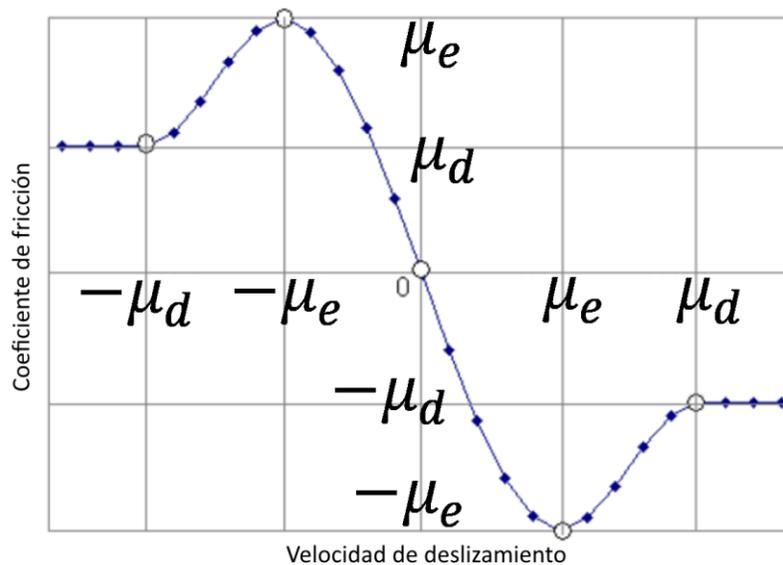


Fig. 4-63 Coeficiente de fricción en función de la velocidad de deslizamiento relativa entre dos elementos en contacto [87].

Suponiendo que los elementos en contacto actúen como resortes en serie, $k_{interfaz}$ se determina mediante [81]

$$k_{interfaz} = \frac{1}{\sum \frac{1}{k_i}}, \tag{4-56}$$

en donde k_i es la rigidez del i -ésimo elemento en contacto.

Para un elemento sometido a carga axial, la deformación δ provocada por tal carga está dada por

$$\delta = \frac{PL}{AE}, \tag{4-57}$$

en donde

A es el área transversal y

E es el módulo de Young del material del elemento.

Dado que, para este tipo de caso, la rigidez está dada por

$$k = \frac{P}{\delta}, \quad (4-58)$$

al sustituir (4-58) en (4-57) se obtiene

$$k = \frac{AE}{L}$$

Para el contacto en el embrague y el trinquete L y A serán iguales. Por lo tanto, (4-56) se escribe como

$$k_{interfaz} = \frac{1}{\sum \frac{1}{k_i}} = \frac{1}{\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}} = \frac{1}{\frac{L}{AE_1} + \frac{L}{AE_2}} = \frac{E_1 E_2}{(E_1 + E_2)}$$

Luego de establecer los parámetros de contacto se realizó una co-simulación entre ADAMS y Simulink en lazo cerrado. En esta se ejecutó el ciclo de marcha y se observó que el sistema embrague trinquete (**SET**) cumple con los requisitos cinemáticos, lo cual era el primer objetivo al simular el sistema. Posterior a la configuración del prototipo virtual, se implementó una estrategia de control y se realizaron simulaciones para validar el diseño y la hipótesis. El sistema de control y su análisis se detallan en el siguiente capítulo.

CAPÍTULO 5 | SISTEMA DE CONTROL

En este capítulo se presenta el desarrollo de la estrategia de control implementada. Por simplicidad, sólo se tomó en cuenta la estructura del EMI con sistemas de potencia. Dado que el EMI es antropomorfo, su modelo matemático es análogo al del usuario, como se demostró en la sección 4-F, y los resultados obtenidos aquí para la estructura del EMI son, por tanto, extrapolables al SUE.

El modelo matemático del sistema está definido por partes: se define como un péndulo doble durante la fase de oscilación y como un péndulo doble invertido durante la fase de apoyo, esto lo convierte en un sistema de estructura variable (**SEV**). En los SEV es común implementar estrategias de control de estructura variable (**CEV**) [94].

El sistema, despreciando la matriz de Coriolis y de efecto centrífugo, está definido mediante

$$\ddot{\theta} = \mathbf{M}_{EXO}^{-1}(\theta)[\tau_{EXO} - \mathbf{G}_{EXO}(\theta)],$$

en donde

$$\mathbf{M}_{EXO}(\theta) = \begin{cases} \mathbf{M}_{EMI_{12,12}}(\theta), & \text{fase de oscilación} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \Delta_1 & \Delta_2 \end{bmatrix}, & \text{fase de apoyo} \end{cases},$$

y en estas

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= (\bar{L}'_{1EMI}{}^2 + \bar{L}'_{1EMI}L_3c_{3-2} + \bar{L}'_{1EMI}L_2c_2)m'_1 + (L_1^2 + L_1L_3c_{3-2} + L_1L_2c_2)m'_{UB} + \\ & \quad I'_{1EMI} + I'_{2EMI} \text{ y} \\ \Delta_2 &= -[(\bar{L}'_{1EMI}L_3c_{3-2} + \bar{L}'_{1EMI}L_2c_2)m'_1 + (L_1L_3c_{3-2} + L_1L_2c_2)m'_{UB} + I'_{2EMI}]; \end{aligned}$$

$$\mathbf{G}_{EXO}(\theta) = \begin{cases} \begin{bmatrix} \Delta_3 \\ \Delta_4 \end{bmatrix}, & \text{fase de oscilación} \\ \begin{bmatrix} 0 \\ \Delta_5 \end{bmatrix}, & \text{fase de apoyo} \end{cases}$$

y en estas

$$\begin{aligned} \Delta_3 &= [m'_1\bar{L}'_1s_1 + (L_1s_1 - \bar{L}'_2s_{2-1})m'_2]g, \\ \Delta_4 &= m'_2\bar{L}'_2s_{2-1}g \text{ y} \\ \Delta_5 &= -(m'_1\bar{L}'_{1EMI} + m'_{UB}L_1)gs_1; \text{ y} \end{aligned}$$

τ_{EXO} es el momento aplicado por los motores del EMI.

Si se definen las variables de estado como

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix},$$

en donde

$$\mathbf{x}_1 = \begin{bmatrix} x_{1_1} \\ x_{1_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} \text{ y } \mathbf{x}_2 = \begin{bmatrix} x_{2_1} \\ x_{2_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix},$$

se tiene que [95]

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_2 \\ \mathbf{M}_{EXO}^{-1}(\mathbf{x}_1)[\mathbf{u} - \mathbf{G}_{EXO}(\mathbf{x}_1)] \end{bmatrix}, \quad (5-1)$$

en donde $\mathbf{u} = \boldsymbol{\tau}_{EXO}$.

En virtud de que (5-1) es no lineal, antes de implementar una estrategia de control, se linealizó. La aproximación lineal de (5-1) está dada por [95]

$$\dot{\mathbf{x}}_\delta = \mathbf{A}\mathbf{x}_\delta + \mathbf{B}\mathbf{u}_\delta, \quad (5-2)$$

en donde \mathbf{x}_δ y \mathbf{u}_δ son las variables incrementales de estado y de entrada, respectivamente, y están dados por

$$\mathbf{x}_\delta = \mathbf{x} - \mathbf{x}_d$$

y

$$\mathbf{u}_\delta = \mathbf{u} - \mathbf{u}_d,$$

en donde

\mathbf{x} y \mathbf{x}_d son el vector de estado medido, mediante algún sensor, y el deseado, respectivamente, y

\mathbf{u} y \mathbf{u}_d son la entrada real que se aplicará al sistema, y la entrada deseada, respectivamente;

\mathbf{A} y \mathbf{B} son las matrices Jacobianas que definen la aproximación lineal y están dadas por

$$\mathbf{A} = \left. \frac{\partial \dot{\mathbf{x}}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{(\mathbf{X}, \mathbf{U})} \quad (5-3)$$

y

$$\mathbf{B} = \left. \frac{\partial \dot{\mathbf{x}}}{\partial \mathbf{u}} \right|_{(\mathbf{X}, \mathbf{U})},$$

en donde (\mathbf{X}, \mathbf{U}) es el punto de equilibrio del sistema no lineal, en donde $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{0}$.

Para determinar los puntos de equilibrio se establece la condición $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{0}$. Dado el sistema (5-1), se tiene que el punto de equilibrio (\mathbf{X}, \mathbf{U}) está dado por $\mathbf{X}_2 = \mathbf{0}$ y $\mathbf{M}_{EXO}^{-1}(\mathbf{X}_1)[\mathbf{U} - \mathbf{G}_{EXO}(\mathbf{X}_1)] = \mathbf{0}$, con \mathbf{X}_1 arbitrario. Es decir, el EMI estaría en equilibrio en cualquier

posición, siempre y cuando se apliquen momentos $U(X_1)$ constantes que mantengan al EMI en alguna posición constante X_1 , entonces

$$U = G_{EXO}(X_1) \tag{5-4}$$

A pesar de haber despreciado la matriz de gravedad para calcular los momentos durante la fase de oscilación para el diseño del sistema mecánico, de (5-4) es evidente que para el control del sistema se debe tomar en cuenta.

Una vez que se tiene el punto de equilibrio (X, U) , se puede evaluar (5-3) de la forma

$$A = \left. \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{x}_1}{\partial x_1} & \frac{\partial \dot{x}_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial \dot{x}_2}{\partial x_1} & \frac{\partial \dot{x}_2}{\partial x_2} \end{bmatrix} \right|_{(X,U)} \tag{5-5}$$

$$B = \left. \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{x}_1}{\partial u} \\ \frac{\partial \dot{x}_2}{\partial u} \end{bmatrix} \right|_{(X,U)}$$

Al sustituir (5-1) y (X, U) en (5-5) se obtienen

$$A = \left. \begin{bmatrix} \mathbf{0}_2 & I_2 \\ A_{34,12} & \mathbf{0}_2 \end{bmatrix} \right|_{(X,U)} \tag{5-6}$$

$$B = \left. \begin{bmatrix} \mathbf{0}_2 \\ B_{2,1} \end{bmatrix} \right|_{(X,U)},$$

en donde

$$A_{34,12} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{x}_{21}}{\partial x_{1,1}} & \frac{\partial \dot{x}_{21}}{\partial x_{1,2}} \\ \frac{\partial \dot{x}_{22}}{\partial x_{1,1}} & \frac{\partial \dot{x}_{22}}{\partial x_{1,2}} \end{bmatrix} = - \left[M_{EXO}^{-1}(x_1) \frac{\partial G_{EXO}(x_1)}{\partial x_{11}} \quad M_{EXO}^{-1}(x_1) \frac{\partial G_{EXO}(x_1)}{\partial x_{12}} + \frac{\partial M_{EXO}^{-1}(x_1)}{\partial x_{12}} G_{EXO}(x_1) \right]$$

$$B_{2,1} = M_{EXO}^{-1}(x_1)$$

El modelo lineal se obtiene al sustituir (5-6) en (5-5), y ésta en (5-2).

Posteriormente, se propuso una ley de control lineal de la forma

$$\mathbf{u}_\delta = -\mathbf{K}\mathbf{x}_\delta, \quad (5-7)$$

en donde \mathbf{K} es la matriz de ganancias de la realimentación del vector de estado.

Entonces, al sustituir (5-7) en (5-2) se obtiene

$$\dot{\mathbf{x}}_\delta = (\mathbf{A} - \mathbf{BK})\mathbf{x}_\delta$$

La matriz de ganancias se obtuvo mediante la fórmula extendida de Ackermann para sistemas de control multivariables [96]. La metodología es la siguiente:

Primero, se obtiene una matriz artificial $\mathbf{B}' = \mathbf{B}\boldsymbol{\eta}$ en donde $\boldsymbol{\eta}$ es una matriz de dimensión $m \times h$, con $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n \times m}$ y $h > 1$, tal que $f = n/h \in \mathbb{N}$, de tal manera que el par \mathbf{A}, \mathbf{B}' sea controlable. En este caso se ha elegido $h = 2$.

La matriz de controlabilidad, dada por

$$\mathbf{C} = [\mathbf{B}' \quad \mathbf{A}\mathbf{B}' \quad \mathbf{A}^2\mathbf{B}' \quad \dots \quad \mathbf{A}^{f-1}\mathbf{B}'],$$

resulta controlable con la matriz $\boldsymbol{\eta}$, generada aleatoriamente, dada por

$$\boldsymbol{\eta} = \begin{bmatrix} \eta_{1,1} & \eta_{1,2} \\ \eta_{2,1} & \eta_{2,2} \end{bmatrix},$$

en donde $\eta_{i,j} \neq 0$.

Posteriormente, se establece el polinomio característico artificial de grado f , $d_1(s)$. Dado que $n = 4$ y $h = 2$ $f = 2$. Entonces el polinomio característico artificial deseado es de la forma [97]

$$d_1(s) = s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2$$

Después, se obtienen las ganancias artificiales mediante

$$\mathbf{K}' = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_m & \dots & \mathbf{0}_m & \mathbf{I}_m \end{bmatrix} \mathbf{C}^{-1} d_1(\mathbf{A}),$$

es decir

$$\mathbf{K}' = [\mathbf{0}_2 \quad \mathbf{I}_2][\mathbf{B}' \quad \mathbf{A}\mathbf{B}']^{-1}(\mathbf{A}^2 + 2\zeta\omega_n\mathbf{A} + \omega_n^2\mathbf{I}_4)$$

Por último, se calculan las ganancias deseadas como $\mathbf{K} = \boldsymbol{\eta}\mathbf{K}'$. Lo que resulta en

$$\mathbf{K} = \mathbf{M}_{EXO}[\mathbf{A}_{34,12} + \omega_n^2\mathbf{I}_2 \quad 2\zeta\omega_n\mathbf{I}_2]$$

Puesto que se desea implementar una estrategia de control para seguimiento de trayectoria,

es decir, se desea establecer una función de error que mida la diferencia entre el vector de estados medido, $\dot{\mathbf{x}}$, y el vector de estados de referencia [98], $\dot{\mathbf{r}}$, $\dot{\mathbf{e}} = \dot{\mathbf{x}} - \dot{\mathbf{r}}$, en donde $\dot{\mathbf{r}} = [\dot{\theta} \quad \dot{\theta}]^T$ es el vector de estados de referencia, con $\mathbf{r} = [r_1 \quad r_2]^T$, se tiene que

$$\dot{\mathbf{e}} = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_2 \\ \mathbf{M}_{EXO}^{-1}(\theta_1)[\boldsymbol{\tau} - \mathbf{G}_{EXO}(\theta_1)] - \ddot{\boldsymbol{\theta}} \end{bmatrix} \quad (5-8)$$

Se desea que el error sea cero. Por lo tanto, se establece $\dot{\mathbf{e}} = \mathbf{0}$ y, de (5-8), se obtiene $\mathbf{e}_2 = \mathbf{0}$ y $\boldsymbol{\tau} = \mathbf{M}_{EXO}(\boldsymbol{\theta})\ddot{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{G}_{EXO}(\boldsymbol{\theta}_1)$. Así, la señal de control se define como

$$\mathbf{u} = -\mathbf{K}\mathbf{e} + \boldsymbol{\tau} \quad (5-9)$$

De acuerdo a [97], valores de ζ entre 0.5 y 0.8 le permiten a un sistema acercarse al valor deseado con mayor rapidez que un sistema con $\zeta \geq 1$. Por lo tanto, se estableció un valor de $\zeta = 0.8$, que ofrece una respuesta más rápida que $\zeta = 0.5$. Además, el tiempo de asentamiento es inversamente proporcional a ω_n , por lo que se desea un valor grande de ω_n . Al establecer $\omega_n = 38$ se obtiene el comportamiento mostrado en la Fig. 5-1. El valor de ω_n se determinó mediante el MDCMAS. Para valores mayores de ω_n , la entrada adquiere valores indeseables. A saber, aumentar el valor de ω_n genera un aumento en el momento aplicado. Al obtener los factores de correlación de Pearson, R , entre las trayectorias deseadas y las seguidas se obtuvo un valor de 0.9990 para la cadera y 0.9997 para la rodilla. Adicionalmente, en la Fig. 5-2 se muestra el comportamiento de $\mathbf{e}_1 = \mathbf{x}_1 - \boldsymbol{\theta}$. El valor medio del error entre la trayectoria deseada y seguida de la cadera es de 1.0143 y el de la rodilla de -0.0038. De estas dos figuras, los factores de correlación y los valores medios de los errores, se aprecia un buen desempeño, cualitativamente.

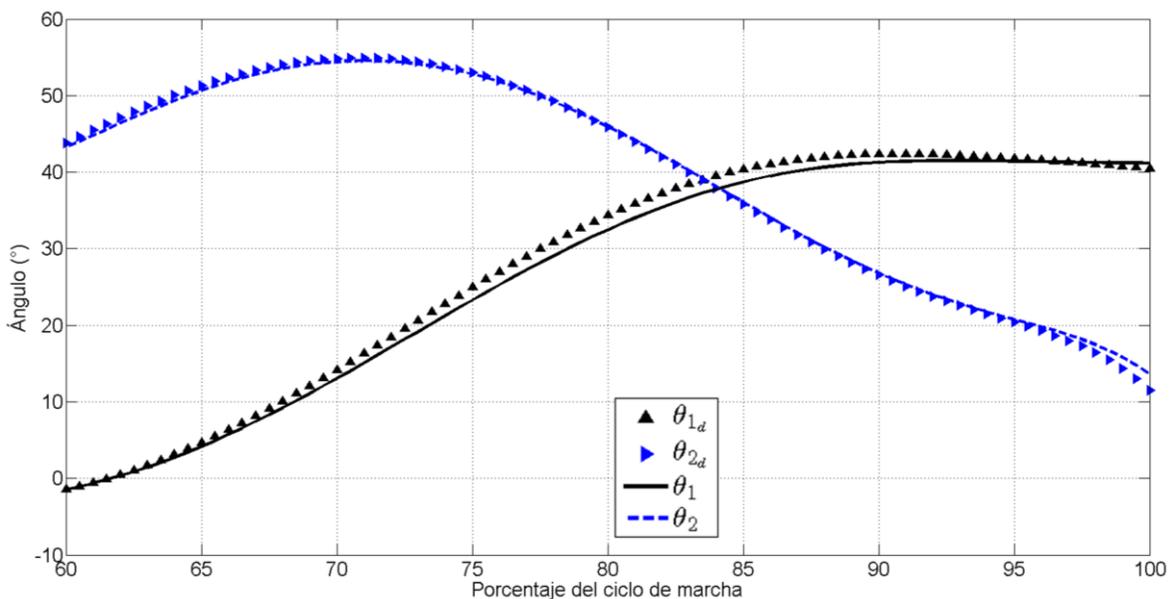


Fig. 5-1 Comparación entre trayectorias angulares deseadas de la cadera y rodilla contra trayectorias generadas, durante la fase de oscilación del ciclo de marcha, con realimentación del vector de estado mediante (5-9).

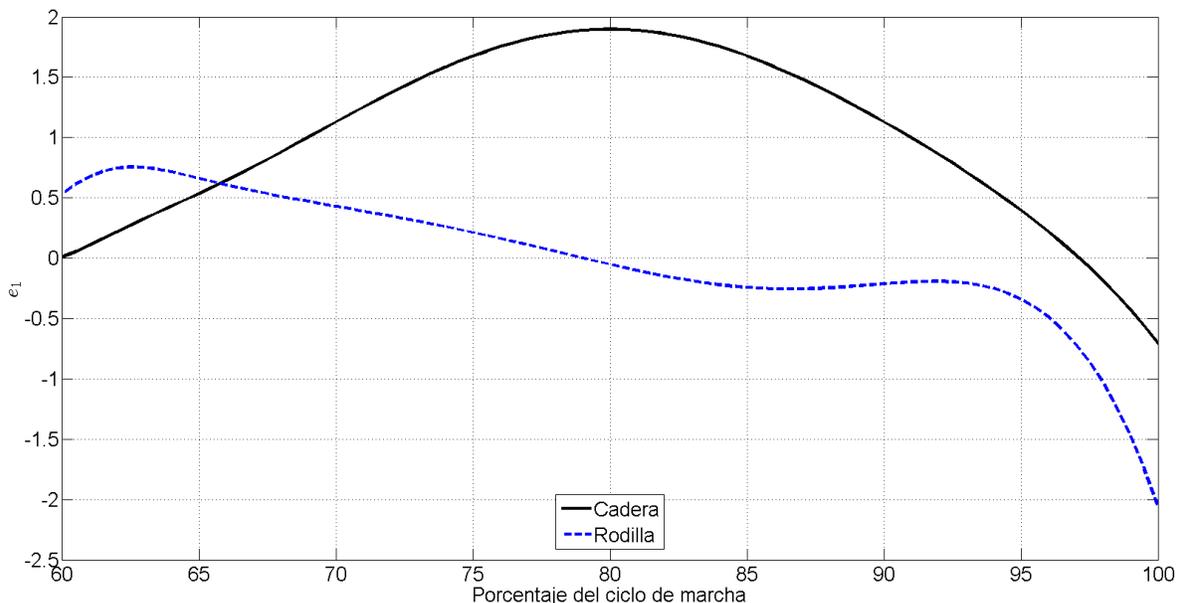


Fig. 5-2 Diferencia entre trayectorias angulares deseadas y trayectorias generadas, durante la fase de oscilación del ciclo de marcha, con realimentación del vector de estado mediante (5-9).

En la Fig. 5-3 se muestra la diferencia entre el momento aplicado, u_d , y el momento deseado, u , en las articulaciones de cadera y rodilla. Adicionalmente, en la Fig. 5-4 se aprecia el efecto que tiene ω_n sobre el momento aplicado en la cadera, en la rodilla sucede algo análogo. Se observa que conforme ω_n aumenta, el comportamiento de u oscila cada vez más, como era de esperar. Aunque las trayectorias seguidas se aproximan cada vez más a las trayectorias deseadas conforme ω_n aumenta, el aumento de esta última genera un aumento en el consumo energético, además de momentos que los motores no podrían soportar.

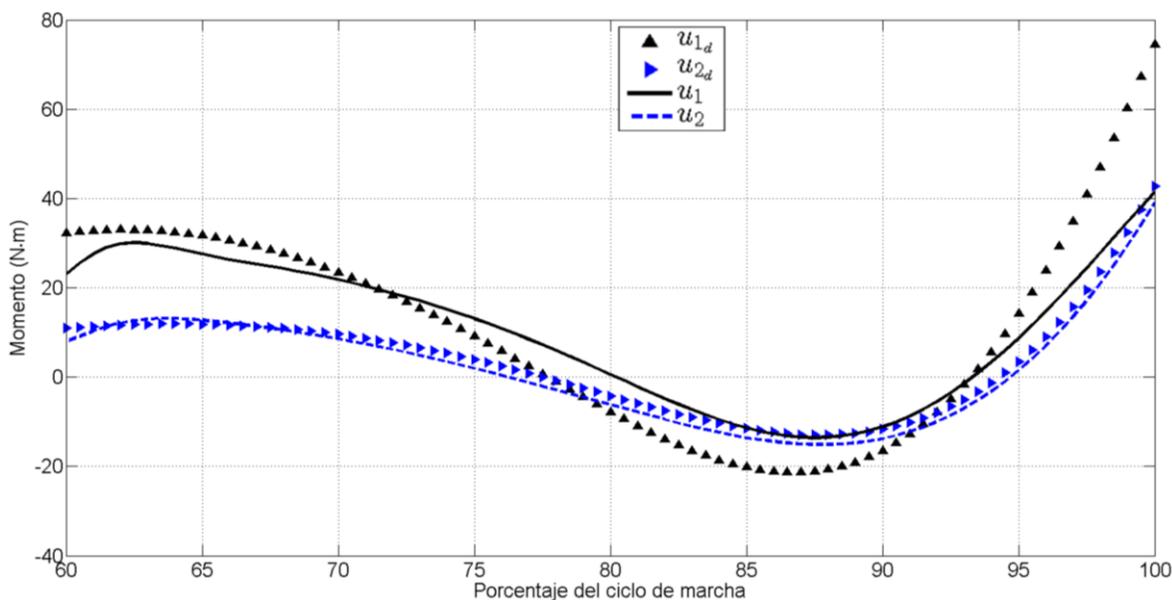


Fig. 5-3 Comparación entre momentos deseados y aplicados en la cadera y rodilla, durante la fase de oscilación del ciclo de marcha.

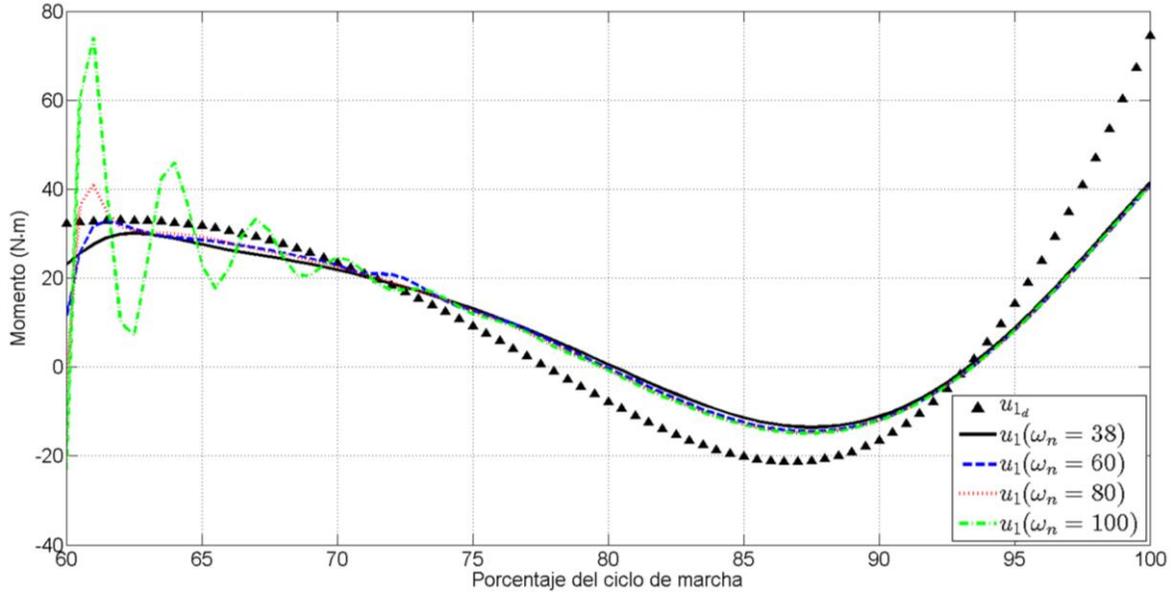


Fig. 5-4 Comparación entre momentos deseados y aplicados en la cadera durante la fase de oscilación del ciclo de marcha para distintos valores de ω_n .

Posteriormente, se multiplicaron los momentos y velocidades angulares para obtener la curva de potencia desarrollada en cada articulación. Tales curvas se integraron numéricamente, mediante la regla del trapecio [70], respecto al tiempo para obtener la energía requerida durante la fase de oscilación. En la cadera se requieren 15.05 J y en la rodilla 12.86 J, es decir 27.91 J en total durante la fase de oscilación.

Todos los resultados mostrados en las Fig. 5-1 a la Fig. 5-4 corresponden a la fase de oscilación, al igual que el valor de ω_n . Para la estrategia de control de la fase de apoyo del sistema es necesario emplear las matrices de masa y gravedad adecuadas, recordando que durante esta fase el sistema se comporta como un péndulo doble invertido, a diferencia de la fase de oscilación, en donde se comporta como un péndulo doble.

Durante la fase de apoyo sólo se controlará la articulación de la rodilla, esto simplifica en gran medida el modelo matemático del sistema, el cual está dado por

$$\ddot{q}_3 = \frac{\tau_2 - (m'_1 \bar{L}'_{1EMI} + m'_{UB} L_1) [L_3 \cos(q_1 - q_3) \dot{q}_1 + L_2 \cos(q_2 - q_3) \dot{q}_2 + g \cos q_3]}{m'_1 \bar{L}'_{1EMI}{}^2 + m'_{UB} L_1^2 + I'_{1EMI}}, \quad (5-10)$$

en donde

$$\begin{aligned} q_1 &= \frac{\pi}{2} + \theta_3 - \theta_2 + \theta_1, \\ q_2 &= \frac{\pi}{2} - (\theta_2 - \theta_1) \text{ y} \\ q_3 &= \frac{\pi}{2} + \theta_1 \end{aligned}$$

En este caso, las variables de estado se definieron como $x_1 = q_3$ y $x_2 = \dot{q}_3$. De esta forma (5-10) se reescribe, con $u = \tau_2$, como

$$\dot{x}_2 = \frac{u - (m'_1 \bar{L}'_{1EMI} + m'_{UB} L_1) [L_3 \cos(q_1 - x_1) \ddot{q}_1 + L_2 \cos(q_2 - x_1) \ddot{q}_2 + g \cos x_1]}{m'_1 \bar{L}'_{1EMI}{}^2 + m'_{UB} L_1^2 + I'_{1EMI}} \quad (5-11)$$

Entonces, si el vector de estado se define como $\mathbf{x} = [x_1 \quad x_2]^T$, el punto de equilibrio, (X, U) , en donde $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{0}$, está dado por

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} X_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

y

$$U = (m'_1 \bar{L}'_{1EMI} + m'_{UB} L_1) g \cos X_1$$

Posteriormente, la linealización de (5-11) alrededor del punto de equilibrio, análoga a la linealización de (5-1), da como resultado

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u,$$

en donde

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \left. \frac{\partial \dot{x}_2}{\partial x_1} \right|_{(X,U)} & 0 \end{bmatrix}$$

y

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \frac{1}{m'_1 \bar{L}'_{1EMI}{}^2 + m'_{UB} L_1^2 + I'_{1EMI}} \end{bmatrix},$$

y en ésta

$$\left. \frac{\partial \dot{x}_2}{\partial x_1} \right|_{(X,U)} = \frac{(m'_1 \bar{L}'_{1EMI} + m'_{UB} L_1) g \sin X_1}{m'_1 \bar{L}'_{1EMI}{}^2 + m'_{UB} L_1^2 + I'_{1EMI}}$$

Las ganancias, obtenidas mediante la fórmula extendida de Ackerman para sistemas de control multivariables [96], son

$$\mathbf{K} = \frac{1}{B_{2,1}} \begin{bmatrix} \omega_n^2 + \left. \frac{\partial \dot{x}_2}{\partial x_1} \right|_{(X,U)} & 2\omega_n \zeta \end{bmatrix}$$

Posteriormente, una estrategia de control para seguimiento de trayectoria tendría la forma

$$u = -\mathbf{K}e + \tau_2, \quad (5-12)$$

en donde

$$\mathbf{e} = [\theta_1 - \theta_{1d} \quad \dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_{1d}]^T \text{ es la diferencia entre el vector de estado real y el deseado, y}$$

$$\tau_2 = \left(m'_1 \bar{L}'_{1EMI}{}^2 + m'_{UB} L_1^2 + I'_{1EMI} \right) \ddot{\theta}_1 - \left(m'_1 \bar{L}'_{1EMI} + m'_{UB} L_1 \right) [(L_3 s_2 + L_2 c_2) \ddot{\theta}_{2-1} + g s_1]$$

En la Fig. 5-5 se compara la trayectoria deseada en la rodilla contra la trayectoria seguida durante la fase de apoyo mediante (5-12). El coeficiente de correlación entre éstas es de 0.9638 y el error promedio es de -1.0313. El valor empleado de ω_n de 30.

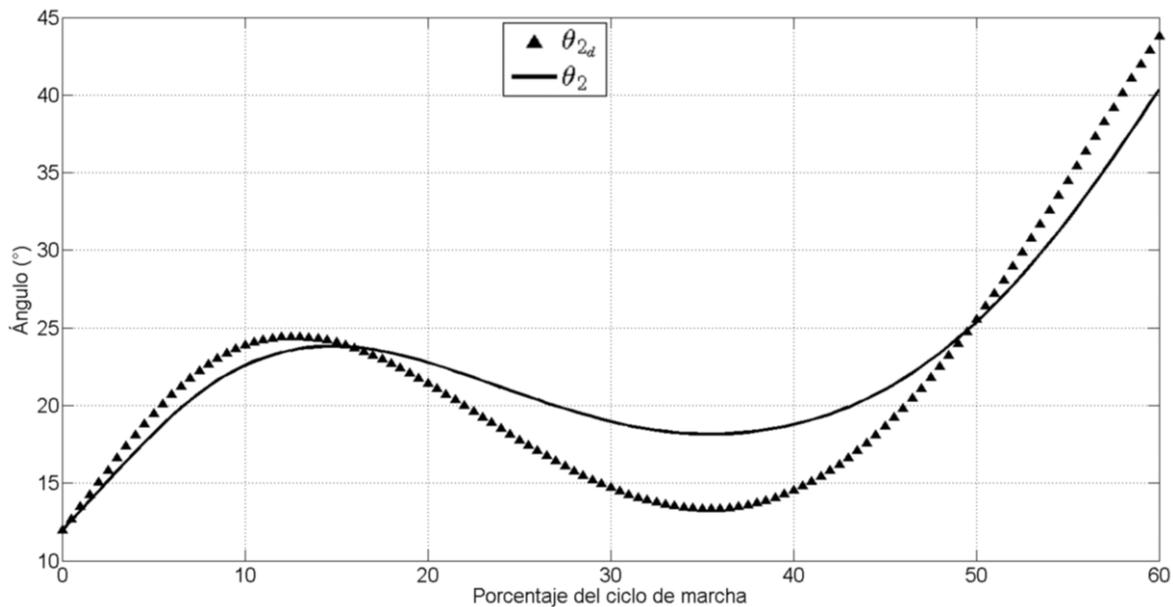


Fig. 5-5 Comparación entre la trayectoria angular deseada de la rodilla contra la trayectoria generada durante la fase de apoyo del ciclo de marcha con realimentación del vector de estado mediante (5-12).

Al igual que en la fase de oscilación, se calculó la energía que consume el EMI en la fase de apoyo. Suponiendo que la cadera y el tobillo se actuaran, en la cadera se consumirían unos 2.70 J y en el tobillo 66 J, mientras que en la rodilla se consumen 24.62 J, es decir, si las tres articulaciones se actuaran, se consumiría 93.32 J durante la fase de apoyo. Sin embargo, dado que la cadera y el tobillo son pasivas, durante la fase de apoyo se ahorra el 74.62% de energía. Al considerar todo el ciclo de marcha se obtiene un ahorro energético total de 56.67%.

El objetivo principal del SET es que el EMI ahorre cierto porcentaje de energía, como se estableció en el Capítulo 4. Sin embargo, es deseable que el sistema se pueda implementar en cualquier EMI actuado, de tal manera que éste pueda obtener un ahorro de energía al emplearlo.

Para comprender la importancia de demostrar lo anterior considere tres sistemas: el sistema A será el EMI diseñado aquí, pero sin el SET, con la cadera actuada durante todo el ciclo de marcha; el sistema B será el EMI diseñado aquí con el SET integrado, con la cadera actuada sólo durante la fase de oscilación; y el sistema C será cualquier otro EMI con actuación de

cadera, sin medios mecánicos (elementos elásticos, trinquetes, articulaciones pasivas o cuasipasivas, embragues o mecanismos de impedancia mecánica variable) para ahorrar energía. Hasta ahora se ha considerado que el sistema B gastará menos energía como resultado directo de la implementación del SET. Sin embargo, comparar sólo el sistema A contra el B da lugar a pensar que pueda existir un sistema C capaz de gastar menos energía que el B. Dicho esto, considere los siguientes sistemas, en donde los actuadores estarán activos durante todo el ciclo de marcha:

- 1) Un EMI antropomorfo con actuadores rotativos en la cadera, rodilla y tobillo de una extremidad, con articulaciones pasivas en la otra extremidad y sin gdl en los planos frontal y transversal.
- 2) Un EMI antropomorfo con actuadores rotativos en la cadera, rodilla y tobillo de ambas extremidades y sin gdl en los planos frontal y transversal.
- 3) Un EMI antropomorfo con actuador rotativo en la cadera de una extremidad, todas las articulaciones restantes pasivas y sin gdl en los planos frontal y transversal.
- 4) Un EMI antropomorfo con actuador rotativo en la cadera de ambas extremidades, todas las articulaciones restantes pasivas y sin gdl en los planos frontal y transversal.

Se han considerado los cuatro sistemas anteriores, puesto que, en un EMI C, el mayor gasto energético al asistir una y dos extremidades, está dado por los Sistemas 1 y 2, respectivamente. Mientras que, el mayor gasto energético al asistir sólo la cadera de una y dos extremidades, está dado por los Sistemas 3 y 4, respectivamente.

De acuerdo a la sección 3-B, la energía requerida en la fase de apoyo en la cadera es $E_{C_a} = 51.92$ J, en la rodilla es $E_{R_a} = 174.02$ J y en el tobillo es $E_{T_a} = 120.05$ J. Además, la energía requerida en la fase de oscilación en la cadera es $E_{C_o} = 28.78$ J, en la rodilla es $E_{R_o} = 18.32$ J y en el tobillo es $E_{T_o} = 1.54$ J.

En la TABLA 5-1 se muestra el requerimiento energético por articulación para mover a la estructura y al usuario durante cada fase, se muestra la energía que requeriría cada uno de los cuatro sistemas mencionados y el ahorro energético que se obtendría en cada uno si se le implementara el SET y se estableciese el tobillo pasivo. Se aprecia que con el sistema diseñado se podría obtener un ahorro energético desde 23% hasta 55%.

*TABLA 5-1
Datos antropométricos del cuerpo humano*

Articulación	Exoesqueleto		Requerimiento energético					
	Oscilación	Apoyo	Usuario		Sistema 1	Sistema 2	Sistema 3	4
			Oscilación	Apoyo				
Cadera	15.05	2.7	28.78	51.92				
Rodilla	12.86	24.62	18.32	174.02	515.86	1031.72	98.45	196.9
Tobillo	0	66	1.54	120.05				
Ahorro energético								
Sistema 1					46.65%			
Sistema 2					23.33%			
Sistema 3					55.48%			
Sistema 4					27.74%			

CAPÍTULO 6 | DISCUSIÓN DE RESULTADOS

Inicialmente, se analizaron datos extraídos de [40] para determinar la energía que se requiere en la cadera, rodilla y tobillo durante el ciclo de marcha de una persona sana y se determinó que ésta es de 0.9322 J/kg. También, se observó que la cadera es la articulación que requiere mayor energía, considerando que el tobillo sea pasivo. Posteriormente, se propuso un exoesqueleto de miembros inferiores que actuara la rodilla únicamente durante la fase de oscilación. De esta forma, el exoesqueleto sólo gastaría aproximadamente 32% de la energía requerida para actuar las tres articulaciones durante todo el ciclo de marcha, un ahorro del 68%.

Durante el modelado matemático del miembro inferior se observó que “existe cierta variación entre el modelo matemático y los resultados reportados por [40]. Algunas de estas diferencias se deben a que no se modelaron las sub-fases con bipedestación, que se presenta al inicio y al final del ciclo de marcha, así como alrededor del 60% del ciclo, además de considerar la parte superior del cuerpo siempre vertical y su centro de gravedad (**cg**) sin excentricidad horizontal. Al modelar las sub-fases con bipedestación como monopedestación, el resultado son momentos más grandes de lo esperado en esas sub-fases, puesto que sería equivalente a que un MI estuviese soportando toda la carga durante todo el ciclo de marcha y, puesto que en las sub-fases con bipedestación MI_H es mayor, los momentos también lo son. No obstante, se observa que las curvas obtenidas con el modelo matemático siguen un comportamiento similar a las esperadas”.

Tomando en cuenta los datos de [40], se supuso que el exoesqueleto gastaría unos 0.5544 J/kg al actuar la cadera y la rodilla durante todo el ciclo de marcha, y unos 0.3000 J/kg actuando la cadera sólo durante la fase de oscilación, es decir, el exoesqueleto ahorraría un 45% de energía. Para probar esta hipótesis, el exoesqueleto se analizó en ADAMS y se obtuvo el gasto energético durante la fase de oscilación con la cadera y rodilla actuada, y el tobillo pasivo, toda vez que durante ésta el pie estaría sujeto a la placa del pie, el cual fue de 27.91 J, y el gasto energético durante la fase de apoyo con las tres articulaciones actuadas, por un lado, el cual sería de 70.48 J, y con la cadera y tobillo pasivas, y la rodilla activa, por otro, el cual fue de 24.62 J. Con estos datos se determinó que el exoesqueleto permitiría ahorrar un 46% de la energía requerida para actuar el sistema durante todo el ciclo de marcha. Al contrastar este resultado con la hipótesis, se puede concluir que ésta es correcta.

CAPÍTULO 7 | CONCLUSIONES

El modelado matemático del ciclo de marcha se hizo para poder obtener una aproximación de los momentos y velocidades angulares que se requieren en las articulaciones de cadera, rodilla y tobillo durante el ciclo de marcha; después, se modeló un sistema de elementos elásticos y se concluyó que no tendría impacto relevante, por lo que se tomó la decisión de no incluir tal sistema; luego se modeló el sistema usuario-exoesqueleto. Ahí se obtuvieron los momentos totales para que los motores sean capaces de mover el conjunto del miembro inferior del usuario y el mismo exoesqueleto. Con base en los datos obtenidos del modelado matemático se diseñó el sistema mecánico. Cabe mencionar que sin esos datos no hubiese sido posible diseñar las transmisiones ni el resto del sistema mecánico, puesto que, para realizar cualquier diseño, se necesita conocer los requerimientos del sistema y estos se obtuvieron del análisis del modelo matemático.

Es importante mencionar que, aunque la transmisión de potencia se descartó del sistema, realizar correctamente su diseño fue de vital importancia, toda vez que el tren de engranes transmitiría cargas a la estructura antropomorfa. Al observar que tales cargas eran indeseables, se optó por descartar el tren de engranes del sistema.

En general, luego de varias iteraciones al diseño del sistema, se observó que hay algunos elementos, como la junta Cardán, que podrían redimensionarse para obtener un diseño más ligero.

También cabe mencionar que, si bien el exoesqueleto incluye un mecanismo pasivo de estabilización, el cual sustituiría el uso de muletas, andadera o algún otro medio de estabilización que requiera el uso de los miembros superiores del usuario, este mecanismo podría omitirse y emplear alguno de los medios mencionados. Sin embargo, la ventaja del mecanismo pasivo de estabilización radica en que brindaría comodidad al usuario al no tener que emplear sus miembros superiores para apoyarse al realizar tareas de pie.

Por otro lado, se optó por diseñar un mecanismo tipo embrague, dado que inicialmente se había considerado desarrollar un prototipo físico y un embrague comercial tenía un costo que superaba el presupuesto. Sin embargo, sería deseable incluir un embrague comercial, esto permitiría que el mecanismo de sincronización se enfoque en actuar solamente al mecanismo de estabilización, simplificando el mecanismo.

Del análisis de ahorro energético desarrollado en el Capítulo 7 se puede concluir que en cualquier exoesqueleto antropomorfo de extremidades inferiores con actuadores rotativos, que asista la cadera, sin grados de libertad en los planos frontal y transversal, se podría obtener un ahorro energético desde 23.33% hasta 55.48% al implementársele el sistema embrague-trinquete y establecer el tobillo pasivo.

Aunque el exoesqueleto inicialmente se diseñó para ser empleado por una persona con hemiplejía o hemiparesia, no se descarta que el sistema pueda ser empleado por una persona que sufra de alguna condición en general que le reste movilidad al miembro inferior, dado que el mecanismo brindaría apoyo en la cadera y rodilla del usuario durante la fase de oscilación, y en la rodilla durante la fase de apoyo, fase en la cual la rodilla soporta la mayor carga.

Es importante mencionar que en un dispositivo orientado a ser empleado por personas con alguna condición que les reste movilidad es común que las primeras pruebas se realicen con personas sanas, con el fin de validar su funcionalidad desde un punto de vista mecánico, es

decir, requisitos de carga, energía, cinemática y dinámica, así como su controlabilidad. Tales pruebas se pueden realizar en un ambiente virtual, como se hizo aquí. Posterior a las suficientes pruebas que garanticen un diseño mecánico, así como estrategias de control, aceptables, se procede a fabricar un prototipo para llevar a cabo pruebas con pacientes con movilidad reducida. Tales pruebas se tienen que llevar a cabo bajo cierto marco legal que le brinde seguridad tanto a los sujetos de prueba como a los responsables de ejecutar las pruebas.

En trabajos futuros se recomienda que

- Se revise el diseño del mecanismo pasivo de estabilización, así como el de la estructura antropomorfa, con el fin de optimizarlos.
- Se opte por implementar un embrague comercial.
- De ser necesario, se modifique el mecanismo sincronizador para que actúe solamente al mecanismo de estabilización, suponiendo que se implemente un embrague comercial.
- Se implemente alguna estrategia de control que permita una disminución en el momento de la rodilla durante la fase de apoyo.
- Se analice, y caracterice, el ciclo de marcha de ambos miembros inferiores de forma simultánea, con la finalidad de poder modelar las sub-fases con bipedestación.
- Se considere que el miembro inferior se comporta de cuatro formas distintas durante el ciclo de marcha: 1) un péndulo triple durante la fase de oscilación, 2) un péndulo doble invertido (cuando sólo el talón está apoyado en el piso) con el miembro inferior opuesto en apoyo, 3) un péndulo triple invertido (cuando las falanges están en contacto con el piso) con el miembro inferior opuesto en apoyo y 4) un péndulo triple invertido con el miembro inferior opuesto en oscilación.
- Se fabrique un prototipo físico para realizar pruebas con pacientes con movilidad reducida.

APÉNDICES

Apéndice A. MODELADO MATEMÁTICO DEL SISTEMA DE ELEMENTOS ELÁSTICOS

En el EMI se pretende agregar un sistema de elementos elásticos que coadyuven al ahorro de energía. El sistema elástico estaría conformado por tres resortes. Éstos serían de compresión, toda vez que durante la fase de apoyo es cuando se generan los pares de mayor magnitud en cada una de las articulaciones, y los elementos elásticos de compresión ayudarían a soportar la carga generada. Además, resultaría complicado implementar resortes torsionales, debido a cuestiones geométricas. En la Fig. A-1 se muestra el arreglo general de los elementos. En la figura

r_{1u} es el radio, medido desde la cadera, a la cual se articularía el Resorte 1;

r_{2u} es el radio, medido desde el elemento 1, a la cual se articularía el Resorte 2;

r_{3u} es el radio, medido desde el elemento 2, a la cual se articularía el Resorte 3;

r_{il} es el radio, medido desde el i -ésimo elemento, a la cual se articularía el i -ésimo resorte;

\tilde{L}_i es la distancia, medida desde la i -ésima articulación y sobre el i -ésimo elemento del EMI, a la cual se colocaría el soporte del i -ésimo resorte;

$\tilde{l}_i = L_i - \tilde{L}_i$; y

k_i es la rigidez del i -ésimo resorte.

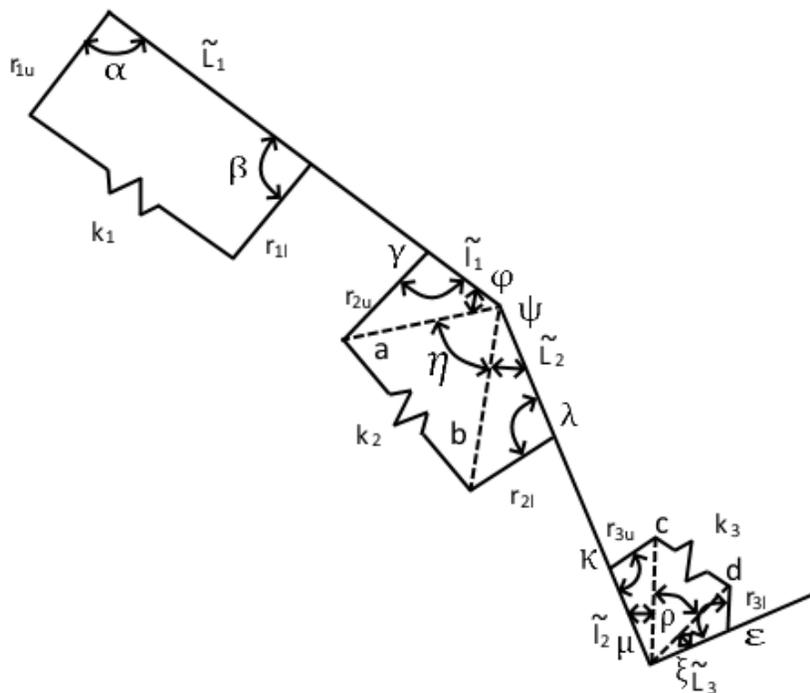


Fig. A-1 Geometría general del sistema de resortes.

El diagrama de la figura se empleó para sintetizar las cadenas cinemáticas de los resortes. De la geometría se observa que

$$\vec{r}_{1u} + \vec{L}_{k1} = \vec{\tilde{L}}_1 + \vec{r}_{1l} \quad (\text{A-1})$$

En (A-1), al descomponer los vectores en su forma cartesiana surgen dos ecuaciones: una para la suma de las componentes horizontales y otra para la suma de los componentes verticales [80]. Si en ambas ecuaciones se resuelve para la respectiva componente de L_{k1} , se elevan ambas al cuadrado y se suman, se obtiene

$$L_{k1}^2 = L_{k1h}^2 + L_{k1v}^2, \quad (\text{A-2})$$

en donde

$$L_{k1h} = \tilde{L}_1 \sin \theta_1|_{90\%} - r_{1l} \sin(\theta_1|_{90\%} + \beta) - r_{1u} \sin(\theta_1|_{90\%} - \alpha)$$

y

$$L_{k1v} = -\tilde{L}_1 \cos \theta_1|_{90\%} + r_{1l} \cos(\theta_1|_{90\%} + \beta) + r_{1u} \cos(\theta_1|_{90\%} - \alpha)$$

(A-2) ha sido evaluada en $\theta_1|_{90\%}$, dado que es el momento en el cual la cadera alcanza su máximo desplazamiento angular.

Análogamente, la longitud del resorte 1 deformado se puede obtener como

$$L'_{k1} = L'_{k1h} + L'_{k1v},$$

en donde

$$L'_{k1h} = \tilde{L}_1 \sin \theta_1 - r_{1l} \sin(\theta_1 + \beta) - r_{1u} \sin(\theta_1 - \alpha')$$

y

$$L'_{k1v} = -\tilde{L}_1 \cos \theta_1 + r_{1l} \cos(\theta_1 + \beta) + r_{1u} \cos(\theta_1 - \alpha'),$$

y en éstas se usa una prima (') para indicar las magnitudes que se modifican cuando se deforma el resorte debido a una rotación del muslo.

El ángulo α' se obtiene como

$$\alpha' = \alpha + \Delta\theta_1,$$

en donde $\Delta\theta_1 = \theta_1(t) - \theta_1|_{100\%}$.

De esta manera la deformación del resorte $\Delta k_1 = L'_{k1} - L_{k1}$ se obtiene en función de θ_1 .

El resorte se diseñaría para el peor de los casos, cuando toda la masa de la parte superior del cuerpo y el MI en oscilación, m_{UB+MI} , es soportada por el resorte. Por la tercera ley de Newton se obtiene

$$m_{UB+MI} g \sin \theta_{k1} = \Delta k_1 k_1,$$

en donde $\theta_{k1} = 2\pi - \arccos(L_{k1h}/L_{k1})$.

En la Fig. A-2 se muestra la curva fuerza-deformación que se tendría que desarrollar en el resorte de la cadera para que este sea capaz de soportar $m_{UB+MI}g$ durante la fase de apoyo. Se aprecia que la curva es no lineal. En la misma figura, se trazó una recta que va desde el origen hasta el punto de la curva que coincide con la deformación máxima del resorte y se obtuvo su pendiente, de acuerdo a la ecuación de la línea recta [99], que representa la rigidez de un resorte lineal que permitiría tal deformación, la cual es de 36.6880 N/mm. Observe que si se seleccionara un resorte con mayor rigidez, se requeriría de mayor fuerza para poder deformarlo, y esa fuerza la tendría que proporcionar el motor, lo cual es indeseable en este caso particular. Por otro lado, si se seleccionara un resorte con menor rigidez, no sería capaz de soportar $m_{UB+MI}g$.

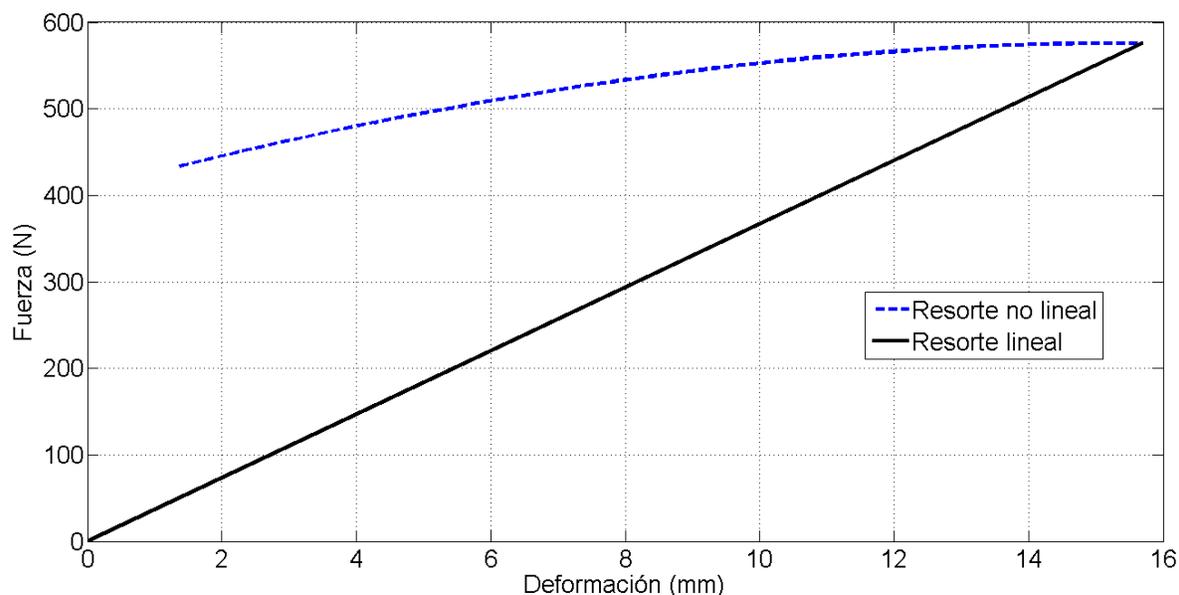


Fig. A-2 Curva de fuerza-deformación que debería desarrollar un resorte no lineal en la cadera para soportar el peso de m_{UB+MI} durante la fase de apoyo, y la de uno lineal que sólo satisface el caso de carga máxima.

Se determinó la configuración geométrica que permite que el resorte tenga la máxima compresión durante la fase de apoyo mediante el Programa 1 desarrollado en MATLAB, Apéndice B. Programa 1 calcula Δk_1 y L'_{k1} en función de θ_1 y k_1 para cada configuración geométrica posible, combinaciones de β y α . El programa permite identificar la configuración geométrica que permite la máxima compresión, con el fin de obtener la mínima rigidez. Con esto fue posible determinar que, con $r_{1u} = r_{1l} = 2$ cm y $\tilde{L}_1 = 0.5L_1$, la máxima compresión se da con $\beta = 8\pi/9$ y $\alpha = 11\pi/18$, y es de 1.5696 cm. Adicionalmente, al aplicar el MDCMAS [84], se determina que la variación de \tilde{L}_1 tiene mínima o nula influencia sobre Δk_1 , al contrario de la variación de r_{1u} , o r_{1l} .

Para obtener $\Delta k_2 = L'_{k2} - L_{k2}$, de acuerdo a la Fig. A-1, se tiene que la longitud inicial del Resorte 2, L_{k2} , es

$$L_{k2}^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \eta,$$

en donde

$$a^2 = r_{2u}^2 + \tilde{l}_1^2 - 2r_{2u}\tilde{l}_1 \cos \gamma,$$

$$b^2 = r_{2l}^2 + \tilde{L}_2^2 - 2r_{2l}\tilde{L}_2 \cos \lambda$$

y

$$\eta = \pi - \theta_2|_{0\%} - (\varphi + \psi),$$

y en éstas

$$\varphi = \arccos\left(-\frac{r_{2u}^2 - \tilde{l}_1^2 - a^2}{2\tilde{l}_1 a}\right)$$

y

$$\psi = \arccos\left(-\frac{r_{2l}^2 - \tilde{L}_2^2 - b^2}{2\tilde{L}_2 b}\right)$$

Dado que el único parámetro variable es θ_2 ,

$$L_{k2}^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \eta'$$

y

$$\eta' = \pi - \theta_2 - (\varphi + \psi)$$

Al igual que para la síntesis de la cadena cinemática del Resorte 1, se elaboró un programa en MATLAB para determinar la configuración geométrica que permita obtener la máxima compresión del resorte, Programa 2, Apéndice B. Se determinó que, con $r_{2u} = r_{2l} = 2$ cm, $\tilde{l}_1 = 0.25L_1$, y $\tilde{L}_2 = 0.25L_2$, la máxima compresión se da con $\gamma = 11\pi/18$ y $\lambda = 11\pi/18$, y es de 3.8024 cm. Cabe mencionar que la máxima compresión de este resorte se da durante la fase de oscilación. Posteriormente, se determinó la rigidez del Resorte 2, análogamente al cálculo de la rigidez del Resorte 1, como $k_2 = 34.2244$ N/mm.

Para obtener $\Delta k_3 = L'_{k3} - L_{k3}$, de acuerdo a la Fig. A-1, se tiene que la longitud inicial del Resorte 3, L_{k3} , es

$$L_{k3}^2 = c^2 + d^2 - 2cd \cos \rho,$$

en donde

$$b^2 = r_{3u}^2 + \tilde{l}_2^2 - 2r_{3u}\tilde{l}_2 \cos \kappa,$$

$$c^2 = r_{3l}^2 + \tilde{L}_3^2 - 2r_{3l}\tilde{L}_3 \cos \varepsilon$$

y

$$\rho = \pi - \theta_3 - (\mu + \xi),$$

y en éstas

$$\mu = \arccos\left(-\frac{r_{3u}^2 - \tilde{l}_2^2 - b^2}{2\tilde{l}_2 b}\right)$$

y

$$\xi = \arccos\left(-\frac{r_{3l}^2 - \tilde{L}_3^2 - c^2}{2\tilde{L}_3 c}\right)$$

Dado que el único parámetro variable es θ_3 ,

$$L_{k3}^2 = c^2 + d^2 - 2cd \cos \rho'$$

y

$$\rho' = \pi - \theta_3 - (\mu + \xi)$$

Toda vez que la geometría del polígono del Resorte 3 es similar a la del polígono del Resorte 2, se empleó el Programa 2 para determinar la geometría que permite que el Resorte 3 tenga la máxima compresión. Ésta, para valores dados de $r_{3u} = r_{3l} = 2$ cm, $\tilde{l}_2 = 0.5L_2$, y $\tilde{L}_3 = 0.5L_3$, se da con $\kappa = 2\pi/3$ y $\varepsilon = 15\pi/18$, y es de 6.4208 cm. Posteriormente, se determinó la rigidez del Resorte 3, análogamente al cálculo de la rigidez del Resorte 1, como $k_3 = 9.3563$ N/mm.

Apéndice B. PROGRAMAS PARA CALCULAR LOS ELEMENTOS ELÁSTICOS

Programa 1 Programa para sintetizar la configuración geométrica del resorte 1.

```
clear all; clc;
%% SE ESTABLECEN PARÁMETROS
r=2; %Distancia rlu=rll, cm
pLl=0.5; %Porción del muslo a la cual se articulará el resorte
H=170; %Altura total del usuario, cm
%Lectura de la trayectoria angular de la cadera desde un archivo externo
th1=xlsread('C:\Users\Miguel\OneDrive\Doctorado\ARTICULACIONES th, o,
a.xlsx', 'CADERA', 'C3:C103')*pi/180; %rad
th10=th1(91); %Angulo en el cual la cadera alcanza su punto más alto, rad
beta=0:10*pi/180:350*pi/180; %Valores de beta a evaluar, rad
```

```

alpha=0:10*pi/180:350*pi/180; %Valores de alpha a evaluar, rad
M=70; %Masa total del usuario, kg
%%
%-----DE AQUÍ EN DELANTE SON CÁLCULOS-----%
%% PARÁMETROS CONSTANTES
pmuslo=0.53-0.285; %Longitud del muslo del usuario/Altura total del usuario
L1=H*pmuslo*pL1;
MMI=(.0145+.0465+.1)*M; %Masa del miembro inferior del usuario, kg
MUB=(0.05*2+0.081+0.497)*M; %Masa de la parte superior del cuerpo, kg
MUBMI=MMI+MUB;
g=9.80665; %Aceleración debido a la gravedad, m/s^2
%% SE DETERMINA LA MEJOR CONFIGURACIÓN GEOMÉTRICA DEL RESORTE
for x=1:length(beta)
    for y=1:length(alpha)
        %% SE DETERMINA LA LONGITUD DEL RESORTE INICIAL
        %Proyección horizontal de la longitud libre del resorte
        Lk1h(x,y)=L1*cos(3*pi/2+th10)+r*cos(pi/2+th10+beta(x))-r*cos(3*pi/2+th10-alpha(y));
        %Proyección vertical de la longitud libre del resorte
        Lk1v(x,y)=L1*sin(3*pi/2+th10)+r*sin(pi/2+th10+beta(x))-r*sin(3*pi/2+th10-alpha(y));
        %Longitud del resorte
        Lk1(x,y)=sqrt(Lk1h(x,y)^2+Lk1v(x,y)^2);
        %% SE DETERMINA LA GEOMETRÍA DEL POLÍGONO DEL RESORTE DEFORMADO
        dth1=th1-th10; %Incremento en el ángulo de la cadera
        for i=1:length(th1)
            alphad(i)=alpha(y)+dth1(i); %Angulo alpha luego de la deformación del resorte
            %Proyección horizontal de la longitud del resorte deformado
            Lk1dh(i)=L1*cos(3*pi/2+th1(i))+r*cos(pi/2+th1(i)+beta(x))-r*cos(3*pi/2+th1(i)-
alphad(i));
            %Proyección vertical de la longitud del resorte deformado
            Lk1dv(i)=L1*sin(3*pi/2+th1(i))+r*sin(pi/2+th1(i)+beta(x))-r*sin(3*pi/2+th1(i)-
alphad(i));
            %Longitud del resorte deformado
            Lk1d(i)=sqrt(Lk1dh(i)^2+Lk1dv(i)^2);
        end
        %% SE DETERMINA LA MÁXIMA COMPRESIÓN DEL RESORTE, EN FUNCIÓN DE alpha
        mindelta(x,y)=min(Lk1d)-Lk1(x,y);
        if min(mindelta(:,y))==min(min(mindelta))
            Y=y;
        end
    end
    %% SE DETERMINA LA MÁXIMA COMPRESIÓN DEL RESORTE, EN FUNCIÓN DE beta
    if min(mindelta(x,:))==min(min(mindelta))
        X=x;
    end
end
%% MÁXIMA COMPRESIÓN DEL RESORTE EN FUNCIÓN DE beta,alpha
compmax=mindelta(X,Y);
%% SE GRAFICA LA DEFORMACIÓN DEL RESORTE EN FUNCIÓN DEL TIEMPO Y LA LONGITUD
% DEL RESORTE EN FUNCIÓN DE THETA 1
figure;
for i=1:length(th1)
    alphad(i)=alpha(Y)+dth1(i);
    Lk1dh(i)=L1*cos(3*pi/2+th1(i))+r*cos(pi/2+th1(i)+beta(X))-r*cos(3*pi/2+th1(i)-
alphad(i));
    Lk1dv(i)=L1*sin(3*pi/2+th1(i))+r*sin(pi/2+th1(i)+beta(X))-r*sin(3*pi/2+th1(i)-
alphad(i));
    Lk1d(i)=sqrt(Lk1dh(i)^2+Lk1dv(i)^2);
    %Gráfica de la deformación del resorte contra número de muestra
    plot(i,Lk1d(i)-Lk1(X,Y),'*');hold on;grid on;title('deformación del resorte');
end
%Gráfica de la deformación del resorte contra ángulo de la cadera
figure;
plot(th1,Lk1d);title('longitud deformada del resorte');
%% SE OBTIENE LA RIGIDEZ DEL RESORTE
for i=1:57
    anguloapoyo(i)=th1(i); %Trayectoria angular de la cadera durante la fase de apoyo
    thk1(i)=2*pi-acos((L1*cos(3*pi/2+th1(i))+r*cos(pi/2+th1(i)+beta(X))-r*cos(3*pi/2+th1(i)-
alphad(i)))/Lk1d(i));

```

```

defapoyo(i)=abs((Lk1d(i)-Lk1(X,Y))*10); %Deformación del resorte durante la fase de
apoyo
fresorte(i)=abs((MUBMI)*g*cos(thk1(i)-3*pi/2)); %Fuerza en el resorte durante la fase de
apoyo
if defapoyo(i)==max(defapoyo)
    pmax=i; %Punto en donde se da la deformación máxima del resorte
end
end
%Gráfica de las curvas esfuerzo-deformación del resorte
figure;
%Resorte no lineal
plot(defapoyo,fresorte);grid on; hold on;
%Resorte lineal
plot([0,defapoyo(pmax)], [0,fresorte(pmax)]);
%Rigidez del resorte lineal
k1l=(fresorte(pmax))/(defapoyo(pmax));
fprintf('k1=%f\n',k1l);

```

Programa 2 Programa para sintetizar la configuración geométrica del resorte 2.

```

clear all; clc;
%% SE ESTABLECEN PARÁMETROS
r=2; %cm
pL1=0.75;
pL2=0.25;
pmuslo=0.53-0.285;
ppierna=0.285-0.039;
H=170; %cm
L1=H*pmuslo*pL1;
L2=H*ppierna*pL2;
l1=H*pmuslo-L1;
th2=xlsread('C:\Users\Miguel\OneDrive\Doctorado\ARTICULACIONES th, o,
a.xlsx','RODILLA','C3:C103')*pi/180; %rad
th1=xlsread('C:\Users\Miguel\OneDrive\Doctorado\ARTICULACIONES th, o,
a.xlsx','CADERA','C3:C103')*pi/180; %rad
th20=th2(1);
gama=0:10*pi/180:350*pi/180; %rad
lambda=0:10*pi/180:350*pi/180; %rad
M=70;%kg
MUB=(0.05*2+0.081+0.497)*M;
Mm=0.1*M;
g=9.80665; %m/s^2
%% SE DETERMINA LA MEJOR CONFIGURACIÓN GEOMÉTRICA DEL RESORTE
for x=1:length(gama)
    if x>19
        gama(x)=2*pi-gama(x);
    end
    for y=1:length(lambda)
%% SE DETERMINA LA GEOMETRÍA DEL POLÍGONO DEL RESORTE INICIAL
        if y>19
            lambda(y)=2*pi-lambda(y);
        end
        a(x,y)=sqrt(r^2+l1^2-2*r*l1*cos(gama(x)));
        b(x,y)=sqrt(r^2+L2^2-2*r*L2*cos(lambda(y)));
        if x>19
            phi(x,y)=-acos(-(r^2-l1^2-a(x,y)^2)/(2*l1*a(x,y)));
        elseif x==19 || x==1
            phi(x,y)=0;
        else
            phi(x,y)=acos(-(r^2-l1^2-a(x,y)^2)/(2*l1*a(x,y)));
        end
        if y>19
            psi(x,y)=-acos(-(r^2-L2^2-b(x,y)^2)/(2*L2*b(x,y)));
        elseif y==19 || y==1
            psi(x,y)=0;
        else
            psi(x,y)=acos(-(r^2-L2^2-b(x,y)^2)/(2*L2*b(x,y)));
        end
        eta(x,y)=pi-th20-(phi(x,y)+psi(x,y));
        Lk2(x,y)=sqrt(a(x,y)^2+b(x,y)^2-2*a(x,y)*b(x,y)*cos(eta(x,y)));
%% SE DETERMINA LA GEOMETRÍA DEL POLÍGONO DEL RESORTE DEFORMADO
        for i=1:length(th2)

```

```

        etad(i)=pi-th2(i)-(phi(x,y)+psi(x,y));
        Lk2d(i)=sqrt(a(x,y)^2+b(x,y)^2-2*a(x,y)*b(x,y)*cos(etad(i)));
    end
%% SE DETERMINA LA MÁXIMA COMPRESIÓN DEL REOSORTE, EN FUNCIÓN DE lambda
    mindelta(x,y)=min(Lk2d)-Lk2(x,y);
    if min(mindelta(:,y))==min(min(mindelta)) && Lk2d(1)-Lk2(x,y)<=0
        Y=y;
    end
end
end
%% SE DETERMINA LA MÁXIMA COMPRESIÓN DEL REOSORTE, EN FUNCIÓN DE gamma
    if min(mindelta(x,:))==min(min(mindelta)) && Lk2d(1)-Lk2(x,y)<=0
        X=x;
    end
end
end
%% MÁXIMA COMPRESIÓN DEL RESORTE EN FUNCIÓN DE gamma,lambda
compmax=mindelta(X,Y);
%% SE GRAFICA LA DEFORMACIÓN DEL RESORTE EN FUNCIÓN DEL TIEMPO Y LA LONGITUD
%DEL RESORTE EN FUNCIÓN DE THETA 2
for i=1:length(th2)
    etad(i)=pi-th2(i)-(phi(X,Y)+psi(X,Y));
    Lk2d(i)=sqrt(a(X,Y)^2+b(X,Y)^2-2*a(X,Y)*b(X,Y)*cos(etad(i)));
    plot(i,Lk2d(i)-Lk2(X,Y),'*');hold on;grid on;
end
figure;
plot(th2,Lk2d);
%% SE OBTIENE LA RIGIDEZ DEL RESORTE
figure;
for i=1:57
    thk2(i)=2*pi-acos((L2*sin(th1(i)-th2(i))-r*sin(th1(i)-th2(i)+lambda(Y))+l1*sin(th1(i))-
r*sin(th1(i)-gama(X)))/Lk2d(i));
    k2(i)=(MUB+Mm)*g*sin(thk2(i))/((Lk2d(i)-Lk2(X,Y))*10);
    defapoyo(i)=abs((Lk2d(i)-Lk2(X,Y))*10);
    fresorte(i)=abs((MUB+Mm)*g*sin(thk2(i)));
    if defapoyo(i)==min(defapoyo)
        pmin=i;
    end
    if defapoyo(i)==max(defapoyo)
        pmax=i;
    end
    plot(i,k2(i),'*');hold on;grid on;
end
figure;
plot(defapoyo,fresorte);grid on; hold on;
plot([0,defapoyo(pmax)], [0,fresorte(pmax)]);
k2l=(fresorte(pmax))/(defapoyo(pmax));
fprintf('k2=%f\n',k2l);

```

Apéndice C. DISEÑO DE LA TRANSMISIÓN DE POTENCIA

Con el fin de reducir costos, se propuso emplear trenes de engranes rectos como sistemas de transmisión de potencia para multiplicar el momento en las articulaciones del exoesqueleto. Esto permitiría emplear motores de menor capacidad, en comparación con los que se necesitarían sin multiplicar el momento, y, por ende, de menor costo.

De la sección 0 se sabe que la rodilla sería la articulación crítica para diseñar una transmisión, suponiendo que en cada articulación se emplearan transmisiones idénticas y que la cadera estará actuada sólo durante la fase de balanceo.

De acuerdo a los datos obtenidos en la sección 4-A, la velocidad angular máxima desarrollada en la rodilla durante el ciclo de marcha es de 3.09 rad/s, y de acuerdo a la sección 0 el momento máximo es de 235.1 N · m, y la potencia máxima es de 166 W.

Con base en un estudio realizado por la Universidad de Guadalajara [100], en donde se determinaron dimensiones antropométricas promedio de la población mexicana, se definió

un factor de diseño $n_d = 1.6$, éste se utilizó a lo largo de todo el diseño.

Luego de explorar varios sitios de proveedores de motores, se determinó que sería conveniente diseñar una transmisión de engranes rectos con un valor de tren $e \geq 22$. Así, el momento de salida sería $235.1 \text{ N} \cdot \text{m}$, mientras que el momento de entrada sería $\leq 10.69 \text{ N} \cdot \text{m}$.

Para una elección preliminar, si se toma en cuenta una transmisión de una etapa, para obtener un valor $e = 22$, la rueda debería de ser 22 veces mayor al piñón, lo cual supondría engranes de dimensiones cualitativamente indeseables. Por lo tanto, se tomó en cuenta una transmisión de dos etapas. Sin embargo, de algunas posibles combinaciones de relaciones de engranes para la primera y para la segunda etapa, para obtener $e \approx 22$, la mejor, cualitativamente, a fin de obtener una transmisión compacta, sería $m_G = 5$ para ambas etapas, lo que daría $e = 25$. Pero esto aún podría generar un engrane considerablemente grande en la última etapa. Por lo que se consideró una transmisión de tres etapas. En ésta, se eligieron las relaciones $m_{G1} = 4$, $m_{G2} = 3$, y $m_{G3} = 2$, para la primera, segunda y tercera etapa, respectivamente, con lo cual $e = 24$. De esta manera, la mayor multiplicación se da en la etapa de menor momento, permitiendo que los engranes de esa etapa puedan ser relativamente pequeños, a pesar de la relación $m_{G1} = 4$, y la menor multiplicación se da en la etapa de mayor momento, en la última, permitiendo que la rueda de salida no aumente mucho su dimensión debido al módulo en esa etapa, que seguramente será mayor al módulo de las primeras dos etapas, puesto que es en la que mayor momento se soporta.

Diseño de los engranes

Con las relaciones m_G elegidas para cada etapa, y con la elección de dientes de profundidad completa, y un ángulo de presión $\varphi = 20^\circ$, es posible calcular el mínimo número de dientes del piñón sin interferencia como [81]

$$N_P = \frac{2k}{(1+2m_G)\text{sen}^2\varphi} \left[m_G + \sqrt{m_G^2 + (1 + 2m_G)\text{sen}^2\varphi} \right],$$

en donde $k = 1$ para dientes de profundidad completa.

Entonces el número de dientes del piñón de cada etapa son $N_{P1} = 15.44$, $N_{P2} = 14.98$ y $N_{P3} = 14.16$

Posteriormente, al emplear la ecuación

$$N_P = \frac{2k}{\text{sen}^2\varphi},$$

para el número mínimo de dientes para evitar rebaje al generar los dientes, se obtiene $N_p = 17.1$, lo cual indica que se deben elegir 18 dientes para el piñón, en cada etapa, para evitar interferencia, y por ende debilitamiento por rebaje en los dientes al maquinasarlos [81].

Para elegir el módulo, se tomó en cuenta que la transmisión de cadera se montará sobre el elemento estructural resaltado en azul en la Fig. C-1, denominado “Torso del EMI”, el cual tiene una distancia desde el primero hasta el último barreno de 199.65 mm . Para la primera iteración se eligió un módulo $m = 6$ para cada etapa.

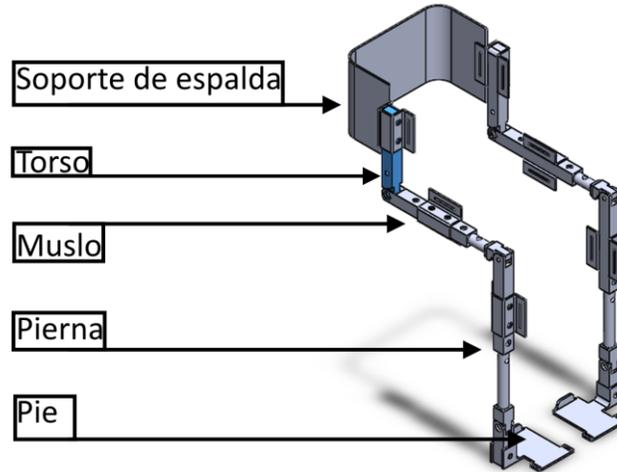


Fig. C-1 Modelo virtual del EMI diseñado en [25]. En azul se resalta el elemento sobre el cuál se montaría la transmisión de cadera.

Posterior a las selecciones anteriores, se calcularon los FS del piñón y del engrane, de acuerdo a la metodología **AGMA** (Asociación Americana de Fabricantes de Engranes, por sus siglas en inglés) [101], según se detalla en [81], [102]–[107], para resistencia a la fatiga por flexión y resistencia a la picadura mediante

$$S_F = \begin{cases} \frac{s_{at} Y_N / K_T K_R}{s}, & \text{Unidades de medida de los EEUU} \\ \frac{s_{at} Y_N / Y_T Y_Z}{s}, & \text{SI (Sistema Internacional)} \end{cases}$$

y (C-1)

$$S_H = \begin{cases} \frac{s_{ac} Z_N C_H / K_T K_R}{s_c}, & \text{Unidades de medida de los EEUU} \\ \frac{s_{ac} Z_N Z_W / Y_T Y_Z}{s_c}, & \text{SI} \end{cases},$$

en donde

S_F y S_H son los FS contra falla por fatiga por flexión y falla por picadura, respectivamente,
 s_{at} es el número de esfuerzo de flexión permisible (psi o MPa),
 Y_N es el factor de ciclos de esfuerzo del esfuerzo de flexión,
 K_T (Y_T) es el factor de temperatura,
 K_R (Y_Z) es el factor de confiabilidad,
 s_{ac} es el número de esfuerzo de contacto permisible (psi o MPa),
 Z_N es el factor de vida de ciclos de esfuerzo,
 C_H (Z_W) es el factor de la relación de durezas de resistencia a la picadura y
 s y s_c son los números de esfuerzo de flexión y contacto, respectivamente, y se calculan mediante

$$s = \begin{cases} W^t K_o K_v K_s \frac{P_d K_m K_B}{F J}, & \text{unidades de medida de los EEUU} \\ W^t K_o K_v K_s \frac{1}{b m_t} \frac{K_H K_B}{J}, & \text{SI} \end{cases}$$

y

(C-2)

$$s_c = \begin{cases} C_p \sqrt{W^t K_o K_v K_s \frac{K_m C_f}{d_p F I}}, & \text{unidades de medida de los EEUU} \\ Z_E \sqrt{W^t K_o K_v K_s \frac{K_H Z_R}{d_{w1} b Z_I}}, & \text{SI} \end{cases},$$

en donde

W^t es la carga tangencial transmitida (lbf o N),

K_o es el factor de sobrecarga,

K_v es el factor dinámico,

K_s es el factor de tamaño,

P_d es el paso diametral transversal,

F o b es el ancho de la cara del elemento más angosto (in o mm),

K_m o K_H es el factor de distribución de la carga,

K_B es el factor del espesor del aro,

J o Y_J es el factor geométrico de resistencia a la flexión (que incluye el factor de concentración de esfuerzo en la raíz del entalle K_f),

m_t es el módulo transversal métrico,

C_p o Z_E es un coeficiente elástico (psi^{1/2} o MPa^{1/2}),

C_f o Z_R es el factor de condición superficial,

d_p o d_{w1} es el diámetro de paso del piñón (in o mm) y

I o Z_I es el factor geométrico de resistencia a la picadura.

De acuerdo a la Fig. C-2, el valor mínimo de s_{at} para un engrane de acero completamente endurecido Grado 1, un material comercialmente común, es de 26.33 kpsi, 181.54 MPa, y el valor mínimo de s_{ac} es de 89.48 kpsi, 616.94 MPa, de acuerdo a la Fig. C-3.

El factor geométrico de resistencia a la flexión J se puede obtener de la Fig. C-4. Para el piñón, 18 dientes, $J_p = 0.312$ y para la rueda de la tercera etapa, 36 dientes, $J_G = 0.373$.

El factor geométrico de resistencia a la picadura Z_I está dado por

$$Z_I = \frac{\cos\varphi_t \sin\varphi_t}{2m_N} \frac{m_G}{m_G+1},$$

en donde m_N representa la relación de repartición de la carga del diente, y en el caso de engranes rectos es igual a la unidad.

Con $\varphi_t = 20^\circ$, $m_N = 1$ y $m_G = 2$ $Z_I = 0.1071$.

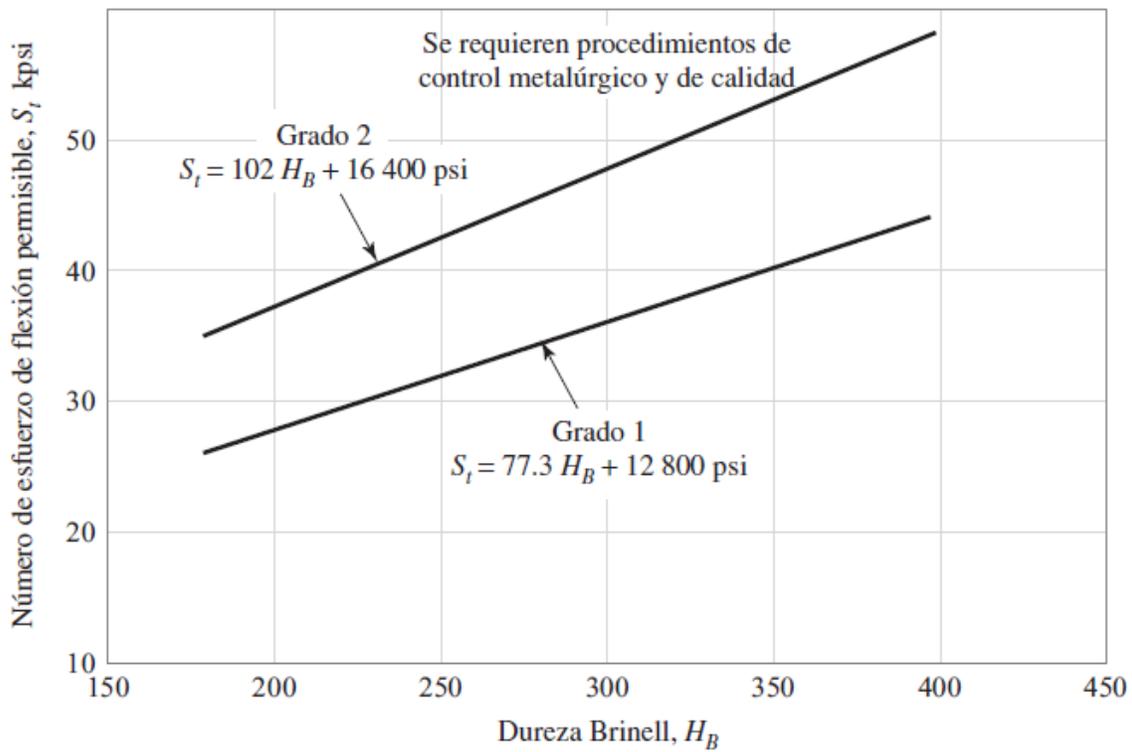


Fig. C-2 Número de esfuerzo de flexión permisible de aceros completamente endurecidos [81].

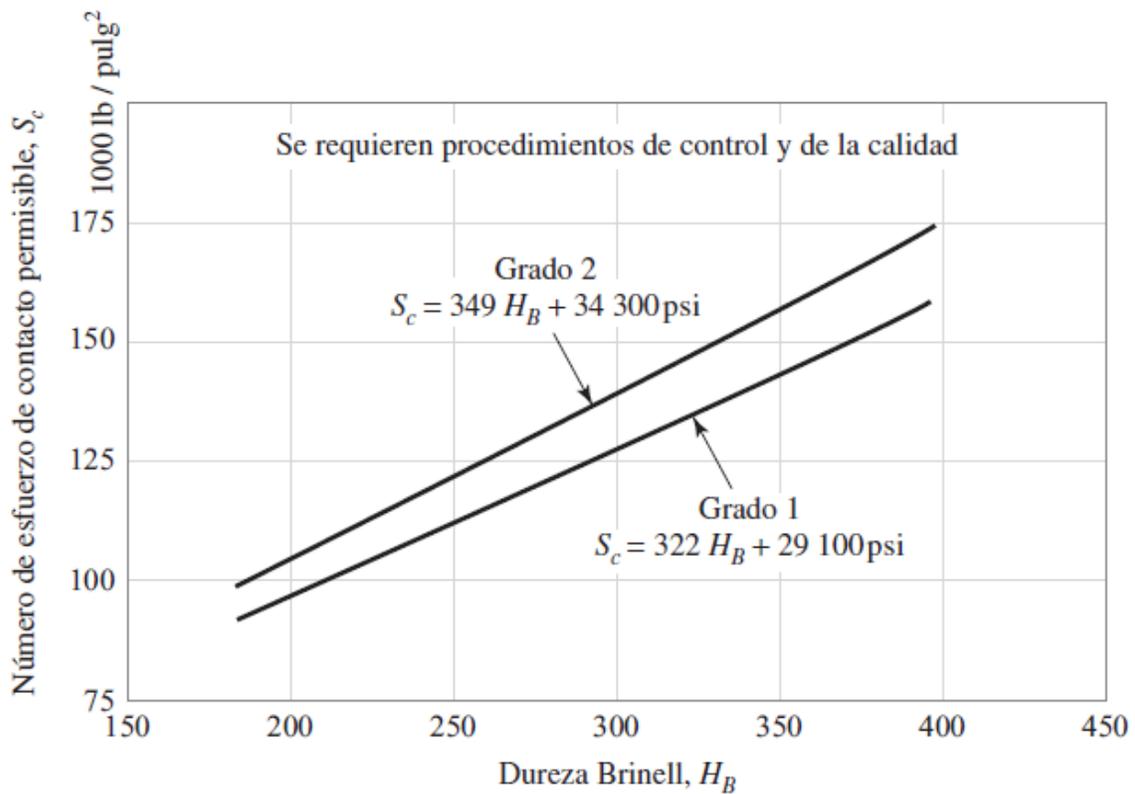


Fig. C-3 Número de esfuerzo de contacto permisible de aceros completamente endurecidos [81].

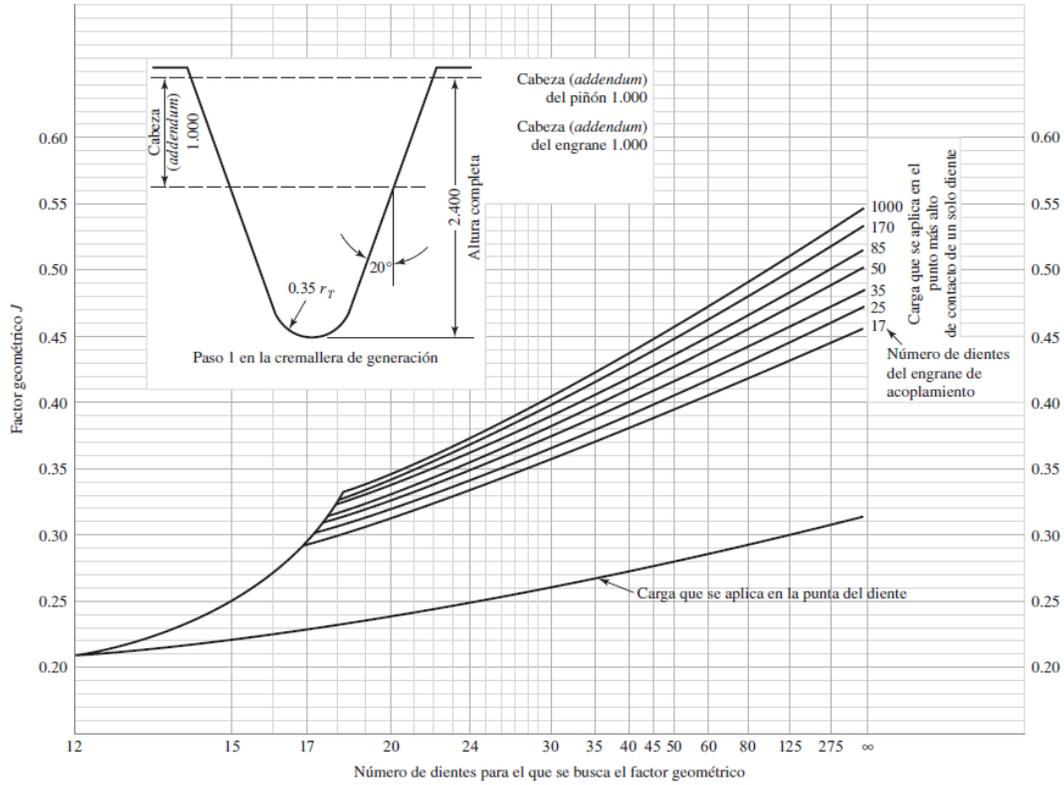


Fig. C-4 Factores geométricos J de engranes rectos [81].

El coeficiente elástico Z_E se puede determinar mediante

$$Z_E = \left[\frac{1}{\pi \left(\frac{1-\nu_P^2}{E_P} + \frac{1-\nu_G^2}{E_G} \right)} \right]^{1/2},$$

en donde

ν_P y ν_G son los coeficientes de Poisson del piñón y de la rueda, respectivamente y E_P y E_G son los módulos de Young del piñón y de la rueda, respectivamente.

Como el piñón y la rueda serán del mismo material, acero, $E_P = E_G = 207 \text{ MPa}$ y $\nu_P = \nu_G = 0.3$, entonces

$$Z_E = \left[\frac{1}{2\pi \frac{1-\nu^2}{E}} \right]^{1/2} = \left[\frac{1}{2\pi \frac{1-0.3^2}{207}} \right]^{1/2} = 190.2719 \text{ MPa}^{1/2}$$

El factor dinámico K_v se determina mediante

$$K_v = \begin{cases} \left(\frac{A+\sqrt{V}}{A} \right)^B, & V \text{ en ft/min} \\ \left(\frac{A+\sqrt{200V}}{A} \right)^B, & V \text{ en m/s} \end{cases},$$

en donde V esta dada, en m/s, por

$$V = dn/2000,$$

en donde

$$\begin{aligned} d &\text{ es el diámetro de paso del engrane en milímetros,} \\ n &\text{ es la velocidad del engrane en radianes por segundo,} \\ A &= 50 + 56(1 - B) \text{ y} \\ B &= 0.25(12 - Q_v)^{2/3} \end{aligned}$$

El valor Q_v es el número de nivel de exactitud en la transmisión de AGMA y los valores de 3 a 7 son para la mayoría de los engranes de calidad comercial. De esta manera

$$V = (108)(3.09)(2)/2000 = 0.3337 \text{ m/s,}$$

$$B = 0.25(12 - 3)^{2/3} = 1.0817$$

y

$$A = 50 + 56(1 - 1.0817) = 45.4255$$

En los cálculos se ha elegido el valor más bajo de calidad de los engranes comerciales para mantener un diseño conservador.

Una vez definidos A , B y V

$$K_v = \left(\frac{A + \sqrt{200V}}{A} \right)^B = \left(\frac{45.4255 + \sqrt{200(0.3445)}}{45.4255} \right)^{1.0817} = 1.1959$$

Aunque n , y por lo tanto V , varían, se tomó el valor máximo, dado que éste es el momento crítico del engrane.

El factor de sobrecarga K_o se determina de la TABLA C-1 como $K_o = 1.5$, para una fuente de potencia con impacto ligero e impacto moderado en la máquina impulsada.

TABLA C-1
factores de sobrecarga, K_o

Fuente de potencia	Máquina impulsada		
	Uniforme	Impacto moderado	Impacto pesado
Uniforme	1.00	1.25	1.75
Impacto ligero	1.25	1.50	2.00
Impacto medio	1.50	1.75	2.25

El factor de la condición superficial Z_R se establece igual a la unidad, toda vez que se

desconocen los efectos de la condición superficial.

El factor de tamaño K_S se obtiene mediante

$$K_S = 1.192(mF\sqrt{Y})^{0.0535},$$

en donde

F es el ancho de cara del engrane, el cual se recomienda que sea de 3 a 5 veces mayor que el paso circular $p = \pi m$ [81] y

Y es el factor de forma de Lewis, el cual se obtiene de la TABLA C-2. En la tabla se interpola el valor de Y para 36 dientes y se determina que es 0.3775.

TABLA C-2
Valores del factor de forma de Lewis, Y

Número de dientes	Y	Número de dientes	Y
12	0.245	28	0.353
13	0.261	30	0.359
14	0.277	34	0.371
15	0.290	38	0.384
16	0.296	43	0.397
17	0.303	50	0.409
18	0.309	60	0.422
19	0.314	75	0.435
20	0.322	100	0.447
21	0.328	150	0.460
22	0.331	300	0.472
24	0.337	400	0.480
26	0.346	Cremallera	0.485

Entonces, al establecer $F = 3p = (3)(6\pi) \cong 56.5$ mm, para el piñón $(K_S)_p = 1.5776$ y para la rueda $(K_S)_G = 1.5861$.

El factor de distribución de la carga K_H se determina mediante

$$K_H = 1 + C_{mc}(C_{pf}C_{pm} + C_{ma}C_e),$$

en donde

$$C_{mc} = \begin{cases} 1, & \text{para dientes sin coronar} \\ 0.8, & \text{para dientes coronados} \end{cases},$$

$$C_{pf} = \begin{cases} \frac{F}{10d} - 0.025, & F \leq 1 \text{ in} \\ \frac{F}{10d} - 0.0375 + 0.0125F, & 1 < F \leq 17 \text{ in} \\ \frac{F}{10d} - 0.1109 + 0.0207F - 0.000228F^2, & 17 < F \leq 40 \text{ in} \end{cases},$$

$$C_{pm} = \begin{cases} 1, & \text{para piñón montado separado con } S_1/S < 0.175 \\ 1.1, & \text{para piñón montado separado con } S_1/S \geq 0.175 \end{cases}$$

$$C_{ma} = A + BF + CF^2$$

y

$$C_e = \begin{cases} 0.8, & \text{para engranajes ajustados durante el ensamblaje} \\ & \text{o si la compatibilidad se mejora mediante lapeado, o ambos} \\ 1, & \text{para todas las otras condiciones} \end{cases}$$

Las distancias S_1 y S se definen gráficamente en la Fig. C-5.

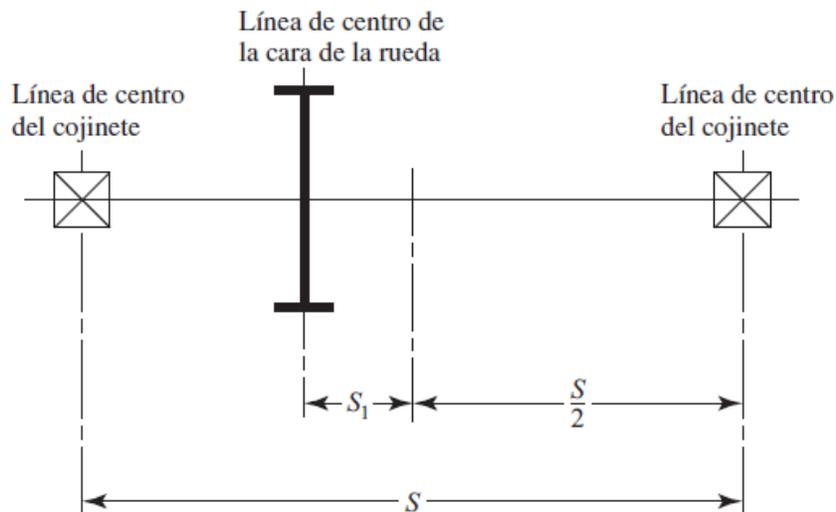


Fig. C-5 Definiciones de las distancias S y S_1 [81].

Los valores de A , B , y C se muestran en la TABLA C-3. Se resaltan los valores seleccionados.

TABLA C-3
Constantes empíricas A , B , y C para determinar C_{pm}

Condición	A	B	C
Engranajes abiertos	0.247	0.0167	-0.765x10⁻⁴
Unidades comerciales cerradas	0.127	0.0158	-0.930x10 ⁻⁴
Unidades de precisión cerradas	0.0675	0.0128	-0.926x10 ⁻⁴
Unidades de precisión extrema cerradas	0.00360	0.0102	-0.822x10 ⁻⁴

Entonces, $C_{mc} = 1$, $(C_{pf})_p = 0.0426$, $(C_{pf})_G = 0.0165$, $C_{pm} = 1.1$, $C_{ma} = 0.2838$ y $C_e = 1$. Por lo tanto, $(K_H)_p = 1.3307$ y $(K_H)_G = 1.3019$.

El factor de relación de la dureza Z_W es igual a la unidad cuando el piñón y la rueda tienen la misma dureza.

Los factores de ciclos de esfuerzos del esfuerzo de flexión y de vida de ciclos de esfuerzo, Y_N y Z_N , respectivamente, son ambos iguales a la unidad para engranes con una vida de 10^7 ciclos.

De acuerdo a la TABLA C-4, el factor de confiabilidad se estableció como $Y_Z = 0.85$ para mantener un diseño conservador.

TABLA C-4
Factores de confiabilidad Y_Z

Confiabilidad	Y_Z
0.9999	1.50
0.999	1.25
0.99	1.00
0.90	0.85
0.50	0.70

El factor de temperatura Y_T se establece igual a la unidad para temperaturas del aceite o del disco del engrane hasta de 120°C .

El factor de espesor del aro K_B se determina de acuerdo a la Fig. C-6. Al establecer la relación de apoyo $m_B \geq 1.2$, se tiene $K_B = 1$. Al calcular el diámetro sobre el cual se montará el engrane, se debe tener cuidado de mantener esta relación o, en su defecto, modificarla.

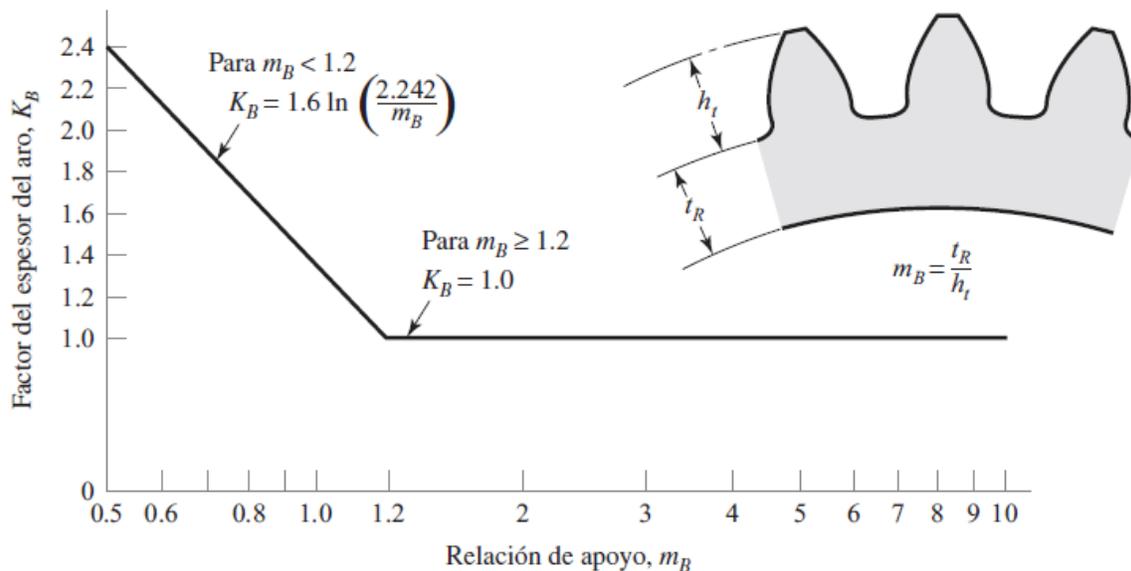


Fig. C-6 Definición del factor del espesor del aro K_B [81].

Por último, se calcula la fuerza transmitida W^t , en kN, mediante

$$W^t = 60000 \frac{H}{\pi d n}, \tag{C-3}$$

en donde

H es la potencia transmitida, en kW,

d es el diámetro de paso del engrane, en mm, y

n es la velocidad del engrane, en rpm.

Con $n = (2)(3.09 \text{ rad/s}) = 59.01 \text{ rpm}$ $W^t = 0.4974 \text{ kN}$.

Al igual que en el cálculo de K_v , para calcular W^t se tomó el valor máximo de H porque es un momento crítico del engrane.

Una vez determinados todos los factores es posible calcular S_F y S_H para el piñón y para la rueda. Al sustituir los factores en (C-1) y (C-2), y (C-2) en (C-1), se obtiene $(S_F)_P = 12.06$, $(S_F)_G = 14.66$, $(S_H)_P = 2.25$ y $(S_H)_G = 2.27$. Los FS se consideran aceptables, toda vez que son mayores a n_d . Sin embargo, se consideró este diseño como primera aproximación de los engranes de la tercera etapa.

Diseño de las flechas de entrada y salida

Posterior al diseño de los engranes, se procedió a diseñar las flechas. Al igual que con los engranes, se diseñó primero la flecha de salida, por ser la que mayor carga soporta. Para esto, se consideró una geometría preliminar como la que se muestra en la Fig. C-7. La rueda de salida, engrane 7, se montará sobre el diámetro d_2 . En los diámetros d_1 y d_4 se montarán los rodamientos. La figura muestra la geometría de la flecha sin considerar la ranura para colocar el anillo de retención ni hombros de rodamientos. Los puntos A y B representan el centro de cada rodamiento y el punto G representa el centro de la rueda.

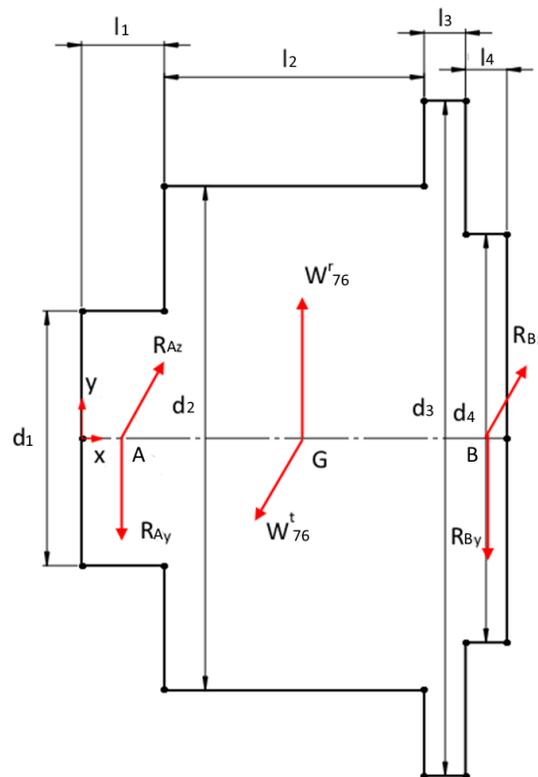


Fig. C-7 Diagrama de la flecha de salida de la transmisión.

Para el cálculo de los diámetros, primero se obtuvieron los diagramas de cortante, V , y momento, M , [108], y luego se aplicó el criterio de Soderberg. Se prefirió el criterio de

Soderberg para mantener un diseño conservador, y por ser el único criterio de falla por fatiga que se mantiene debajo de la línea de Langer, evitando la falla estática en el primer ciclo, como se muestra en la Fig. C-8 [81]. En la figura, S_y es la resistencia a la fluencia, S_e es la resistencia a la fatiga, S_a es la componente alternante del esfuerzo, S_m es la componente promedio del esfuerzo y S_{ut} es la resistencia última.

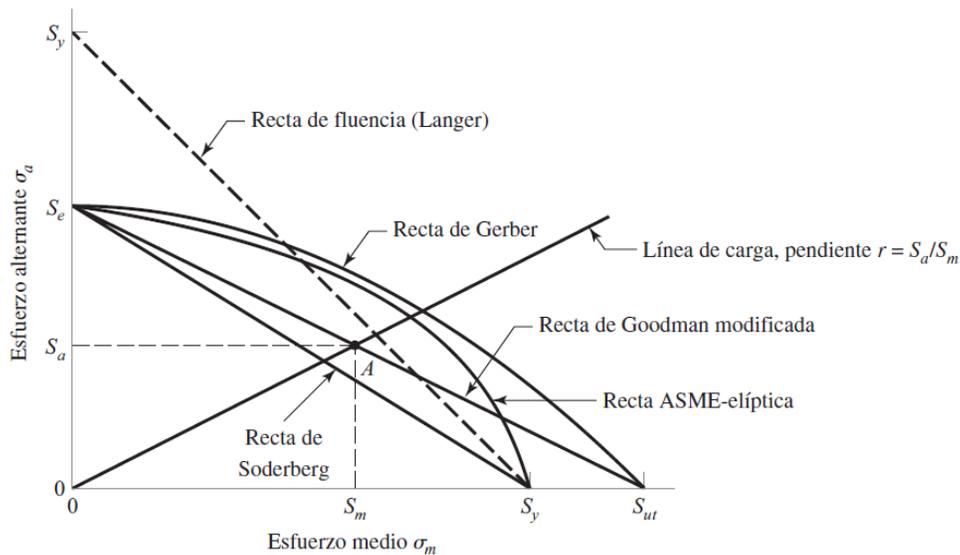


Fig. C-8 Diagrama de fatiga con varios criterios de falla [81].

En la Fig. C-9 se muestran los diagramas de cortante radial y tangencial, las cuales están dadas por

$$V^r = \begin{cases} -\frac{2S-l_{1-2}}{2S} w_{76}^r, & A \leq x < G \\ \frac{l_{1-2}}{2S} w_{76}^r, & G \leq x < B \end{cases} \tag{C-4}$$

$$V^t = \begin{cases} -\frac{2S-l_{1-2}}{2S} w_{76}^t, & A \leq x < G \\ \frac{l_{1-2}}{2S} w_{76}^t, & G \leq x < B \end{cases}$$

en donde

V^k es la cortante de la flecha debido a w_{76}^k con $k = r, t$ para carga radial y tangencial, respectivamente;

S es la longitud de A a B;

$l_{1-2} = l_1 + l_2$;

$w_{76}^r = w_{76}^t \tan(\varphi)$ es la fuerza radial que el engrane 7, con ángulo de presión φ , ejerce sobre el engrane 6; y

w_{76}^t es la fuerza tangencial que el engrane 7 ejerce sobre el engrane 6.

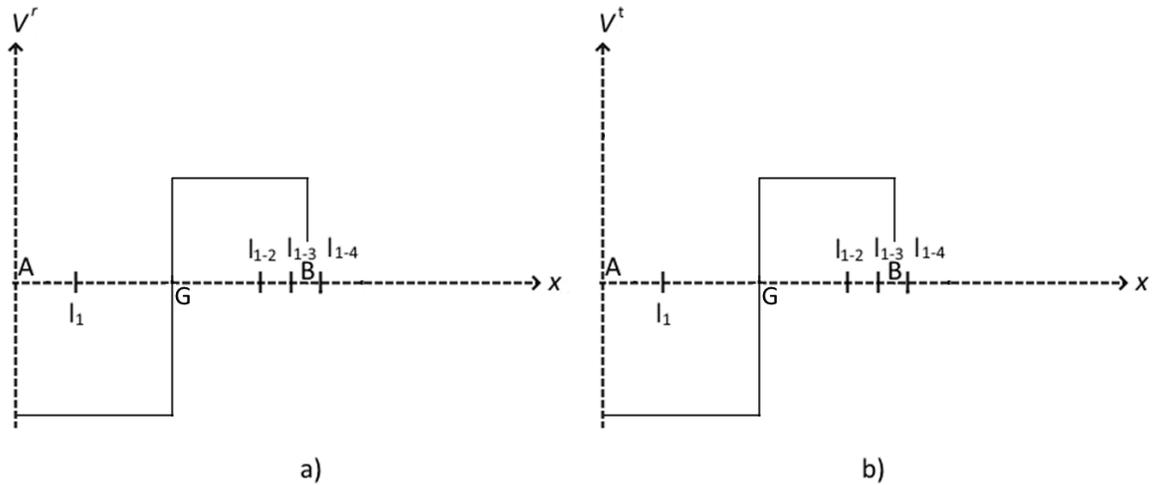


Fig. C-9 Diagramas de cortante radial y tangencial de la flecha de salida. a) cortante en la flecha debido a la fuerza radial, y b) cortante en la flecha debido a la fuerza tangencial (transmitida). No están a escala.

En la Fig. C-10 se muestra el diagrama de momento de la flecha, el cual está dado por

$$M = \sqrt{M^r{}^2 + M^t{}^2}, \quad (C-5)$$

en donde

M es el momento resultante en la flecha y

M^k es el momento en la flecha debido a la carga k y se obtiene como

$$M^r = \begin{cases} -\frac{2S - l_{1-2}}{2S} w_{76}^r x, & A \leq x < G \\ \frac{l_{1-2}}{2S} w_{76}^r (S - x), & G \leq x < B \end{cases} \quad (C-6)$$

$$M^t = \begin{cases} -\frac{2S - l_{1-2}}{2S} w_{76}^t x, & A \leq x < G \\ \frac{l_{1-2}}{2S} w_{76}^t (S - x), & G \leq x < B \end{cases}$$

Al sustituir (C-6) en (C-5) se obtiene

$$M = \begin{cases} \frac{2S - l_{1-2}}{2S \cos \varphi} w_{76}^t x, & A \leq x < G \\ \frac{l_{1-2}}{2S \cos \varphi} w_{76}^t (S - x), & G \leq x < B \end{cases} \quad (C-7)$$

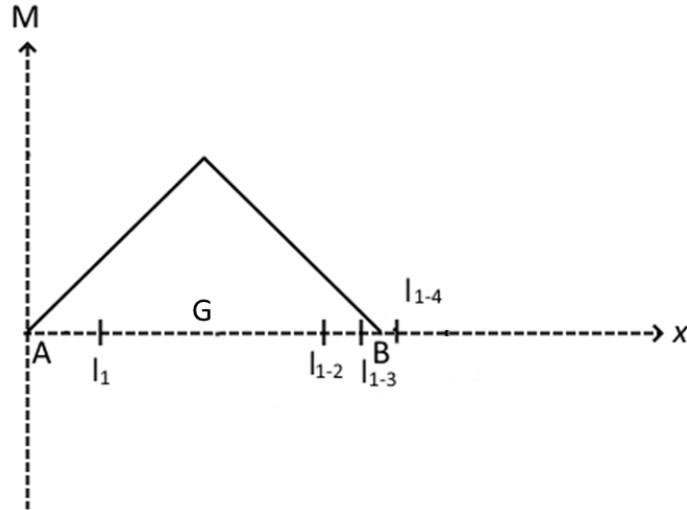


Fig. C-10 Diagrama de momento de la flecha de salida. No está a escala.

Luego, al establecer la relación

$$\frac{l_{1-2}}{2} + S_1 + \frac{S}{2} = S,$$

se puede obtener

$$\frac{l_{1-2}}{2S} = 0.5 - \frac{S_1}{S} \quad (C-8)$$

Luego, si en (C-7) se define la relación

$$\frac{2S - l_{1-2}}{2S},$$

como un factor de longitud de flecha, f_l ,

$$f_l = \frac{2S - l_{1-2}}{2S} = 1 - \frac{l_{1-2}}{2S} = 0.5 + \frac{S_1}{S},$$

es posible simplificar (C-7), con $\varphi = 20^\circ$, como

$$M = \begin{cases} 1.0642 f_l w_{76}^t x, & A \leq x < G \\ 1.0642 (1 - f_l) w_{76}^t (S - x), & G \leq x < B \end{cases} \quad (C-9)$$

Como se mencionó con anterioridad, para calcular los diámetros de cada sección de la flecha, se aplicará el criterio de Soderberg, el cual establece que

$$d = \sqrt[3]{\frac{16n_d}{\pi} \left\{ \frac{1}{S_e} \left[4(K_f M_a)^2 + 3(K_{fs} T_a)^2 \right]^{1/2} + \frac{1}{S_y} \left[4(K_f M_m)^2 + 3(K_{fs} T_m)^2 \right]^{1/2} \right\}}, \quad (C-10)$$

en donde

d es el diámetro de la sección de flecha,

n_d es el factor de diseño,

S_e es el límite de resistencia a la fatiga,

K_f es el factor de concentración de esfuerzos por fatiga por flexión,

M_a es el momento flexionante alternante,

K_{fs} es el factor de concentración de esfuerzos por fatiga por torsión,

T_a es el momento torsionante alternante,

S_y es la resistencia a la fluencia,

M_m es el momento flexionante medio y

T_m es el momento torsionante medio.

De (C-3), dado que H y n son variables, es obvio que W^t también lo es, por lo que el momento flexionante, (C-9), también lo será. Entonces, si la componente alternante y la de valor medio del momento flexionante se obtienen como

$$M_a = \frac{|M_{max} - M_{min}|}{2} \quad (C-11)$$

$$M_m = \frac{M_{max} + M_{min}}{2}$$

Al aplicar (C-11) a (C-9) se obtiene

$$M_a = \begin{cases} |0.5321 f_l x (w_{76,max}^t - w_{76,min}^t)|, & A \leq x < G \\ |0.5321 (1 - f_l) (S - x) (w_{76,max}^t - w_{76,min}^t)|, & G < x < B \end{cases}$$

y

$$M_m = \begin{cases} 0.5321 f_l x (w_{76,max}^t + w_{76,min}^t), & A \leq x_1 < G \\ 0.5321 (1 - f_l) (S - x) (w_{76,max}^t + w_{76,min}^t), & G < x_1 < B \end{cases}$$

De forma análoga, si el par máximo aplicado a la flecha de salida es de $235.1 \text{ N} \cdot \text{m}$ y el mínimo es de $-136.7 \text{ N} \cdot \text{m}$, $T_a = 185.9 \text{ N} \cdot \text{m}$ y $T_m = 49.2 \text{ N} \cdot \text{m}$.

En el diseño de los engranes se estableció la relación de apoyo $m_B = t_R/h_t \geq 1.2$. Como $h_t = 2.25m$ y $t_R = d_G/2 - 1.25m - d/2$, para la rueda, se tiene que el diámetro máximo sobre el cual se montará el engrane es de 168.6 mm . Para la primer iteración en el diseño de flechas es común emplear un acero estirado en frío, también es preferible elegir un acero con el menor porcentaje de carbono [81]. Por lo tanto, se eligió un acero AISI-1006 estirado en frío, cuya resistencia a la fluencia, S_y , es de 41 kpsi y la resistencia a la tensión, S_{ut} , es de $48 \text{ kpsi} < 200 \text{ kpsi}$, por lo que su límite de resistencia a la fatiga en viga rotatoria, S'_e , es de

$0.5S_{ut} = 24$ kpsi. Ésta última se modifica mediante la ecuación de Marin [81], la cual establece que

$$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e k_f S'_e, \quad (\text{C-12})$$

en donde

k_a es el factor de modificación por la condición superficial,

k_b es el factor de modificación por el tamaño,

k_c es el factor de modificación por la carga,

k_d es el factor de modificación por la temperatura,

k_e es el factor de confiabilidad y

k_f es el factor de modificación por efectos varios.

El factor de superficie se determina mediante

$$k_a = a S_{ut}^b,$$

en donde los valores a y b se obtienen de la TABLA C-5. De acuerdo a la tabla, se establece $a = 1.34$ y $b = -0.085$, para mantener un diseño conservador, por lo que $k_a = 0.9643$.

TABLA C-5
Parámetros en el factor de la condición superficial de Marin

Acabado superficial	Factor a		
	S_{ut} , kpsi	S_{ut} , MPa	Exponente b
Esmerilado	1.34	1.58	-0.085
Maquinado o laminado en frío	2.70	4.51	-0.265
Laminado en caliente	14.4	57.7	-0.718
Como sale de la forja	39.9	272	-0.995

El factor de tamaño se determina mediante

$$k_b = \begin{cases} (d/0.3)^{-0.107}, & 0.11 \leq d \leq 2 \text{ in} \\ 0.91d^{-0.157}, & 2 < d \leq 10 \text{ in} \\ (d/7.62)^{-0.107}, & 2.79 \leq d \leq 51 \text{ mm} \\ 1.51d^{-0.157}, & 51 < d \leq 254 \text{ mm} \end{cases}$$

Con $d = 168.6$ mm $k_b = 0.6751$.

Para la primer iteración de un diseño de flecha es común emplear el mismo valor de k_b en todas las secciones de la flecha, pero cuando se tienen los diámetros de cada sección se calcula k_b para cada sección [81].

El factor de carga es igual a la unidad para un eje rotativo.

El factor de temperatura es igual a la unidad, toda vez que la temperatura de operación no tendrá gran impacto.

El factor de confiabilidad se estableció igual a la unidad, asumiendo que los datos sobre

propiedades del material son 99.9999% confiables.

Por último, el factor de efectos varios se estableció igual a la unidad, dado que no se dispone de mayor información sobre tratamientos del material.

Con esta información se tiene que $S_e = 15.62$ kpsi.

Para determinar los factores de concentración de esfuerzo K_f y K_{fs} , se consideró [81] 1) que cada hombro sea 1.5 veces mayor a su diámetro menor y una relación entre el radio del filete y el diámetro menor de 0.02; 2) los factores de concentración de esfuerzo bajo carga estática K_t y K_{ts} se obtuvieron de las Fig. C-11 y Fig. C-12; 3) en las zonas donde haya un cuñero fresado, el factor de concentración de esfuerzos es de 2.14 a la flexión y 3 a la torsión; 4) los factores de concentración de esfuerzo por fatiga K_f y K_{fs} , aunque en la primera iteración es común establecer $K_f = K_t$ y $K_{fs} = K_{ts}$, se obtienen con la ecuación de Neuber como [81]

$$K_f = 1 + q(K_t - 1)$$

y

$$K_{fs} = 1 + q_s(K_{ts} - 1),$$

en donde

$$q = \frac{1}{1 + \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{r}}}$$

y

$$q_s = \frac{1}{1 + \frac{\sqrt{a_s}}{\sqrt{r}}}$$

en donde r es el radio del filete, y las constantes de Neuber, \sqrt{a} y $\sqrt{a_s}$, se obtienen como

$$\sqrt{a} = 0.246 - 3.08 \times 10^{-3} S_{ut} + 1.51 \times 10^{-5} S_{ut}^2 - 2.67 \times 10^{-8} S_{ut}^3$$

y

$$\sqrt{a_s} = 0.190 - 2.51 \times 10^{-3} S_{ut} + 1.35 \times 10^{-5} S_{ut}^2 - 2.67 \times 10^{-8} S_{ut}^3,$$

con S_{ut} en kpsi.

Con las consideraciones anteriores se obtienen los factores de concentración de esfuerzo mostrados en la TABLA C-6.

Luego de obtener los factores de concentración de esfuerzos en los puntos de posible falla, se determinan los diámetros correspondientes con (C-10).

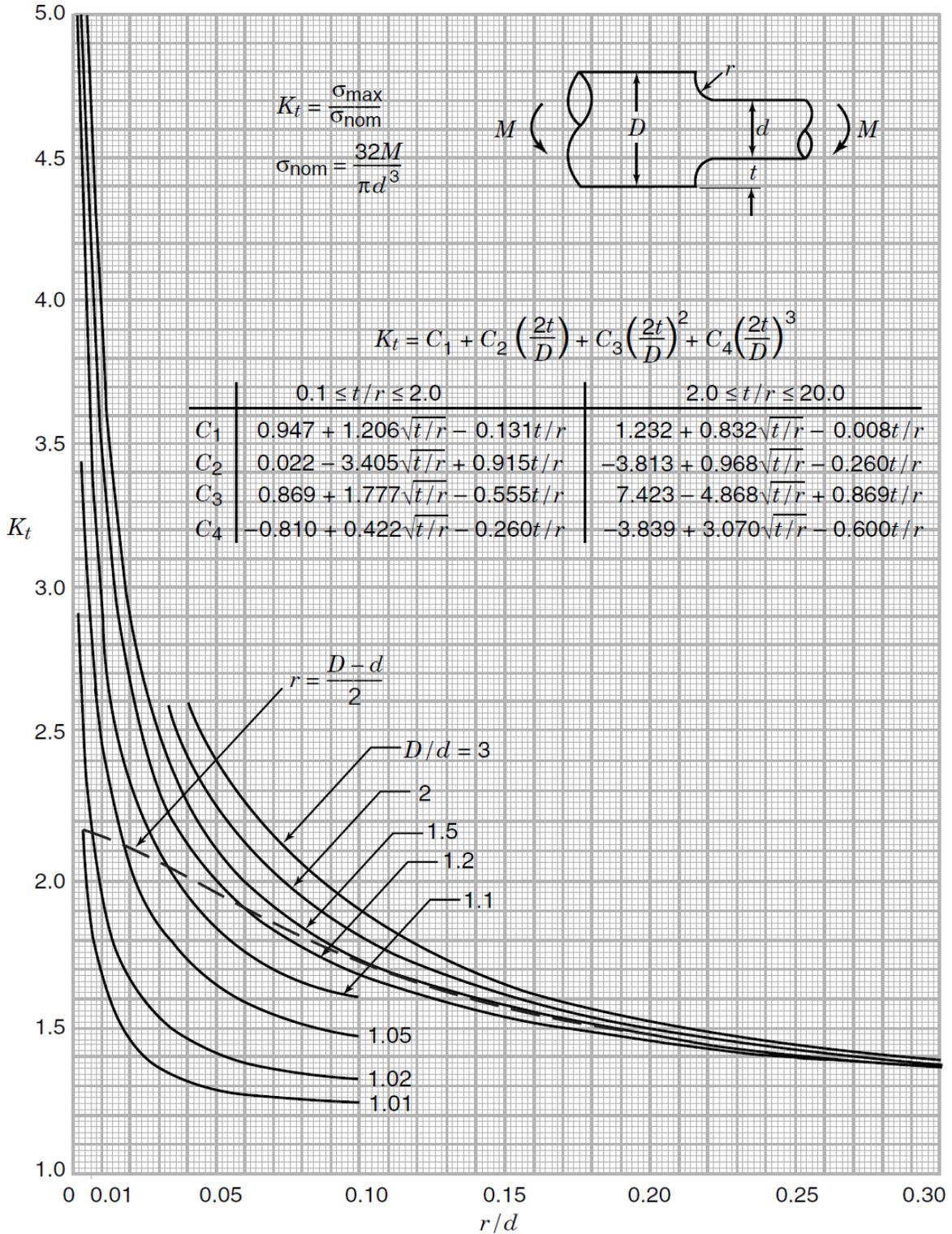


Fig. C-11 Factores de concentración de esfuerzo de una barra circular escalonada sometida a flexión [109].

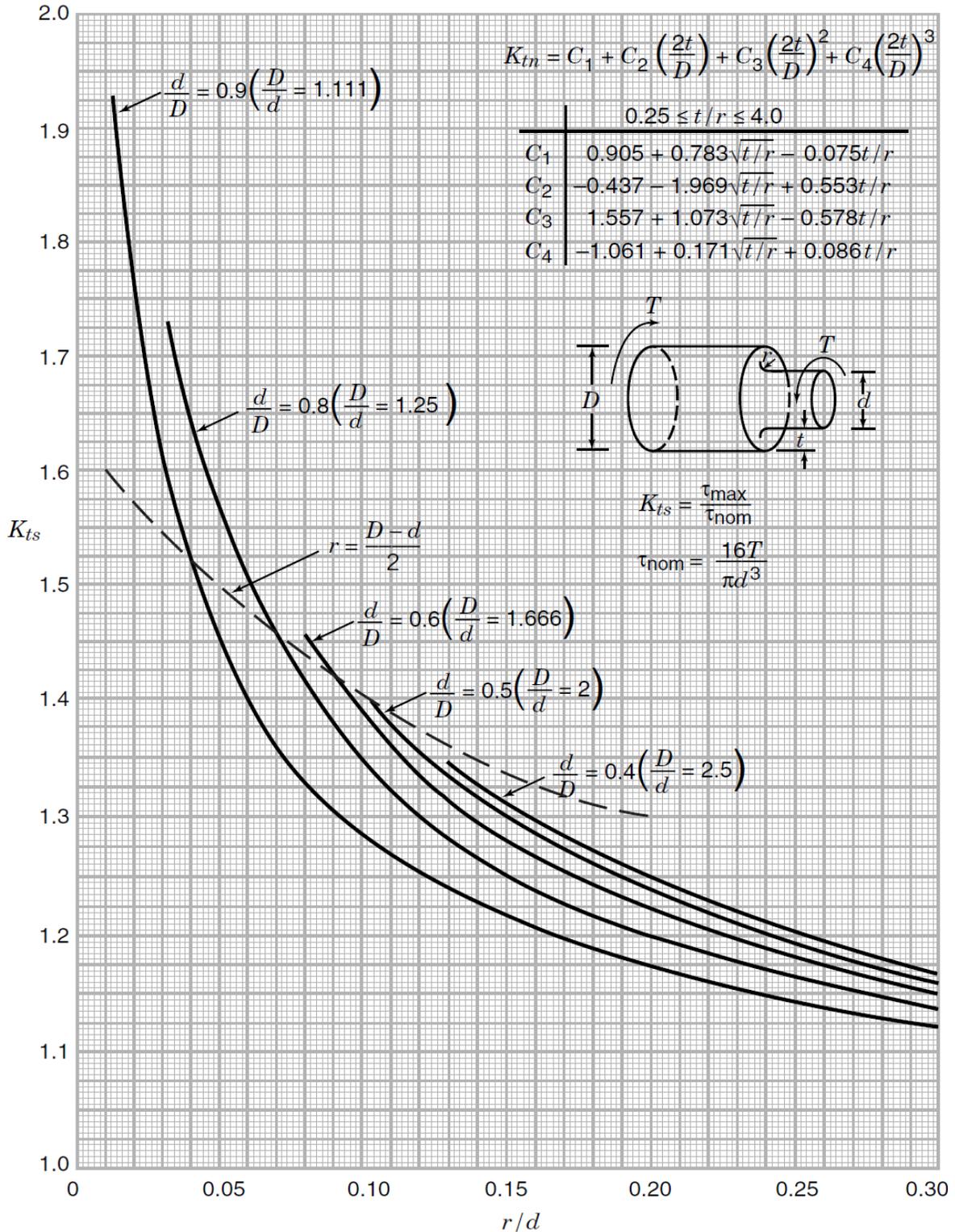


Fig. C-12 Factores de concentración de esfuerzo de una barra circular escalonada sometida a torsión [109].

El momento flexionante depende de f_l y x , por lo que es necesario evaluar la relación S_1/S , recordando que, para calcular el factor de distribución de carga, K_m , se estableció la distancia

desde el centro de la flecha hasta el centro del engrane como $S_1 \geq 0.175$ veces la longitud total de la flecha, S , y asignar valores a l_1 y l_2 . Si se establece que el primer segmento de la flecha tenga una longitud $l_1 = 15$ mm y que el segundo tenga una longitud de $l_2 = 65$ mm, se obtiene la distancia desde A hasta B de la flecha de salida, la cual, de acuerdo a (C-8), está dada por

$$S_i = \frac{l_{1-2}}{2(0.5 - S_{i1}/S_i)} = \frac{80}{2(0.5 - 0.175)} = 123.077 \text{ mm} \sim 123.1 \text{ mm}$$

TABLA C-6

Factores de concentración de esfuerzo en los tres puntos de posible falla de la flecha de salida

Localización axial, $x =$	K_f	K_{fs}
$l_1/2$	2.96	2.39
$l_{1-2}/2$	2.14	3.00
$l_1/2 + l_2$	2.96	2.39
$l_1/2 + l_2 + l_3$	2.96	2.39

Por lo que, si $l_4 = l_1$, $l_3 = S_i - l_1 - l_2 = 43.1$ mm.

Al evaluar (C-10) en los puntos de posible falla, con $n_d = 1.6$, se obtienen los valores que se muestran en la TABLA C-7.

TABLA C-7

Valores del diámetro en los puntos críticos de la flecha de entrada

		Localización axial (mm), $x =$			
S_{i1}/S_i	f_t	7.5	40	72.5	115.6
0.175	0.675	40.07	43.65	40.52	40.04

Como se estableció $d_{2,máx} = 168.6$ mm, cualquier valor de la TABLA C-7 sería válido. Sin embargo, para una primera aproximación, se eligió el valor de la segunda columna, $d_2 = 43.65$ mm, dado que es el valor que domina sobre el diámetro.

Cálculo de los rodamientos

Una vez que se tuvo una primera aproximación de la flecha de salida, se calcularon los rodamientos y anillos de retención. Para el cálculo de los rodamientos, es necesario determinar la carga constante equivalente F_{eq} , puesto que es variable [81].

Al superponer las dos ecuaciones de (C-4), se tiene que la carga en el rodamiento A, el rodamiento que soporta más carga, es

$$F_A = \frac{2S - l_{1-2}}{2S \cos 20^\circ} w_{76}^t$$

Al calcular F_A , se observa que $|w_{76}^t|_{max} = 851.20 \text{ N} > 0.4974 \text{ kN}$. Ésto implica que, luego de calcular el rodamiento que soporte las cargas, es necesario recalculer los engranes para soportar la carga transmitida. El comportamiento de w_{76}^t se muestra en la Fig. C-13.

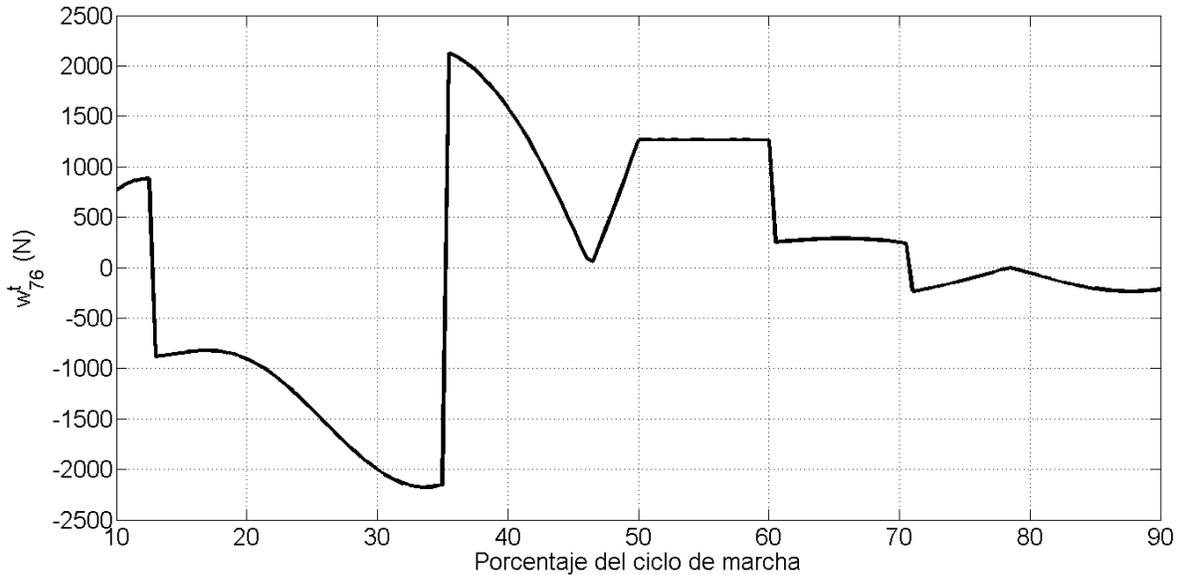


Fig. C-13 Comportamiento de w_{76}^t .

La fuerza equivalente F_{eq} , para cargas variables, se calcula mediante [81]

$$F_{eq} = \left[\frac{\sum n_i t_i F_{ei}^a}{\sum n_i t_i} \right]^{1/a},$$

en donde

n_i es la velocidad promedio, en rpm, a la cual se aplica la i -ésima carga;

t_i es el tiempo, en min, que dura aplicándose la i -ésima carga;

F_{ei} es la i -ésima carga, F_A ; y

$a = 3$ para rodamientos rígidos de bolas.

Al calcular F_{eq} , se obtiene $F_{eq} = 366.19$ N.

Para seleccionar el rodamiento, es necesario calcular su capacidad de carga de catálogo C_{10} , la cual está dada por [81]

$$C_{10} = a_f F_D \left[\frac{x_D}{x_0 + (\theta - x_0)(\ln 1/R_D)^{1/b}} \right]^{1/a}, \quad (C-13)$$

en donde

a_f es un factor de aplicación de carga. Para máquinas con impacto ligero se recomienda a_f 1.2 a 1.5;

F_D es la carga de diseño;

x_D es la vida adimensional de diseño del rodamiento;

x_0 , θ , y b son parámetros de Weibull. Los cuales se obtienen del fabricante. Para rodamientos SKF, $x_0 = 0.02$, $\theta = 4.459$, y $b = 1.483$; y

R_D es la confianza. Cuando la confianza de ambos rodamientos es igual, es común usar $R = \sqrt{R_D}$ como la confianza de cada rodamiento.

La vida adimensional se obtiene como

$$x_D = \left(\frac{L_D n_D 60}{L_{10}} \right)^{1/a},$$

en donde

L_D es la vida deseada del rodamiento. Para máquinas con un servicio de 8 horas diarias que no se emplean siempre al 100 por ciento, se recomienda L_D 14 a 20 kh;

n_D es la velocidad de diseño en rpm; y

L_{10} es la capacidad de vida y para rodamientos SKF es 10^6 revoluciones.

La velocidad de diseño n_D se puede calcular como la velocidad promedio, dado que es variable. Al calcularla mediante integración numérica, mediante la regla del trapecio [70], se obtiene $n_{D,prom} = 0.4608$ rpm. Entonces, con $L_D = 14$ kh, $x_D = 0.3383$.

Al evaluar (C-13), con $F_D = F_{eq}$, una confianza del 99% y $a_f = 1.5$, para un cálculo conservador, se obtiene $C_{10} = 728.38$ N

Cálculo de los anillos de retención

Los anillos de retención se emplean normalmente para localizar axialmente los elementos de las flechas [110]. En este caso se seleccionaron para localizar los engranes. Aunque los anillos de retención tienen un límite de carga axial y radial que soportan, las transmisiones del EMI no se someterán a carga axial, por lo que sólo es necesario verificar que las cargas radiales desarrolladas en las flechas en las localidades de los anillos sean menores a sus capacidades de carga radial. Dado que la carga máxima en el punto A es la misma que en la localidad del anillo, de acuerdo a (C-4), con $d_2 = 43.65$ mm se elegiría un anillo de retención externo DSH-44 con una capacidad de carga radial de 9.35 kN [111]. Lo anterior implica que el anillo de retención tendrá un $FS = 9.92$. Aunque sería posible seleccionar un anillo de retención más pequeño, es necesario que todos los elementos de la transmisión cumplan con los requisitos de diseño y, puesto que hay elementos que están sujetos a restricciones geométricas, algunas de ellas establecidas por otros elementos, eso implica que algunos estarán sobredimensionados.

Diseño de las flechas intermedias

Una vez que se obtuvo un diseño de la flecha de salida, y de los engranes de la tercera etapa, se realizó el diseño de las flechas intermedias. Esta transmisión tendrá cuatro flechas. La primera y la última sólo tendrán un engrane, por lo que su diseño es análogo. Por otro lado, las flechas 2 y 3, tendrán dos engranes cada una, y tendrán una geometría como la que se muestra en la Fig. C-14.

En la Fig. C-15 se muestran un dcl de la flecha intermedia 2, empleado para obtener las ecuaciones que describen sus diagramas de cortante y momento, cuya forma depende de las dimensiones de las cargas y longitudes. En el diagrama se muestran las cargas radiales que actual sobre la flecha. En la figura

R_{2i}^r representa la reacción debido a cargas radiales en el rodamiento izquierdo de la flecha, y actúa en el centro del mismo;

P_i^r y P_d^r representan las cargas radiales transmitidas por los engranes izquierdo, 4, y derecho, 3, respectivamente;

L_i y L_d son las distancias axiales a las cuales se ubican los centros de los engranes 4 y 3, respectivamente, medidos desde el centro del rodamiento izquierdo; y

L_2 es la distancia entre los centros de los rodamientos de la flecha 2.

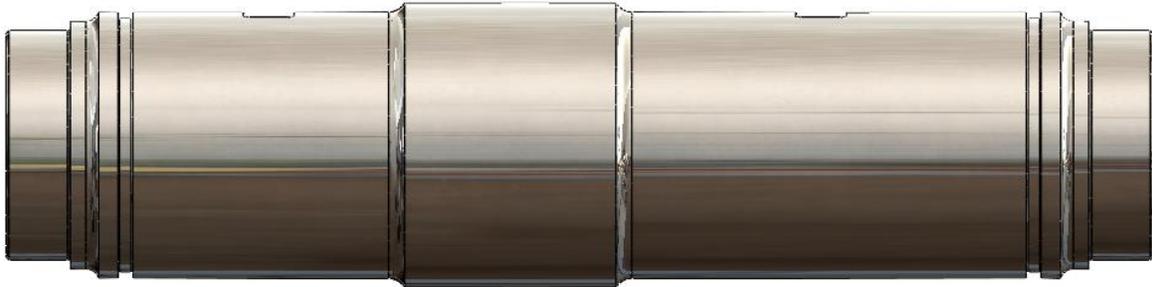


Fig. C-14 Geometría general de las flechas intermedias de la transmisión.

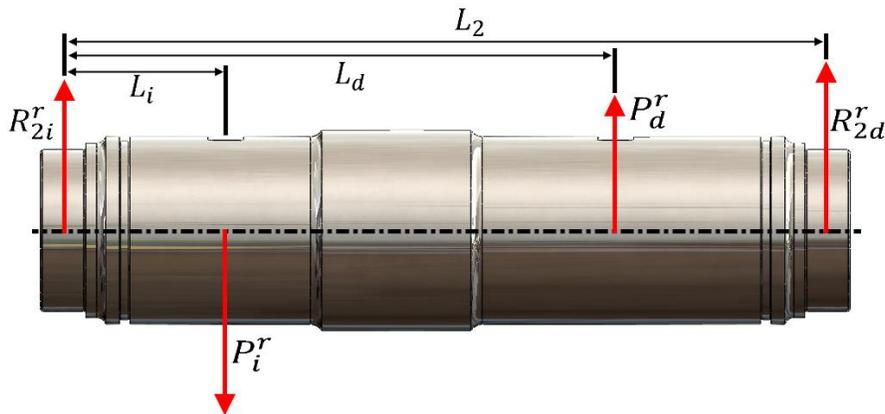


Fig. C-15 Diagrama de cuerpo libre de la flecha intermedia 2. Se muestran las cargas radiales.

De acuerdo a la Fig. C-15, la cortante y el momento en la flecha intermedia, debido a las cargas radiales, están definidos como

$$V_2^r = \begin{cases} R_{2i}^r, & 0 \leq x_2 < L_i \\ R_{2i}^r - P_i^r, & L_i \leq x_2 < L_d \\ R_{2i}^r - P_i^r + P_d^r, & L_d \leq x_2 < L_2 \end{cases}$$

y

(C-14)

$$M_2^r = \begin{cases} R_{2i}^r x_2, & 0 \leq x_2 < L_i \\ R_{2i}^r x_2 - P_i^r (x_2 - L_i), & L_i \leq x_2 < L_d \\ R_{2i}^r x_2 - P_i^r (x_2 - L_i) + P_d^r (x_2 - L_d), & L_d \leq x_2 < L_2 \end{cases}$$

en donde V_2^r y M_2^r representan la cortante y momento, respectivamente, debido a cargas radiales en la flecha 2.

De la Fig. C-15 se puede demostrar que

$$R_{2i}^r = \frac{P_i^r(S_2 - L_i) - P_d^r(S_2 - L_d)}{S_2}, \quad (\text{C-15})$$

en donde $S_2 = L_2$.

Al establecer las relaciones

$$L_i + S_{i1} + \frac{S_2}{2} = S_2$$

y

$$S_2 - L_d + S_{d1} + \frac{S_2}{2} = S_2$$

se pueden establecer factores de longitud de flecha con dos engranes montados como

$$\frac{S_2 - L_i}{S_2} = f_{l2i} = 0.5 + \frac{S_{i1}}{S_2}$$

y

$$\frac{S_2 - L_d}{S_2} = f_{l2d} = 0.5 - \frac{S_{d1}}{S_2}$$

(C-16)

Entonces, se puede determinar la longitud entre rodamientos de la flecha como

$$S_2 = \frac{L_i}{1 - f_{l2i}} = \frac{L_d}{1 - f_{l2d}}$$

Adicionalmente, sea

$$P_d^r = P_d^t \tan(20^\circ)$$

y

$$P_i^r = P_i^t \tan(20^\circ),$$

(C-17)

en donde P_d^t y P_i^t son las cargas tangenciales transmitidas por los engranes derecho e izquierdo, respectivamente.

Las cortantes y momentos debido a las cargas tangenciales se obtienen análogamente a las cortantes y momentos debido a cargas radiales, con el mismo diagrama de la Fig. C-15, sustituyendo los superíndices r por t , y, por conveniencia, definiendo $P_i^t = -P_i^t$, y están descritos por

$$V_2^t = \begin{cases} R_{2i}^t, & 0 \leq x_2 < L_i \\ R_{2i}^t + P_i^t, & L_i \leq x_2 < L_d \\ R_{2i}^t + P_i^t + P_d^t, & L_d \leq x_2 < L_2 \end{cases}$$

y (C-18)

$$M_2^t = \begin{cases} R_{2i}^t x_2, & 0 \leq x_2 < L_i \\ R_{2i}^t x_2 + P_i^t (x_2 - L_i), & L_i \leq x_2 < L_d, \\ R_{2i}^t x_2 + P_i^t (x_2 - L_i) + P_d^t (x_2 - L_d), & L_d \leq x_2 < L_2 \end{cases}$$

en donde

$$R_{2i}^t = -\frac{P_i^t (S_2 - L_i) + P_d^t (S_2 - L_d)}{S_2} \quad (C-19)$$

La cortante y el momento resultantes se obtienen al sustituir (C-16) en (C-15) y (C-19), y luego éstas y (C-17) en (C-14) y (C-18), y finalmente superponer estas dos últimas.

Los puntos de mayor esfuerzo de las flechas se indican en las Fig. C-16 y Fig. C-17, y en la TABLA C-8 se muestran los parámetros de las flechas. Las dimensiones de las flechas en las vecindades en donde se instalarán los rodamientos son las especificadas por SKF [112], mientras que los anillos de retención, y las dimensiones de las flechas en las vecindades en donde se instalarán, son las especificadas por el estándar DIN 471 [111]. Por último, en la TABLA C-9 se enlistan los FS de las flechas en los puntos de mayor esfuerzo bajo las condiciones de carga desarrolladas durante el ciclo de marcha en la cadera (C), rodilla (R) y tobillo (T). En esta tabla se aprecia que el FS mínimo es de 1.64, el cual es mayor a n_d , y se presenta en el cuñero de la flecha 4 de la transmisión para la rodilla.

Por último, al aplicar el MDCMAS, se determinaron los parámetros de los engranes y flechas para una solución satisfactoria. En la TABLA C-10 se muestran los parámetros de los engranes. En la última iteración del diseño de los engranes, se consideró $Q_v = 7$. A pesar de tener $s > 75$ kpsi y $s_c > 275$ kpsi, se espera que en la realidad tanto s como s_c sean menores, toda vez que aquí se está siguiendo un diseño bastante conservador.

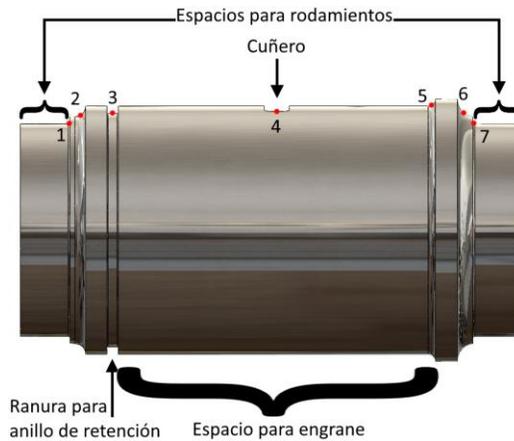


Fig. C-16 Geometría general de las flechas de entrada y salida.

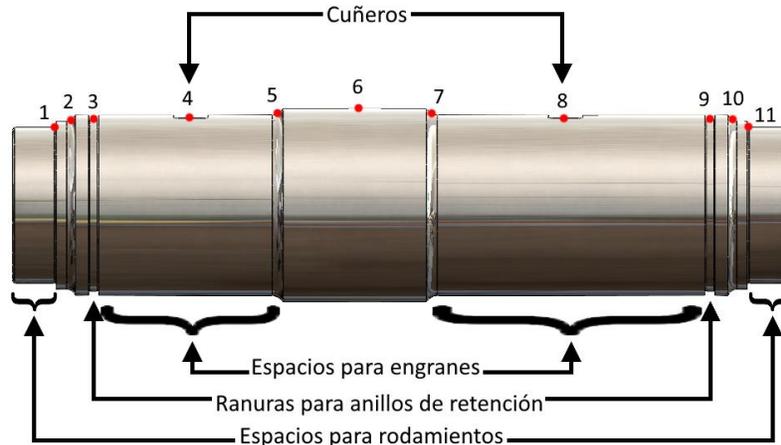


Fig. C-17 Geometría general de las flechas intermedias.

TABLA C-8
Parámetros de las flechas

Parámetro	Flecha 1	Flecha 2	Flecha 3	Flecha 4
Material	AISI 1080 HR	AISI 1080 HR	AISI 1080 HR	AISI 1080 HR
Rodamientos	SKF 61800	SKF 61802	SKF 61805	SKF 61806
Hombro de engrane (mm)	13.75	21	31	37
Anillo de retención	DSH-13	DSH-19	DSH-29	DSH-35

TABLA C-9
Factores de seguridad de las flechas

Punto	Flecha 1			Flecha 2			Flecha 3			Flecha 4		
	C	R	T	C	R	T	C	R	T	C	R	T
1	7.39	2.34	3.16	53.97	12.99	19.97	156.99	23.64	36.34	7.01	2.20	2.92
2	12.33	3.94	5.48	29.83	7.20	11.07	136.78	20.60	31.66	10.90	3.44	4.56
3	5.72	1.77	2.51	12.93	3.11	4.78	47.16	7.10	10.92	5.43	1.74	2.31
4	5.71	1.78	2.51	5.63	1.70	2.26	7.76	2.31	3.00	5.08	1.64	2.19
5	30.84	8.12	11.41	11.11	2.20	4.00	13.85	3.67	4.91	124.00	31.26	44.08
6	32.65	8.63	12.12	22.77	6.25	8.40	24.64	6.90	9.15	172.66	43.69	61.60
7	51.61	13.76	19.31	11.26	2.95	4.03	12.11	3.22	4.52	164.16	41.65	58.72
8				6.79	1.95	2.55	6.47	2.00	2.65			
9				28.14	3.95	6.07	21.62	5.44	8.36			
10				65.12	9.14	14.05	62.70	15.78	24.26			
11				117.44	16.48	25.33	71.97	18.12	27.84			

TABLA C-10
Parámetros de los engranes

Parámetro	Primera etapa	Segunda etapa	Tercera etapa
φ (°)	20	20	20
N_p	18	18	18
m_G	4	3	2
m	1.25	2	3
F (mm)	20.75	29.6	44.7
s (kpsi)	71	72	67
s_c (kpsi)	253	273	277

Cálculo de las cuñas

Para transmitir el momento de las flechas a los engranes se emplearán cuñas, las cuales se diseñan contra cortante mediante [81]

$$FS = t l S_{sy} / F,$$

y contra aplastamiento mediante [81]

$$FS = h l S_y / 2F,$$

en donde

t es el ancho de la cuña, en mm;

l es el largo de la cuña, en mm;

$S_{sy} = 0.577 S_y$ es la resistencia al corte del material de la cuña, en MPa;

F es la fuerza transmitida, en N;

h es la altura de la cuña, en mm; y

S_y es la resistencia a la fluencia del material de la cuña, en MPa.

En la TABLA C-11 se muestran los parámetros de las cuñas que se emplearán. El ancho y alto de la cuña son los recomendados por la **ASME** (Asociación Americana de Ingenieros Mecánicos) [113]. Como las cuñas estarán en fatiga se diseñaron con el criterio de Soderberg.

TABLA C-11
Parámetros de las cuñas

	Flecha 1	Flecha 2	Flecha 3	Flecha 4
Material	AISI 1010 CD	AISI 1010 CD	AISI 1010 CD	AISI 1010 CD
Ancho (mm)	5	6	8	10
Alto (mm)	5	6	7	8
Largo (mm)	3	6.5	11	10
Factor de seguridad mínimo	1.72	1.76	1.71	1.75

Diseño de los rayos y almas de los engranes

Una vez que el diseño de los engranes y flechas convergió a una solución, se elaboró el modelo 3D. Al aplicar material en los componentes, se notó que tan sólo los engranes tendrían una masa de $m_{eng} \cong 6.5$ kg, lo cual es indeseable.

Para reducir la masa de los engranes se optó por diseñar los engranes con brazos radiales, o rayos, y alma. Esto no modificaría los dientes de los engranes y se realizó procurando mantener una relación de apoyo $m_B \geq 1.2$, como se estableció en el diseño de los engranes. Esto último para no modificar la resistencia de los dientes de los engranes y, al mismo tiempo, eliminar la mayor cantidad de material posible.

Aunque se han realizado varios estudios para intentar cuantificar el efecto de rayos y almas sobre la distribución de esfuerzos en los engranes [114]–[118], no existe información concluyente al respecto. Con base en esta premisa, se analizaron los rayos y almas de los engranes como elementos estructurales que unen dos cuerpos: uno sería el disco dentado del

engrane, y otro sería el cilindro que une al engrane con la flecha a través de la cuña, el cubo del engrane. En la Fig. C-18 se aprecia el diseño de uno de los engranes con tres rayos. También se muestra un corte de sección en el cual se aprecia el alma de los rayos.

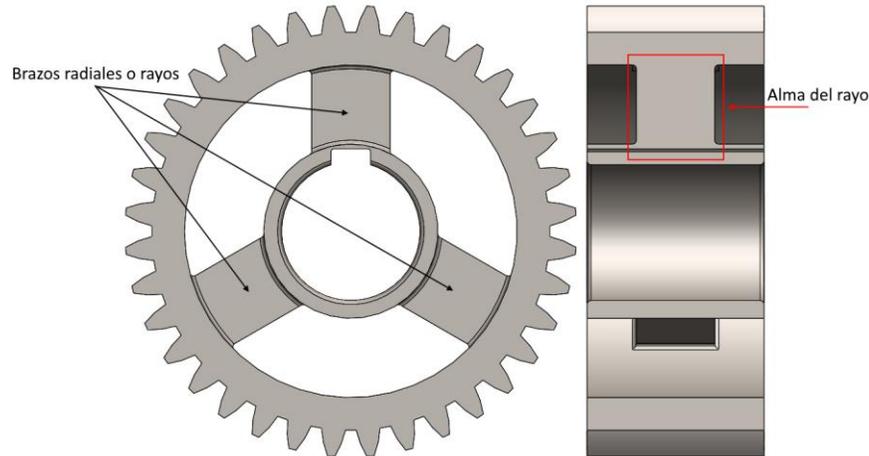


Fig. C-18 Modelo del engrane con rayos (izquierda) y alma (derecha).

Se desea definir l_{rayo} , así como el ancho del rayo w_{rayo} y el espesor del alma t_{alma} . Para definir l_{rayo} , resulta conveniente definir el diámetro exterior del cubo del engrane, DE_{cubo} , y el diámetro interior del disco dentado, DI_{dd} . Esto se hizo con el criterio de Soderberg, (C-10), de la misma manera que se definieron los diámetros de las flechas. De acuerdo a [110], para el diseño de ejes huecos, se puede sustituir $d \left[1 - \left(\frac{d_i}{d} \right)^4 \right]^{1/3}$ por d , en donde d y d_i son los diámetros exterior e interior, respectivamente. Aunque hacer esta sustitución en (C-10) provocaría que la ecuación no se pueda resolver analíticamente, es posible resolverla primero para n_d y luego realizar la sustitución, obteniendo

$$FS = \frac{\pi d^3 \left[1 - \left(\frac{d_i}{d} \right)^4 \right]}{16 \left\{ \frac{1}{S_e} \left[4(K_f M_a)^2 + 3(K_{fs} T_a)^2 \right]^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{S_y} \left[4(K_f M_m)^2 + 3(K_{fs} T_m)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\}} \quad (C-20)$$

Para el cálculo de S_e se debe considerar el factor de tamaño, k_b , de la ecuación de Marin, (C-12), empleando el diámetro efectivo $d_e = \left[\frac{\pi(d^2 - d_i^2)}{0.0766} \right]^{1/2}$ en lugar de d [81].

Al asignar valores de d en (C-20), para determinar DE_{cubo} del engrane de salida, se encuentra que $d = 44$ mm ofrecería un $FS = 1.74$. Esto es suponiendo un acero AISI 1030 CD, aunque en realidad será el mismo acero de la TABLA C-10, por lo que FS será mayor.

De acuerdo a la metodología AGMA para diseño de engranes, no habría falla en el diente. Pero se sabe que, debido a la concentración de esfuerzos inducida por la geometría de los rayos, la falla puede ocurrir a través del cuerpo o llanta del engrane [114]–[118]. Es por esto

que se aplicó el criterio de Soderberg, (C-10), para definir el diámetro interior mínimo del disco dentado. Al evaluar (C-20) con factores de concentración de esfuerzo grandes [81], $K_f = K_{fs} = 3$, para un diseño conservador, y $d_i = 84$, se obtiene un $FS = 14.53$.

Una vez que se definieron DE_{cubo} y DI_{dd} , y por lo tanto l_{rayo} de cada engrane, se analizaron las cargas que actúan sobre los rayos. Se podría suponer que todos los rayos estarán sujetos al momento que transmite el engrane. Sin embargo, como ya se mencionó, no existe información concluyente sobre la distribución de esfuerzos en los rayos de los engranes. Por lo tanto, se siguió un diseño conservador al suponer que un solo rayo soporta toda la carga, tanto la cortante como la de compresión.

En la Fig. C-19 se muestra un dcl del engrane y otro del rayo.

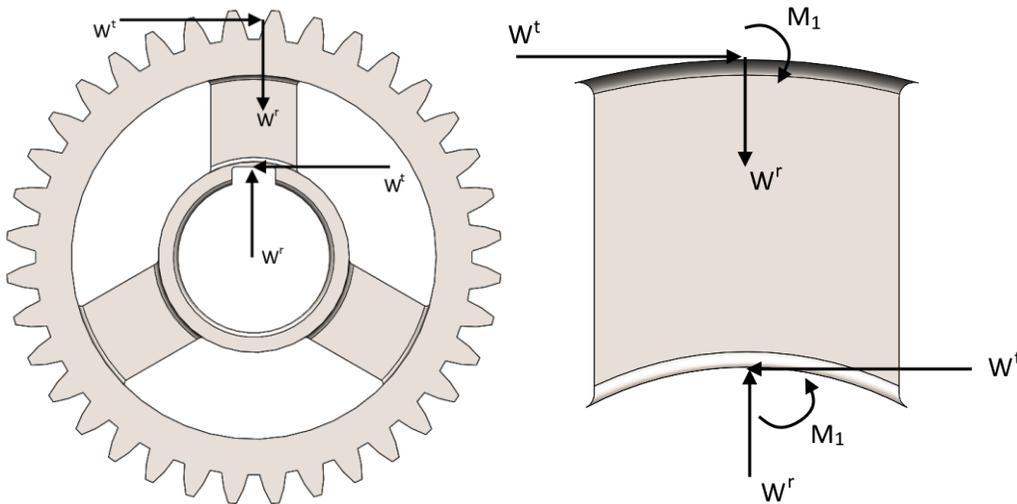


Fig. C-19 Diagramas de cuerpo libre del engrane (izquierda) y del rayo del engrane (derecha).

De acuerdo a la geometría del diente del engrane, se sabe que $W^r = W^t \tan \phi$ y se puede demostrar que

$$M_1 = W^t b \text{ y } M_2 = M_1 + W^t l_{rayo}$$

en donde $b = 1.25m$ es el *dedendum*.

Se sabe que el punto crítico del rayo será en el extremo inferior, en la unión con el cubo [108], por lo que se estableció el área transversal mínima en la base del rayo y, con base en esa área, se definió su geometría.

La forma general del criterio de Soderberg se expresa como [81]

$$\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_y} = \frac{1}{FS}, \tag{C-21}$$

en donde σ_a y σ_m son las componentes alternante y de amplitud del esfuerzo de von Mises σ' , el cual se puede obtener como [81]

$$\sigma' = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2) \right]^{1/2}, \tag{C-22}$$

en donde

σ es el esfuerzo normal y el subíndice indica la dirección del esfuerzo; y

τ es el esfuerzo transversal, o cortante. El primer subíndice indica con qué eje es perpendicular el esfuerzo, mientras que el segundo subíndice indica la dirección del esfuerzo [83].

De Fig. C-19 se aprecia que, sobre el rayo, sólo existen σ_y y $\tau_{yx} = \tau_{xy}$ [83], por lo que (C-22) se puede describir como (4-28) con σ_y y τ_{xy} como

$$\sigma_y = \frac{Mc}{I} + \frac{F}{A}$$

y

$$\tau_{xy} = \frac{VQ}{Ib}$$

(C-23)

en donde

$$M = M_2,$$

$$c = \frac{w_{rayo}}{2},$$

$$I = \frac{1}{12} t_{alma} w_{rayo}^3,$$

$$F = W^r,$$

$$A = t_{alma} w_{rayo},$$

$$V = W^t \text{ y}$$

$Q = \bar{y}' A'$, con \bar{y}' como la distancia del eje neutro al centroide del área A' comprendida entre el punto en donde se calcula el esfuerzo y el borde de la sección [108].

De acuerdo a la distribución de esfuerzos normales y cortantes, $\sigma_y = \frac{F}{A}$ en el eje neutro del rayo, mientras que $\tau_{xy} = \tau_{xy,max} = \frac{3V}{2A}$, y $\sigma_y = \sigma_{y,max} = \frac{6M}{t_{alma} w_{rayo}^2} + \frac{F}{A}$ en el borde del rayo, mientras que $\tau_{xy} = 0$ [81]. Por lo que se debe evaluar (C-24) en el eje neutro y en el borde del rayo, para determinar cuál punto representa mayor riesgo de falla. Posteriormente, se sustituye (C-23) en (C-22), y ésta en (C-21), con factores de concentración de esfuerzos iguales a 3, nuevamente, para mantener un diseño conservador, y $d_e = 0.808 \sqrt{w_{rayo} t_{alma}}$ en la ecuación de Marin para obtener un FS satisfactorio.

En la TABLA C-12 se indican DE_{cubo} , DI_{dd} , w_{rayo} y t_{alma} . Cabe mencionar que m_{eng} se redujo en un 45.92%. Los engranes 2, 4, y 6 son muy pequeños como para diseñarlos con rayos y alma.

Diseño de los elementos estructurales de la transmisión

Posterior al diseño y cálculo de los elementos de secciones previas, se prosiguió a diseñar los elementos estructurales de la transmisión. Estos elementos soportarán a la transmisión y la unirán a la estructura del EMI. Por lo tanto, el correcto diseño de los elementos

estructurales es vital para evitar una falla del sistema mecánico. En la Fig. C-20 se aprecian la transmisión y sus elementos estructurales. Los elementos estructurales y alojamientos para rodamientos se diseñaron con el fin de no añadir mucho peso al sistema. Para unir las placas y transmitir las cargas a la estructura del EMI se emplearán pernos.

TABLA C-12
Parámetros de los rayos de los engranes

Engrane 3		Engrane 5		Engrane 7	
Diámetro exterior del cubo (mm)	27	Diámetro exterior del cubo (mm)	37	Diámetro exterior del cubo (mm)	44
Diámetro interior del disco dentado (mm)	80	Diámetro interior del disco dentado (mm)	92	Diámetro interior del disco dentado (mm)	84
Ancho del rayo (mm)	12.05	Ancho del rayo (mm)	16.8	Ancho del rayo (mm)	19.8
Espesor del alma (mm)	12.05	Espesor del alma (mm)	16.8	Espesor del alma (mm)	19.8

En la Fig. C-21 se muestra una vista seccionada de la flecha de salida. Se aprecia el engrane, la flecha, la cuña, el anillo de retención, los rodamientos, sus alojamientos, placas estructurales (principal y secundaria), pernos, tuercas y arandelas. El alojamiento se emplea para soportar la carga del rodamiento y localizarlo axialmente, evitando que el rodamiento se desplace hacia el centro de la flecha, y la placa se emplea para localizar axialmente al rodamiento, evitando que se desplace fuera de la flecha.

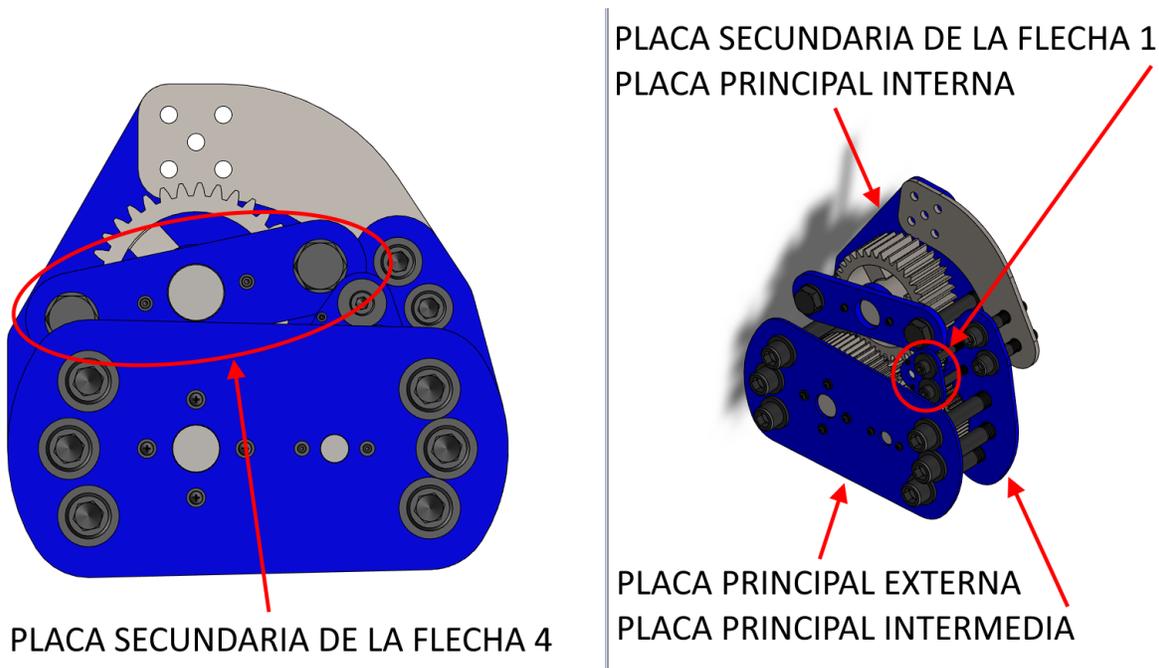


Fig. C-20 Modelo 3D de la transmisión con elementos estructurales. Vista frontal (izquierda) y vista isométrica (derecha).

Primero se calcularon los pernos de los alojamientos de los rodamientos. Para el análisis de estos elementos, se despreció la flexibilidad del perno que transmite la carga de la placa secundaria de la flecha 4 a la placa principal interior. En la Fig. C-22 se muestra un dcl del

alojamiento de los rodamientos de la flecha de salida. En la figura, V es la carga que actúa en el rodamiento.

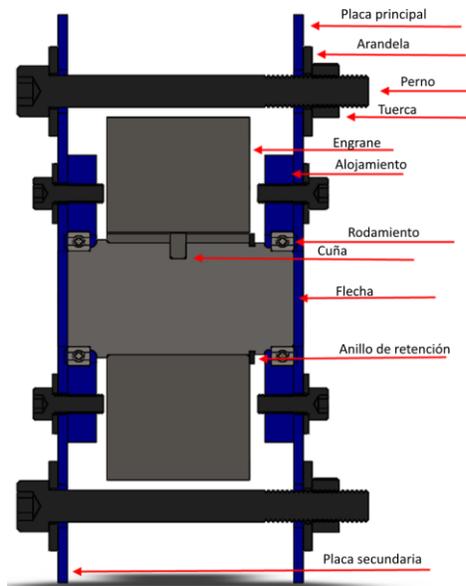


Fig. C-21 Vista seccionada de la flecha de salida.

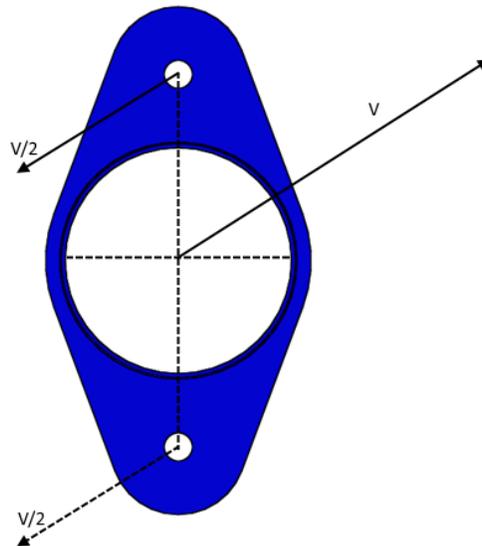


Fig. C-22 Diagrama de cuerpo libre del alojamiento para los rodamientos de la flecha de salida.

De acuerdo a [81], de las dos cargas que se desarrollan en los extremos de la flecha, la mayor se encuentra en el extremo más cercano al centro del engrane, y está dada por

$$V = \frac{l_{cuña}}{S \cos \phi} W_{76}^t, \quad (C-24)$$

en donde $l_{cuña}$ es la distancia desde el rodamiento más lejano del centro del engrane al mismo.

De (C-24) se observa que los pernos estarán sujetos a fatiga, por lo que se empleó el criterio de Soderberg para calcularlos, (C-10). Para determinar el FS se supuso que se colocarán dos pernos M5x0.8 para usar la menor cantidad de pernos posibles. La carga V se dividirá entre el número de pernos empleados para asegurar el alojamiento [81], los cuales estarán sujetos a cortante dada la configuración de la unión. Nótese que se despreció el peso del engrane y la flecha, que son los elementos de mayor masa en la transmisión, dado que la carga V es mucho mayor. Puesto que, en la unión, la parte roscada del perno será mayor que la parte no roscada, el área de esfuerzo será la de la parte roscada, la cual es 12.7 mm^2 [81]. Por último, para el criterio de Soderberg, se requieren las resistencias a la fluencia y a la tracción, las cuales, considerando pernos de clase de propiedad 12.9, por practicidad, toda vez que, luego de algunas iteraciones al diseño de los elementos estructurales, se observó que los pernos de mayor resistencia serían de clase de propiedad 12.9, de acuerdo a la norma SAE J429 [119], son 1100 y 1220 MPa, respectivamente. Con esto $FS = 1.17$, por lo que se deben seleccionar pernos más grandes. Se determinó que el par de pernos que se deberían de colocar, con $FS \geq n_d$, serían M4x075 y tendrían un $FS = 2.00$.

Posterior al cálculo de los tornillos para unir los alojamientos de los rodamientos a las placas, se dimensionaron los alojamientos, en la Fig. C-23 se muestra uno de ellos. Éstos son elementos no rotativos con sección transversal poligonal (si se desprecian los filetes) sujetos a fatiga, por lo que su diámetro principal se determinó con el criterio de Soderberg, empleando $d_e = 0.808\sqrt{\text{Área del polígono}}$ en la ecuación de Marin. Se obtuvo un $FS = 1.69$ en cortante con un diámetro principal de 50 mm. Por último, se ubicaron los taladrados para los pernos a una distancia de 1.5 veces el diámetro nominal del perno desde los bordes más cercanos, para evitar el desgarramiento en los bordes del alojamiento [81].

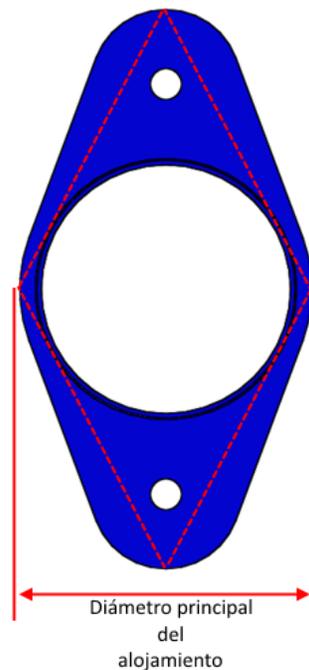


Fig. C-23 Diámetro principal y polígono inscrito empleados para dimensionar los alojamientos de los rodamientos.

Luego de dimensionar los alojamientos de los rodamientos se calcularon los pernos que

transmitirán la carga de los alojamientos exteriores hacia las placas principales. El momento flexionante se obtiene al multiplicar dicha carga por $S + \frac{\Sigma \text{espesor de placas}}{2}$. Estos, y, por la premisa establecida para calcular los tornillos de los alojamientos, todos los pernos, se consideraron de clase de propiedad 12.9. Los pernos se calcularon con el criterio de Soderberg y se determinó que un par de pernos M14x2 ofrecerían un $FS = 2.18$. Cabe mencionar que el espesor de las placas se supuso en la primera iteración, luego se ajustó mediante el MDCMAS.

Los pernos que transmiten la carga de la placa principal exterior hacia las placas principales intermedia e interna estarán sujetos a una cortante principal, debida a la carga generada por los rodamientos. En la Fig. C-24 se muestra el dcl de tal placa. Dado que la carga resultante en ella actúa a través del centroide del arreglo de pernos, C_{ppe} , los pernos en cuestión estarán sujetos a una cortante secundaria, debida a la excentricidad de las cargas aplicadas sobre la placa [81]. En la figura

P_{r2ppe} es la carga generada en el rodamiento de la flecha 2 unido a la placa principal exterior,

P_{r3ppe} es la carga generada en el rodamiento de la flecha 3 unido a la placa principal exterior y

P_{ppe} es la carga generada en los pernos que sostienen la placa principal exterior.

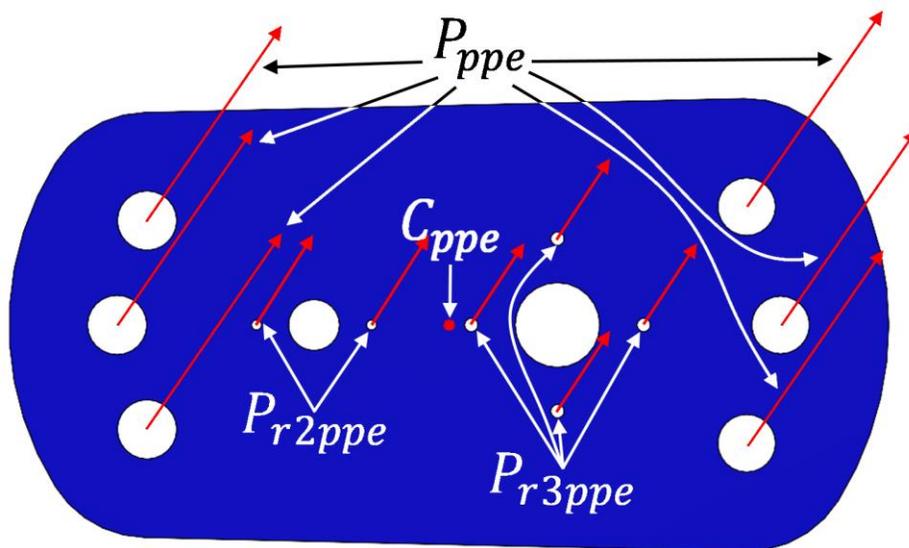


Fig. C-24 Diagrama de cuerpo libre de la placa estructural principal exterior.

La cortante principal se obtiene mediante la superposición de P_{r2ppe} y P_{r3ppe} , y la cortante secundaria se obtiene mediante [81]

$$P_i = \frac{Mr_i}{\Sigma r^2},$$

en donde

El subíndice i identifica al i -ésimo perno del arreglo de pernos que sujetan a la placa.,

M es el momento resultante de la suma de los momentos que surgen al trasladar las seis

cargas al centroide del arreglo de pernos, C_{ppe} , y

r_i representa la distancia medida desde C_{ppe} hasta el centroide del i -ésimo perno.

Para calcular los pernos que deben colocarse para transmitir las cargas de la placa principal exterior hacia las placas principales intermedia e interior basta con calcular el perno más alejado de C_{ppe} . El resto tendrán el mismo diámetro nominal. Se determinó que si estos pernos fuesen seis M16x2 de clase 12.9 ofrecerían un $FS \geq 1.74$.

Posterior al diseño de los alojamientos y placas secundarias y primarias se diseñó una placa estructural totalizadora, la cual conectará las placas principales intermedia e interna para transmitir las cargas de éstas a un elemento estructural de interfaz, el cual soportará todas las cargas desarrolladas en el tren de engranes y las transmitirá a la estructura del EMI. En la Fig. C-25 se muestra la transmisión, las placas estructurales principales, secundarias y la placa totalizadora, esta última en gris.

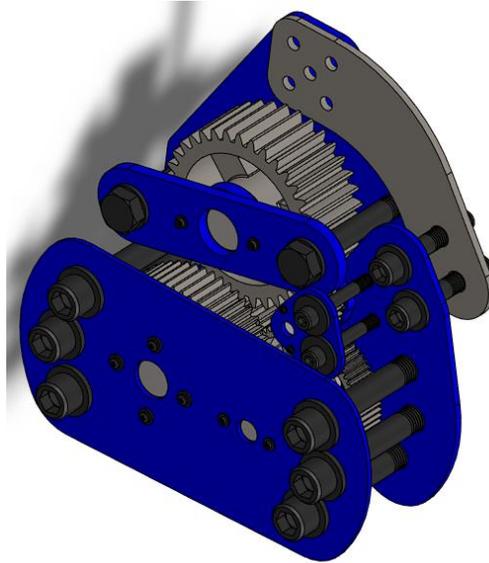


Fig. C-25 Transmisión con elementos estructurales principales, secundarios y totalizador (placa gris).

En la Fig. C-26 se muestra un dcl de las placas principales interior, la que soporta a las flechas 3 y 4, e intermedia, la que soporta a las flechas 1 y 2. En la figura

P_{r1ppm} es la mitad de la carga generada en el rodamiento de la flecha 1 unido a la placa principal intermedia y actúa en los pernos de los barrenos señalados como “Pr1ppm”;

P_{r2ppm} es la mitad de la carga generada en el rodamiento de la flecha 2 unido a la placa principal intermedia y actúa en los pernos de los barrenos señalados como “Pr2ppm”;

P_{r3ppi} es la cuarta parte de la carga generada en el rodamiento de la flecha 3 unido a la placa principal interna y actúa en los pernos de los taladrados señalados como “Pr3ppi”;

P_{r4ppi} es la mitad de la carga generada en el rodamiento de la flecha 4 unido a la placa principal interior y actúa en los pernos de los taladrados señalados como “Pr4ppi”;

P_{ppe} son las cargas en cada uno de los pernos que sostienen a la placa externa y actúan en los pernos de los barrenos señalados como “Pppe”;

P_{ps1} es la mitad de la carga total en la placa secundaria de la flecha 1 y actúa en los pernos

de los taladrados señalados como “Pps1”;

P_{ps4} es la mitad de la carga total en la placa secundaria de la flecha 4 y actúa en los pernos de los barrenos señalados como “Pps4”;

P_{ttl} es la carga desarrollada en los pernos que unen la placa interna y la intermedia con la totalizadora y actúa en los pernos de los taladrados señalados como “Pttl”.

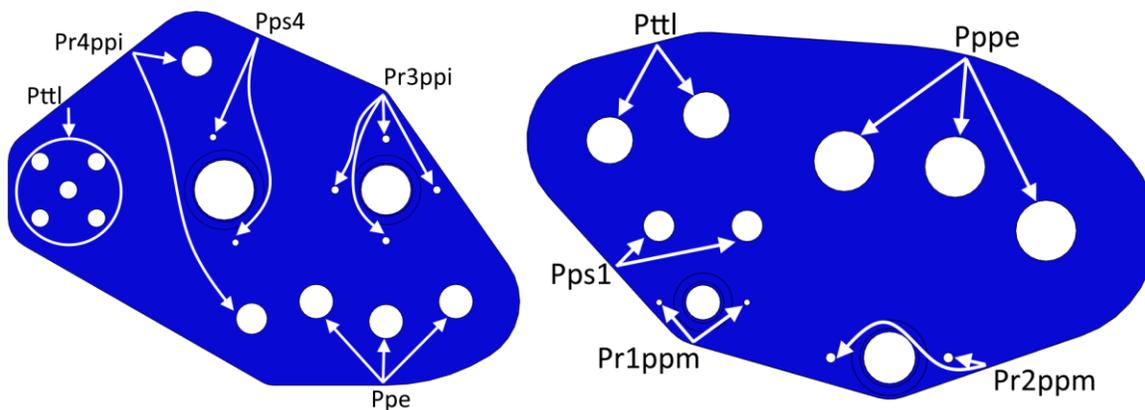


Fig. C-26 Placas estructurales principales interior (izquierda) e intermedia (derecha).

El cálculo de los pernos que sujetan a las placas principales exterior e intermedia es análogo al de los pernos de la placa principal externa. Los dos pernos que unen a la placa principal intermedia con la placa totalizadora serán M12x1.75 con un $FS = 1.64$, mientras que los cinco pernos que unirán a la placa principal interna con la placa totalizadora serán M8x1.25 de clase 12.9 con un $FS = 2.35$.

Para determinar el grosor de las placas secundarias se consideraron los esfuerzos de aplastamiento y cortante en la placa [81]. En la TABLA C-13 se muestran los FS contra cortante y aplastamiento de las dos placas estructurales secundarias. Se aprecia que la falla más probable sería por desgarre de la placa secundaria de la flecha 1 en la vecindad del tornillo del alojamiento. En esa zona, el FS es de 1.70, lo cual es una solución satisfactoria, puesto que $n_d = 1.60$.

TABLA C-13
Factores de seguridad de las placas estructurales Secundarias

FACTORES DE SEGURIDAD EN LAS PLACAS ESTRUCTURALES SECUNDARIAS		
Contra aplastamiento en la placa		
Flecha	Tornillos del alojamiento de la flecha i	Tornillos de la placa secundaria de la flecha i
1	2.55	6.18
4	2.13	6.94
Contra cortante en la placa		
Flecha	Tornillos del alojamiento de la flecha i	Tornillos de la placa secundaria de la flecha i
1	1.70	4.10
4	3.17	4.65

El espesor de las placas principales se determinó de manera análoga al de las secundarias. En la TABLA C-14 se muestran los FS contra cortante y aplastamiento en las tres placas estructurales principales. La placa 1 es la intermedia, la 2 es la externa y la 3 es la interna. Se aprecia que la falla más probable sería por desgarre de la placa principal intermedia. Se aprecia que el FS en esa zona es de 1.60. Los FS muy altos, por estar muy lejos del borde, se indican con “>>”.

TABLA C-14
Factores de seguridad de las placas estructurales principales

FACTORES DE SEGURIDAD EN LAS PLACAS ESTRUCTURALES PRINCIPALES					
Contra aplastamiento en la placa					
Placa	Tornillos del alojamiento de la flecha i	Tornillos del alojamiento de la flecha i+1	Tornillos de la placa secundaria	Tornillos de la placa exterior	Tornillos de la placa totalizadora
1	3.47	2.17	13.20	6.03	2.23
2	>>	>>	>>	3.03	>>
3	9.09	>>	12.94	13.20	2.12
Contra cortante en la placa					
Placa	Tornillos del alojamiento de la flecha i	Tornillos del alojamiento de la flecha i+1	Tornillos de la placa secundaria	Tornillos de la placa exterior	Tornillos de la placa totalizadora
1	2.31	2.10	9.91	3.18	1.65
2	>>	>>	>>	1.60	>>
3	7.49	>>	9.19	8.18	1.68

El grosor de la placa totalizadora se determinó análogamente a las anteriores. Su falla más probable sería por desgarre en la zona de los tornillos que transmiten las cargas de la placa estructural intermedia. En esa zona el FS es de 1.68.

Por último, en la TABLA C-15 se especifican el grosor y material de cada placa estructural. Las placas S1 y S4 son las placas secundarias de la flecha 1 y 4, respectivamente; las placas P1 a P3 son las placas principales. La 1 es la intermedia, la 2 es la exterior y la 3 es la interna; la placa T es la totalizadora.

TABLA C-15
Espesor y material de las placas estructurales

Placa	Espesor (mm)	Material
S1	3.51	Al 6063-T1
S4	7.5	Al 6063-T1
P1	4.4	Al 6063-T1
P2	3.2	Al 6063-T1
P3	5	AISI 1015 CD
T	5	AISI 1015 CD

Apéndice D. DISEÑO DE LA JUNTA CARDÁN

En las caderas del EMI se colocarán juntas Cardán con el fin de permitirles un movimiento natural a dichas articulaciones. A pesar de que existen juntas Cardán comerciales, se

diseñaron las que se usarán en el EMI, puesto que éstas están diseñadas para ciertas aplicaciones en los esfuerzos transversales generados por cortante directo son despreciables en comparación con los generados por momento torsionante, y en este caso en particular los esfuerzos transversales por cortante directo son mucho más grandes que los provocados por momento torsionante.

Para poder conectar la transmisión de la cadera con el muslo del EMI, es necesario alargar la flecha de salida. Esto modificará las cargas que actúan sobre la flecha de salida, respecto a lo que se consideró en el Apéndice C. Debido a la articulación Cardán, el conjunto flecha de salida-junta Cardán se comportará como dos elementos tipo viga, unidos a través de la junta que, vista en un plano, actúa como una bisagra [83]. En la Fig. C-27 se muestran los dcl de cada uno de los dos elementos tipo viga durante la fase de oscilación. En la figura $R_{A'}$, $R_{B'}$, $R_{C'}$ y $R_{D'}$ son las reacciones en los rodamientos A, B, C y D, respectivamente, $P_{Cardán}$ es la carga transmitida a través de la junta Cardán, y $P_{engrane}$ es la carga que se transmite a través del engrane de la flecha. Si bien, durante la fase de apoyo la flecha de salida estará desconectada, por lo que sólo existirán $R_{C'}$ y $R_{D'}$, durante la fase de oscilación existirán las cuatro reacciones. Para obtener $R_{A'}$, $R_{B'}$, $R_{C'}$, $R_{D'}$ y $P_{Cardán}$ durante la fase de oscilación primero se analizó el elemento tipo viga que se une al muslo del EMI. Al hacer suma de momentos en $x = x_4$, de acuerdo a la Fig. C-27, se obtiene

$$R_{D'-\hat{d}}(x_5 - x_4) - R_{C-\hat{d}}(x_6 - x_4) = 0, \quad (C-25)$$

en donde $\hat{d} = x, y$.

De (C-25) se puede resolver para $R_{D'-\hat{d}}$ como

$$R_{D'-\hat{d}} = \frac{R_{C-\hat{d}}(x_6 - x_4)}{x_5 - x_4} \quad (C-26)$$

Posteriormente, al hacer suma de fuerzas se obtiene

$$-P_{Cardán-\hat{d}} + R_{D'-\hat{d}} - R_{C-\hat{d}} = 0$$

de donde se puede resolver para $P_{Cardán-\hat{d}}$ como

$$P_{Cardán-\hat{d}} = R_{D'-\hat{d}} - R_{C-\hat{d}} \quad (C-27)$$

Por otro lado, el elemento tipo viga que contiene al engrane es estáticamente indeterminado, por lo que se calcularon $R_{A'}$, $R_{B'}$ y $R_{C'}$ mediante el método de superposición. Primero se representó el elemento tipo viga sin $R_{B'}$ ni $P_{Cardán-\hat{d}}$, las cargas redundantes, y con $P_{engrane}$ actuando sola; luego se representó el mismo elemento sin $P_{engrane}$ ni $P_{Cardán-\hat{d}}$ y con $R_{B'}$ actuando sola; y después sin $P_{engrane}$ ni $R_{B'}$ y con $P_{Cardán-\hat{d}}$ actuando sola. La superposición de las diferentes representaciones de la viga es equivalente a la viga original [83], [108], como se muestra en la Fig. C-27. La aplicación de las cargas $P_{engrane}$, $R_{B'}$ y $P_{Cardán-\hat{d}}$ genera las curvas de deflexión v_1 , v_2 y v_3 , respectivamente, y, según el método

de superposición, la suma de éstas es equivalente a la curva de deflexión generada por $P_{engrane}$, $R_{B'}$ y $P_{Cardán-\hat{a}}$ actuando simultáneamente [83], [108] y, de acuerdo a [81], la deflexión de la viga en los puntos A, B y C debe ser cero, por lo que se puede escribir

$$\begin{aligned}
 v_{1A-\hat{a}} + v_{2A-\hat{a}} + v_{3A-\hat{a}} &= 0, \\
 v_{1B-\hat{a}} + v_{2B-\hat{a}} + v_{3B-\hat{a}} &= 0 \\
 &\text{(C-28)} \\
 \text{y} \\
 v_{1C-\hat{a}} + v_{2C-\hat{a}} + v_{3C-\hat{a}} &= 0,
 \end{aligned}$$

en donde v_{ik} representa la i -ésima deflexión en el k -ésimo punto.

En (C-28), $v_{1k-\hat{a}}$, $v_{2k-\hat{a}}$ y $v_{3k-\hat{a}}$ estarán en función de $P_{engrane-\hat{a}}$, $R_{B'-\hat{a}}$ y $P_{Cardán-\hat{a}}$, respectivamente. Por lo tanto, sólo se requiere de una ecuación de (C-28) para encontrar $R_{B'-\hat{a}}$. $R_{A'-\hat{a}}$ y $R_{C'-\hat{a}}$ se obtienen de las ecuaciones de equilibrio.

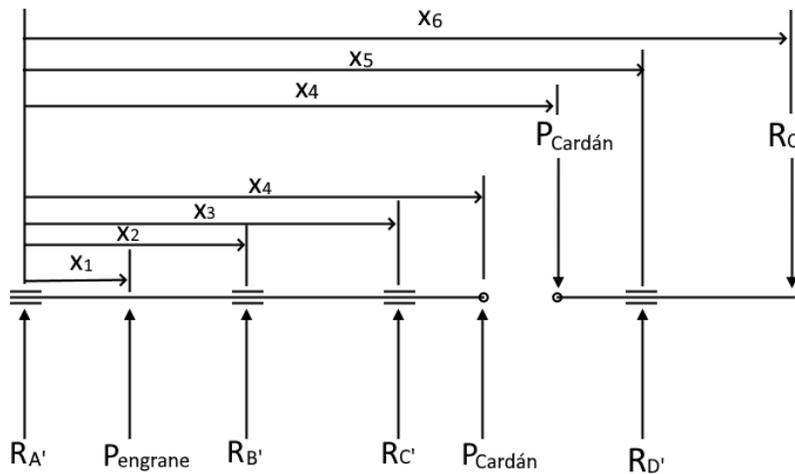


Fig. C-27 Diagramas de cuerpo libre de los elementos tipo viga que conforman el conjunto flecha de salida-junta Cardán durante la fase de oscilación. A la izquierda se muestra el diagrama del elemento que contiene al engrane y a la derecha el del elemento que se conecta al muslo del EMI.

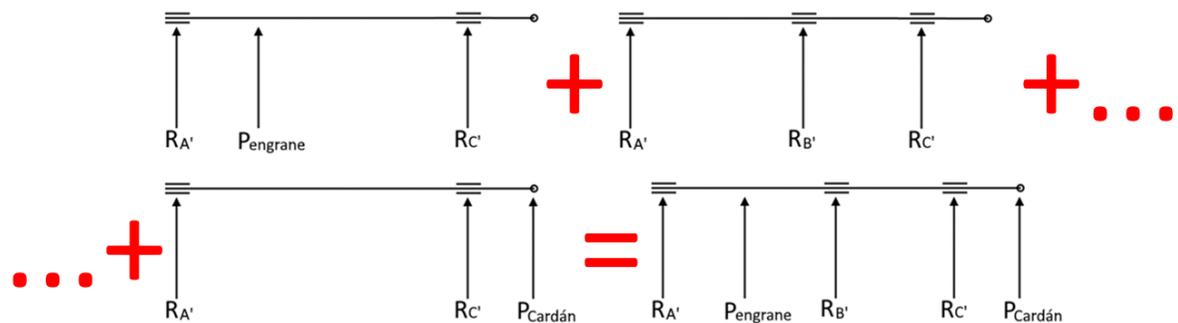


Fig. C-28 Representación gráfica del método de superposición para vigas estáticamente indeterminadas.

De acuerdo a [81]

$$v_{1-\hat{d}} = - \begin{cases} \frac{P_{engrane-\hat{d}}(x_3-x_1)x}{6EIx_3} [x^2 + (x_3 - x_1)^2 - x_3^2], & 0 \leq x \leq x_1 \\ \frac{P_{engrane-\hat{d}}x_1(x_3-x)}{6EIx_3} (x^2 + x_1^2 - 2x_3x), & x_1 \leq x \leq x_3 \\ 0, & x_3 \leq x \leq x_4 \end{cases}$$

$$v_{2-\hat{d}} = - \begin{cases} \frac{R_{B'-\hat{d}}(x_3-x_2)x}{6EIx_3} [x^2 + (x_3 - x_2)^2 - x_3^2], & 0 \leq x \leq x_2 \\ \frac{R_{B'-\hat{d}}x_2(x_3-x)}{6EIx_3} (x^2 + x_2^2 - 2x_3x), & x_2 \leq x \leq x_3 \\ 0, & x_3 \leq x \leq x_4 \end{cases} \quad (C-29)$$

y

$$v_{3-\hat{d}} = - \begin{cases} \frac{P_{cardán-\hat{d}}(x_4 - x_3)x}{6EIx_3} (x_3^2 - x^2), & 0 \leq x \leq x_3 \\ \frac{P_{cardán-\hat{d}}(x - x_3)}{6EI} [(x - x_3)^2 - (x_4 - x_3)(3x - x_3)], & x_3 \leq x \leq x_4 \end{cases}$$

Al sustituir (C-29) en la segunda ecuación de (C-28) y multiplicarla por -1 se obtiene

$$\frac{P_{engrane-\hat{d}}x_1(x_3-x_2)}{6EIx_3} (x_2^2 + x_1^2 - 2x_3x_2) + \frac{R_{B'-\hat{d}}x_2(x_3-x_2)}{6EIx_3} (x_2^2 + x_2^2 - 2x_3x_2) + \frac{P_{cardán-\hat{d}}(x_4-x_3)x_2}{6EIx_3} (x_3^2 - x_2^2) = 0,$$

de donde se resuelve para $R_{B'-\hat{d}}$ como

$$R_{B'-\hat{d}} = - \frac{[P_{engrane-\hat{d}}x_1(x_3 - x_2)(x_2^2 + x_1^2 - 2x_3x_2) + P_{cardán-\hat{d}}(x_4 - x_3)x_2(x_3^2 - x_2^2)]}{2x_2^2(x_3^2 - x_2^2)}$$

Posteriormente, al hacer suma de momentos en el rodamiento A se obtiene

$$P_{engrane-\hat{d}}x_1 + R_{B'-\hat{d}}x_2 + R_{C'-\hat{d}}x_3 + P_{cardán-\hat{d}}x_4 = 0,$$

de donde se resuelve para $R_{C'-\hat{d}}$ como

$$R_{C'-\hat{d}} = - \frac{P_{engrane-\hat{d}}x_1 + R_{B'-\hat{d}}x_2 + P_{cardán-\hat{d}}x_4}{x_3}$$

Finalmente, al hacer suma de fuerzas se obtiene

$$R_{A'-\hat{d}} + P_{engrane-\hat{d}} + R_{B'-\hat{d}} + R_{C'-\hat{d}} + P_{cardán-\hat{d}} = 0,$$

de donde se resuelve para $R_{A'-\hat{d}}$ como

$$R_{A'-\hat{a}} = -(P_{engrane-\hat{a}} + R_{B'-\hat{a}} + R_{C'-\hat{a}} + P_{cardán-\hat{a}})$$

Durante la fase de apoyo, los rodamientos A y B no estarán soportando cargas, puesto que la transmisión no estará conectada y los elementos tipo viga se comportan como se muestra en la Fig. C-29. Se aprecia que el elemento que se une al muslo del EMI se comporta igual en ambas fases. Por lo tanto, (C-26) y (C-27) son válidas en ambas fases.

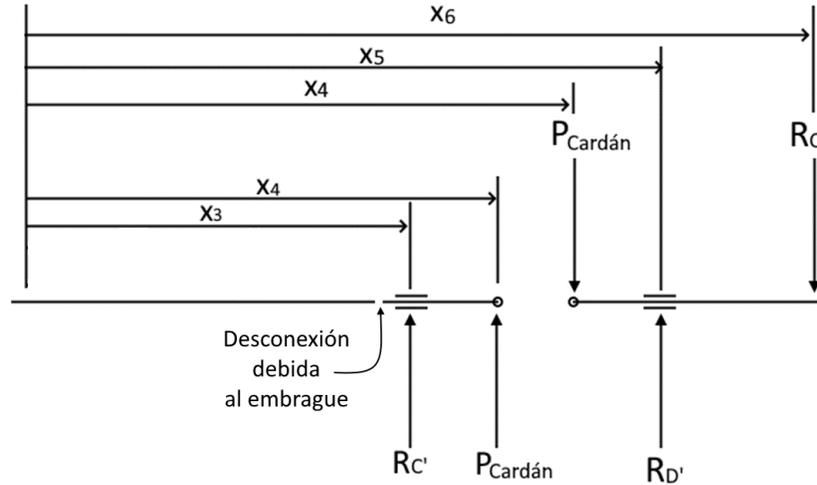


Fig. C-29 Diagramas de cuerpo libre de los elementos tipo viga que conforman el conjunto flecha de salida-junta Cardán durante la fase de apoyo. A la izquierda se muestra el diagrama del elemento que contiene el engrane y a la derecha el del elemento que se conecta al muslo del EMI.

Al hacer suma de fuerzas en el elemento que contiene al rodamiento C se obtiene

$$R_{C'-\hat{a}} + P_{cardán-\hat{a}} = 0,$$

de donde

$$R_{C'-\hat{a}} = -P_{cardán-\hat{a}}$$

Los momentos y las cortantes entre el rodamiento B y la cuña que une a la junta Cardán con el muslo del EMI se obtienen como

$$M = \begin{cases} R_{A'-\hat{a}}x + P_{engrane-\hat{a}}(x - x_1) + R_{B'-\hat{a}}(x - x_2), & x_2 \leq x \leq x_3 \\ R_{A'-\hat{a}}x + P_{engrane-\hat{a}}(x - x_1) + R_{B'-\hat{a}}(x - x_2) + R_{C'-\hat{a}}(x - x_3), & x_3 \leq x \leq x_4 \\ -P_{cardán-\hat{a}}(x - x_4), & x_4 \leq x \leq x_5 \\ -P_{cardán-\hat{a}}(x - x_4) + R_{D'-\hat{a}}(x - x_5), & x_5 \leq x \leq x_6 \end{cases} \quad (C-30)$$

y

$$V = \begin{cases} R_{A'-\hat{a}} + P_{engrane-\hat{a}} + R_{B'-\hat{a}}, & x_2 \leq x \leq x_3 \\ R_{A'-\hat{a}} + P_{engrane-\hat{a}} + R_{B'-\hat{a}} + R_{C'-\hat{a}}, & x_3 \leq x \leq x_4 \\ -P_{cardán-\hat{a}}, & x_4 \leq x \leq x_5 \\ -P_{cardán-\hat{a}} + R_{D'-\hat{a}}, & x_5 \leq x \leq x_6 \end{cases}$$

recordando que $R_{A'}$, $P_{engrane}$ y $R_{B'}$ son cero durante la fase de apoyo.

Una vez que se obtienen cargas que se generan en la junta Cardán durante todo el ciclo de marcha es posible dimensionarla. Los momentos torsionantes se obtuvieron en la sección 0.

En la cruceta se colocarán cuatro rodamientos, éstos estarán sujetos a cargas axiales y radiales. Como estos rodamientos no estarán sujetos a rotaciones importantes, su selección se hace directamente con la capacidad de carga estática de catálogo [120]. Como se colocarán rodamientos rígidos de bolas, su carga estática equivalente se determina como $P_0 = 0.6F_r + 0.5F_a$ [120]. De (C-30), al obtener $V(x = x_3)$ y $V(x = x_5)$ se determinó que estos rodamientos deberán tener una capacidad de carga estática ≥ 5.90 kN.

Para localizar axialmente los rodamientos se empleará un hombro en la cruceta y un anillo de retención interior en el alojamiento. El hombro en la cruceta se dimensionó de acuerdo a [120] y el anillo se seleccionó con la misma metodología empleada en “Cálculo de los anillos de retención”, en el Apéndice C.

Una vez que se seleccionaron los rodamientos y anillos de retención de la cruceta se analizó ésta mediante el criterio de Soderberg. Para el análisis se calculó d_e con base en el área transversal de la cruceta, la cual se consideró como un área formada por varios rectángulos, vea la Fig. C-30, por lo cual $d_e = 0.808\sqrt{\text{área transversal de la cruceta}}$. El área transversal de la cruceta se modificó, en función de las dimensiones de los rodamientos de la misma, hasta obtener una solución satisfactoria, hasta obtener $FS \geq n_d$. El FS de la cruceta es de 26.84, considerando que estaría fabricada con aluminio 1060. Aunque evidentemente la cruceta se podría reducir.

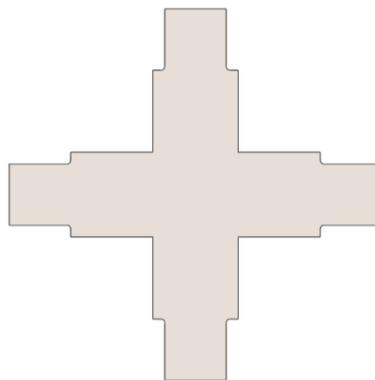


Fig. C-30 Corte transversal de la cruceta de la junta Cardán.

En la Fig. C-31 se muestran los puntos críticos de las hembras de la junta Cardán. Luego de aplicar el criterio de Soderberg se determinó que la hembra de salida sería la más probable de fallar. El FS en su punto crítico es de 1.88.

Después de diseñar la cruceta y las hembras de la junta se calcularon los rodamientos C y D. Estos se colocarán como se muestra en la Fig. C-32. Para permitir que la junta Cardán tenga tres gdl, y para evitar un diseño más complejo, se emplearán rodamientos de rodillos a rótula. Éstos permiten un desalineamiento del eje, lo cual permitiría que la junta tenga tres gdl. El cálculo de C_{10} para estos rodamientos es a través de (C-13) con $a = 10/3$ [81]. Se determinó que $C_{10} \geq 7.31$ kN.

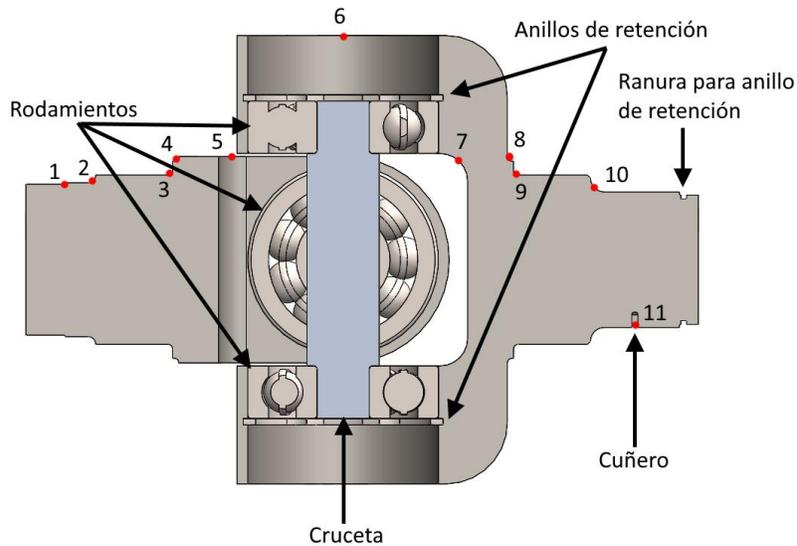


Fig. C-31 Puntos críticos de las hembras de la junta Cardán.

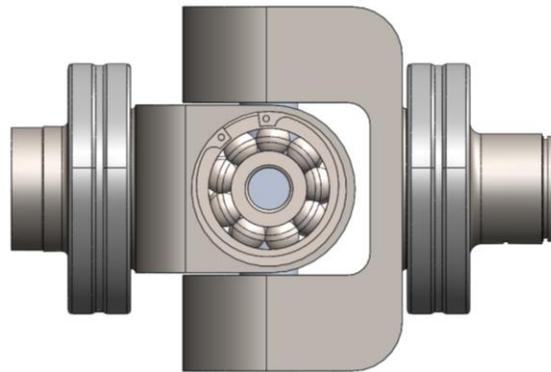


Fig. C-32 Junta Cardán con rodamientos C y D.

Los diámetros de los ejes de las hembras de la junta se determinaron con la misma metodología empleada para las flechas de la transmisión. Se determinó que un diámetro de 49 mm y 44 mm en la hembra de entrada y salida, respectivamente, ofrecerían un $FS \geq 11.65$ y $FS \geq 12.64$, respectivamente.

Posteriormente se diseñaron alojamientos para los rodamientos, y se calcularon los tornillos de los mismos. Los tornillos se calcularon para obtener el menor tamaño posible, dado que las cargas son muy altas y tener pocos tornillos aumentaría en gran medida la dimensión de los alojamientos. Esto se hizo con la misma metodología empleada en “Diseño de los elementos estructurales de la transmisión”, en el Apéndice C. En la Fig. C-33 se muestran los alojamientos.

Para transmitir el momento hacia la flecha de entrada de la junta, y de la flecha de salida de la junta hacia el muslo del EMI, se emplearán cuñas, y anillos de retención para localizarlos axialmente, estos se calcularon con las mismas metodologías empleadas en “Cálculo de las cuñas” y “Cálculo de los anillos de retención”, respectivamente, en el Apéndice C.

Como se mencionó al inicio de esta sección, la junta Cardán se diseñó, toda vez que las juntas comerciales están diseñadas para casos en los que la fuerza cortante se puede

despreciar, y en este caso en particular no se puede despreciar tal carga. Aunque esta junta permitiría que el usuario tuviese un movimiento más natural, al dimensionarla y ensamblarla en un ambiente virtual se notó que tanto las dimensiones como la masa de la junta serían totalmente indeseables. La longitud de la junta sería de casi 20 cm y su masa sería mayor a los 7 kg. Por lo que se prefirió eliminar este elemento y establecer la cadera como una articulación de un gdl.

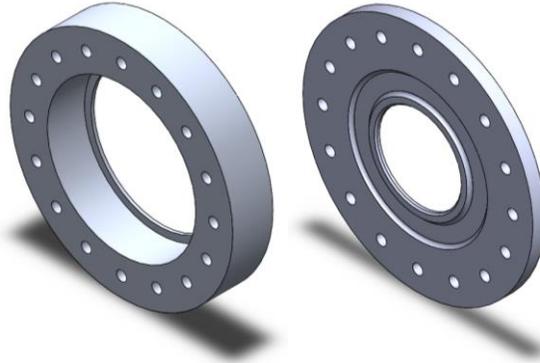
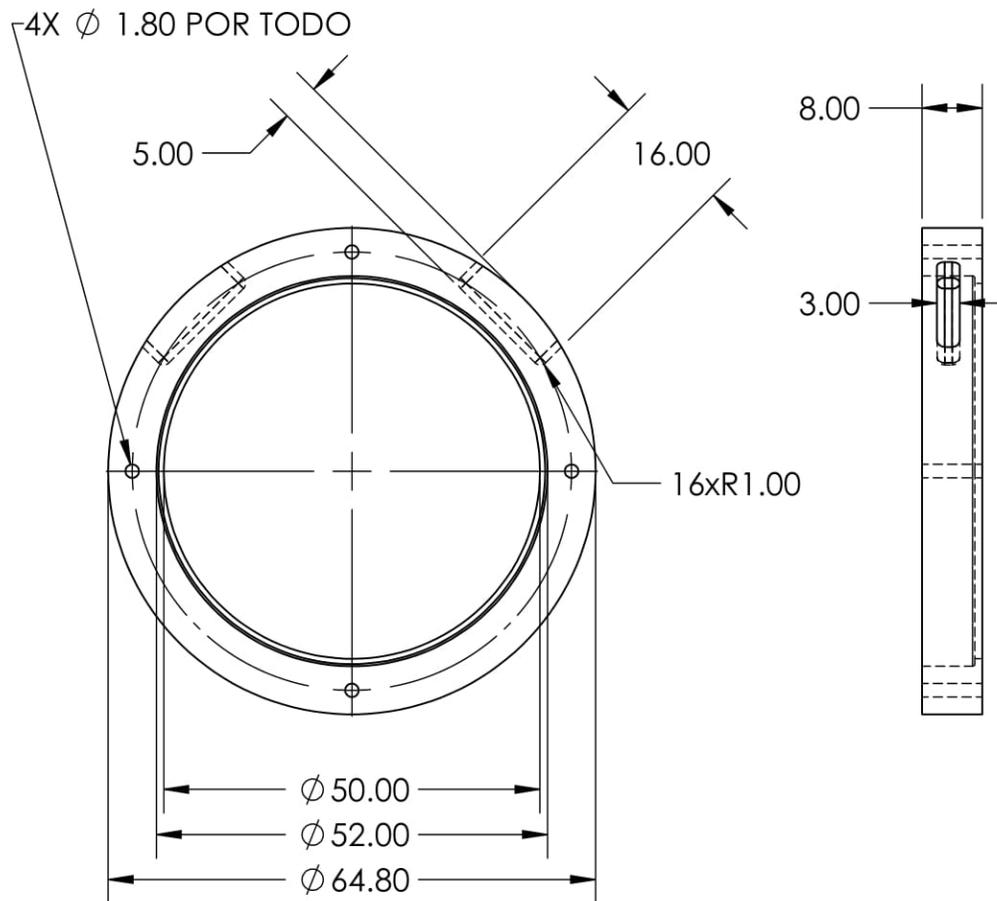
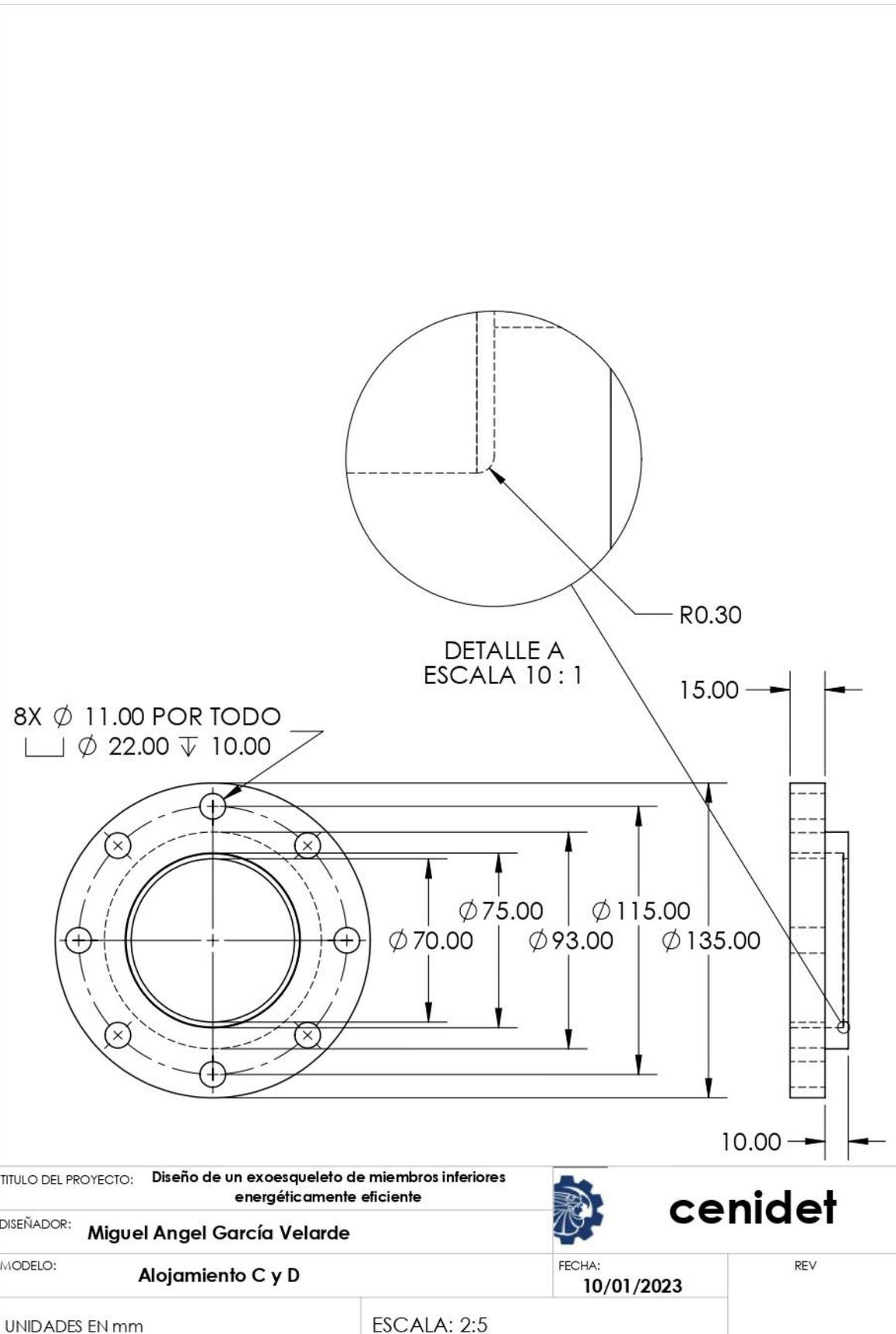


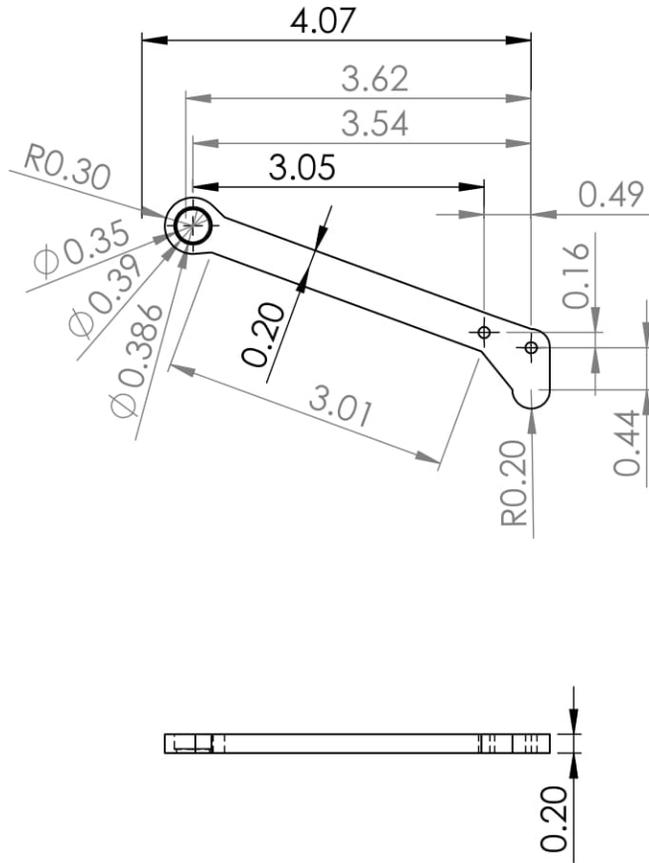
Fig. C-33 Se muestran las dos partes del alojamiento para los rodamientos C y D de la junta Cardán.

Apéndice E. PLANOS DE LAS PIEZAS DEL SISTEMA



TITULO DEL PROYECTO: Diseño de un exoesqueleto de miembros inferiores energéticamente eficiente			cenidet
DISEÑADOR: Miguel Angel García Velarde			
MODELO: Alojamiento desplazable del rodamiento 61808	FECHA: 11/01/2023	REV	
UNIDADES EN mm	ESCALA: 1:1		





TITULO DEL PROYECTO: **Diseño de un exoesqueleto de miembros inferiores energéticamente eficiente**

DISEÑADOR: **Miguel Angel García Velarde**

MODELO: **Biela del sincronizador**



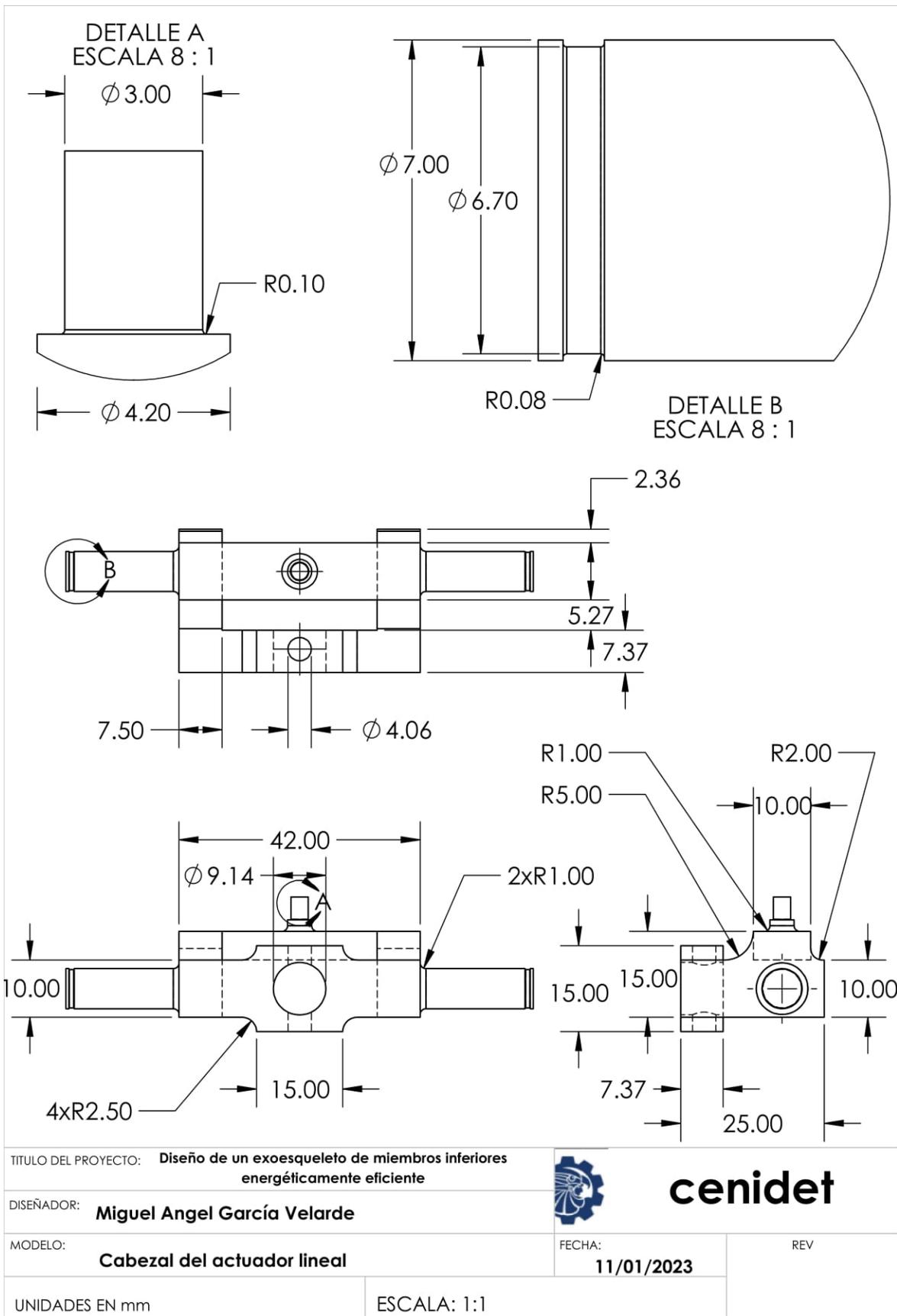
cenidet

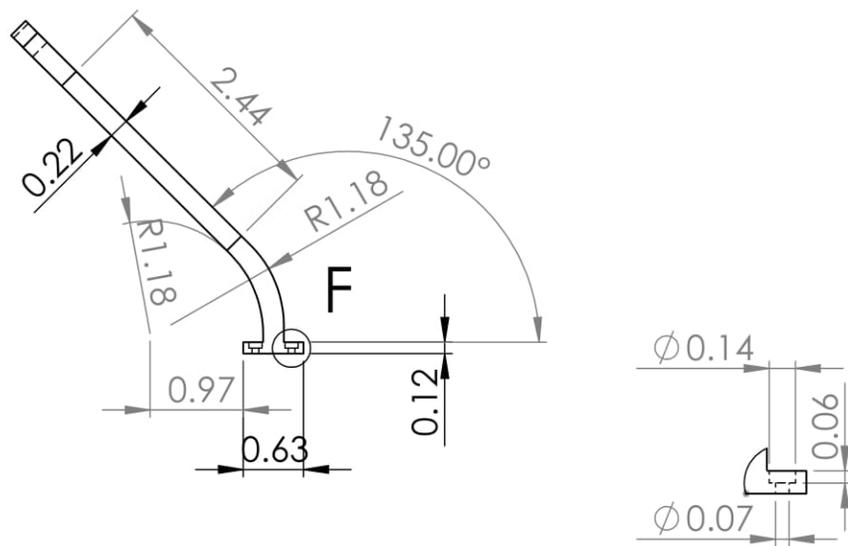
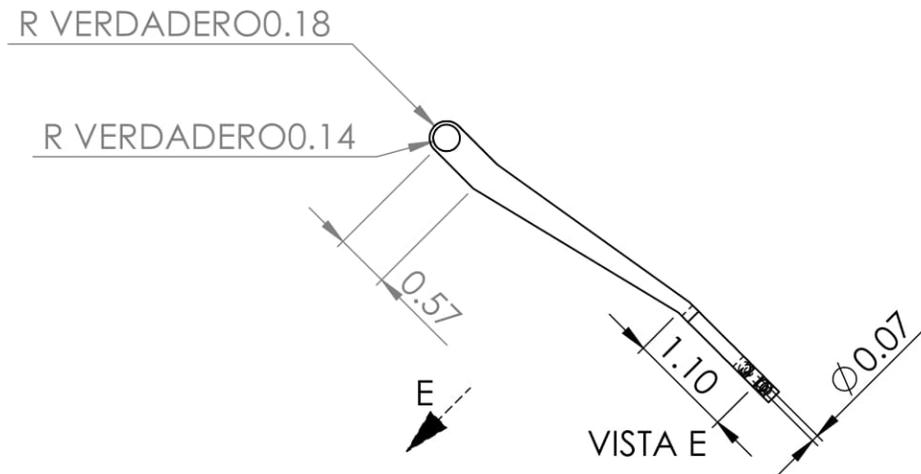
FECHA:

REV

UNIDADES EN MM

ESCALA: 1:2





DETALLE F
ESCALA 1 : 1

TITULO DEL PROYECTO: **Diseño de un exoesqueleto de miembros inferiores energéticamente eficiente**

DISEÑADOR: **Miguel Angel García Velarde**

MODELO: **Conector del desplazable del sincronizador**



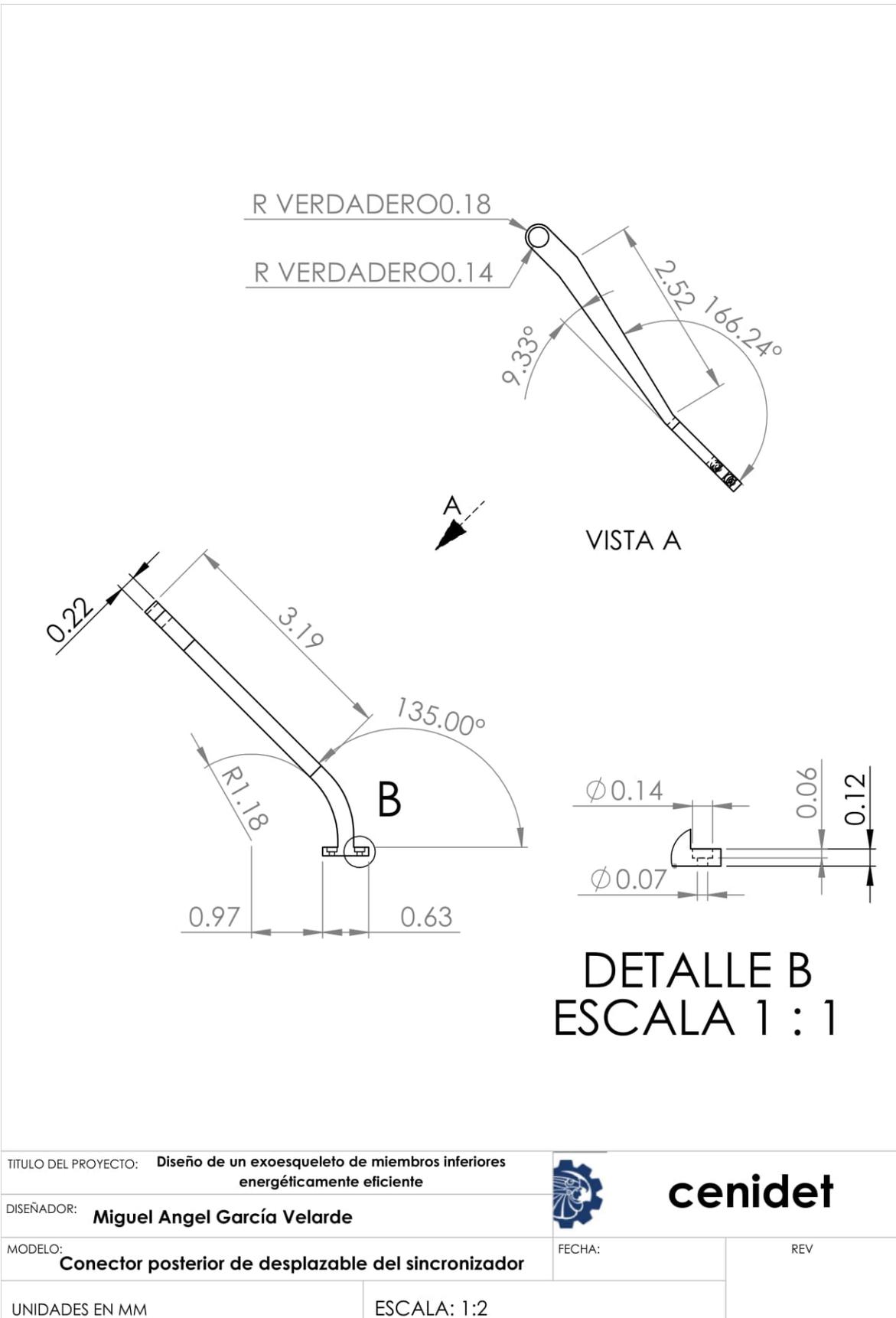
cenidet

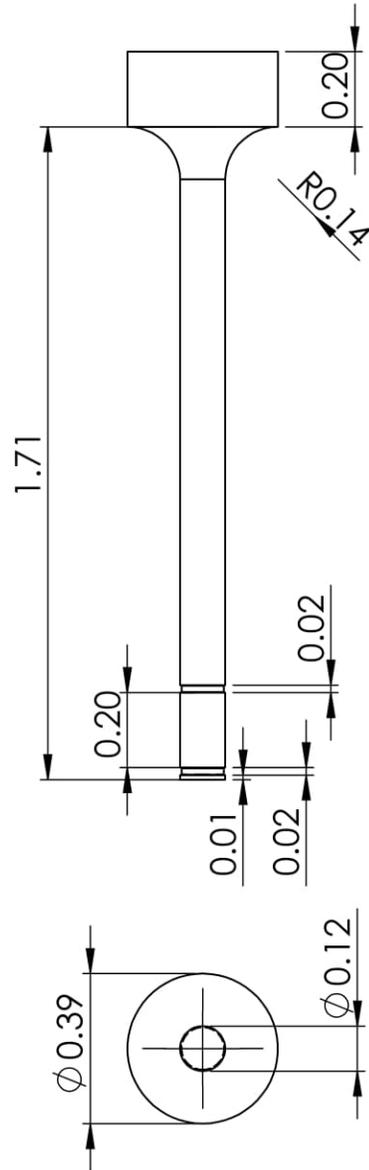
FECHA:

REV

UNIDADES EN MM

ESCALA: 1:2





TITULO DEL PROYECTO: **Diseño de un exoesqueleto de miembros inferiores energéticamente eficiente**

DISEÑADOR: **Miguel Angel García Velarde**

MODELO: **Conector sincronizador trinquete**

UNIDADES EN MM

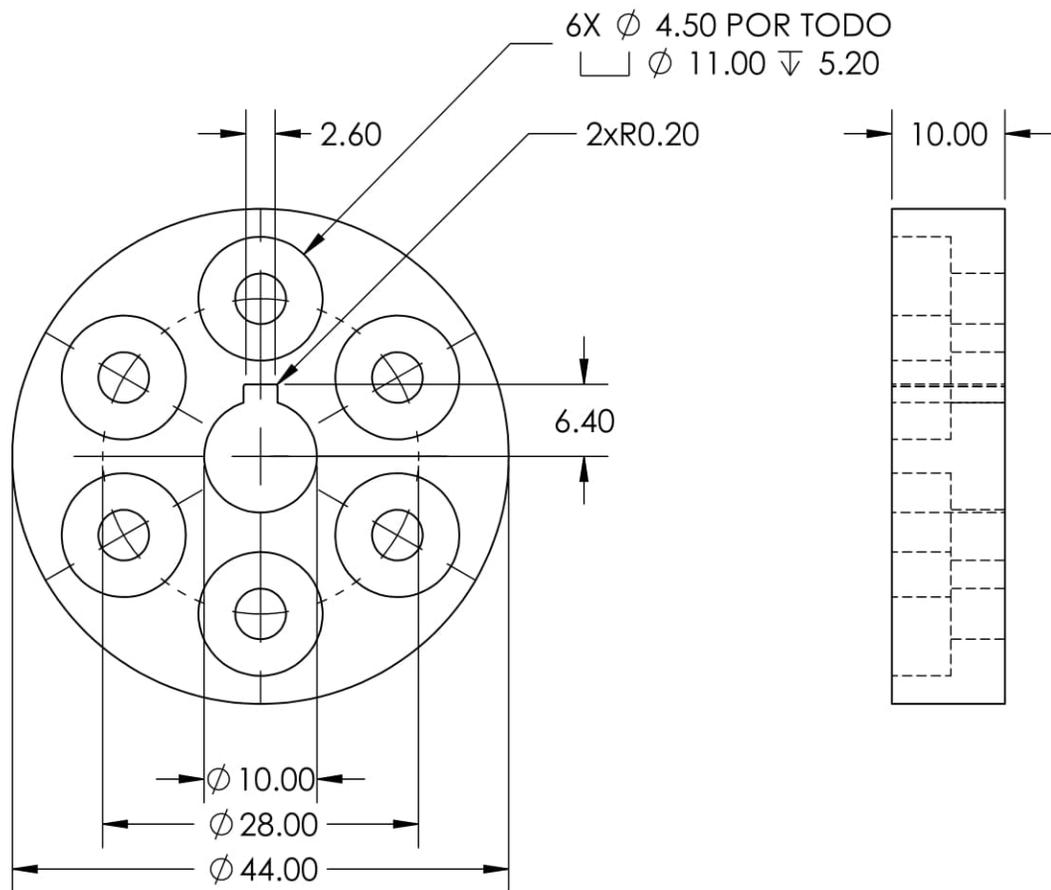
ESCALA: 2:1



cenidet

FECHA:

REV



TITULO DEL PROYECTO: **Diseño de un exoesqueleto de miembros inferiores energéticamente eficiente**

DISEÑADOR: **Miguel Angel García Velarde**

MODELO: **Cople del motor**

UNIDADES EN mm

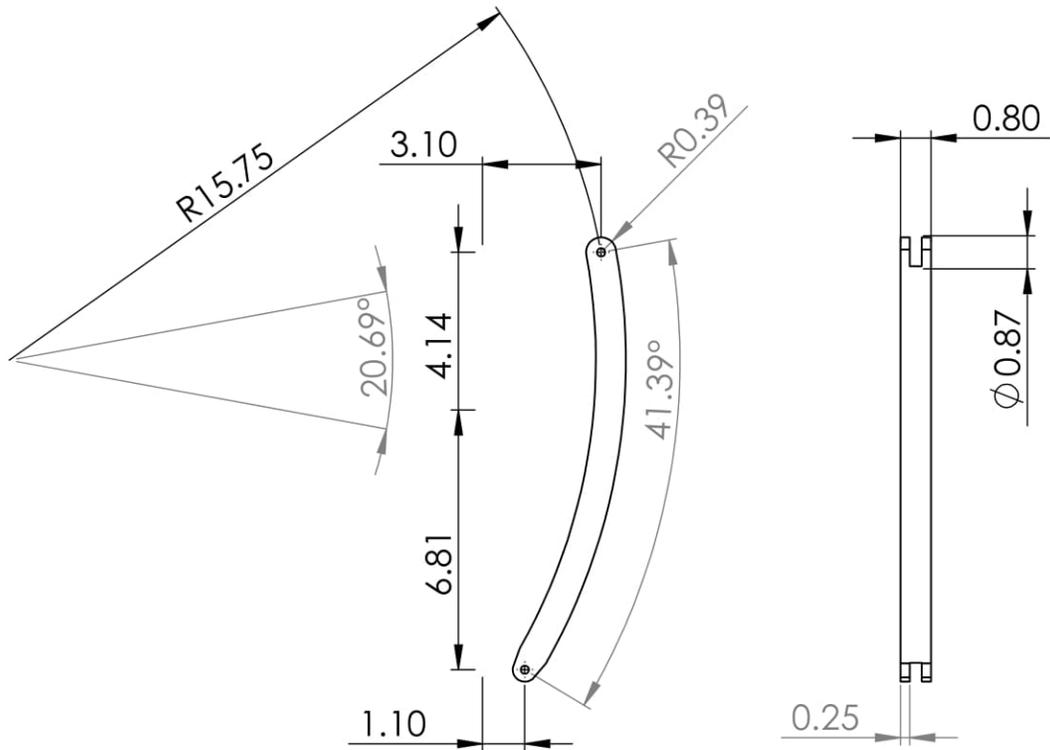
ESCALA: 3:2



cenidet

FECHA: **10/01/2023**

REV



TITULO DEL PROYECTO: **Diseño de un exoesqueleto de miembros inferiores energéticamente eficiente**

DISEÑADOR: **Miguel Angel García Velarde**

MODELO: **Eslabon 3**

UNIDADES EN MM

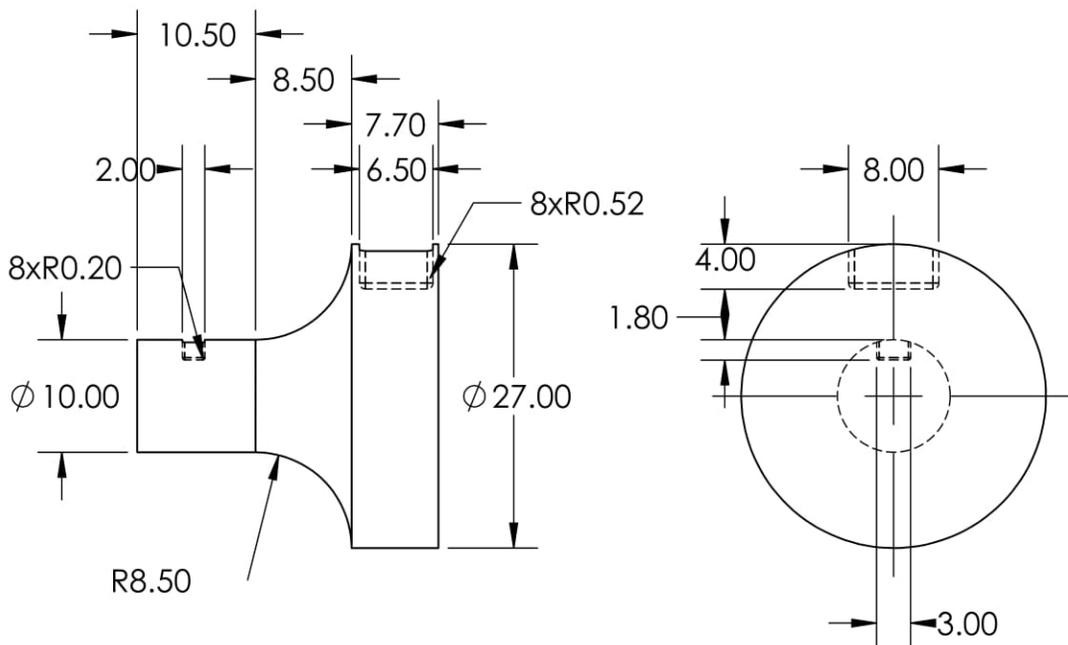
ESCALA: 1:5



cenidet

FECHA:

REV



TITULO DEL PROYECTO: **Diseño de un exoesqueleto de miembros inferiores energéticamente eficiente**

DISEÑADOR: **Miguel Angel García Velarde**

MODELO: **Flecha del motor de la cadera**



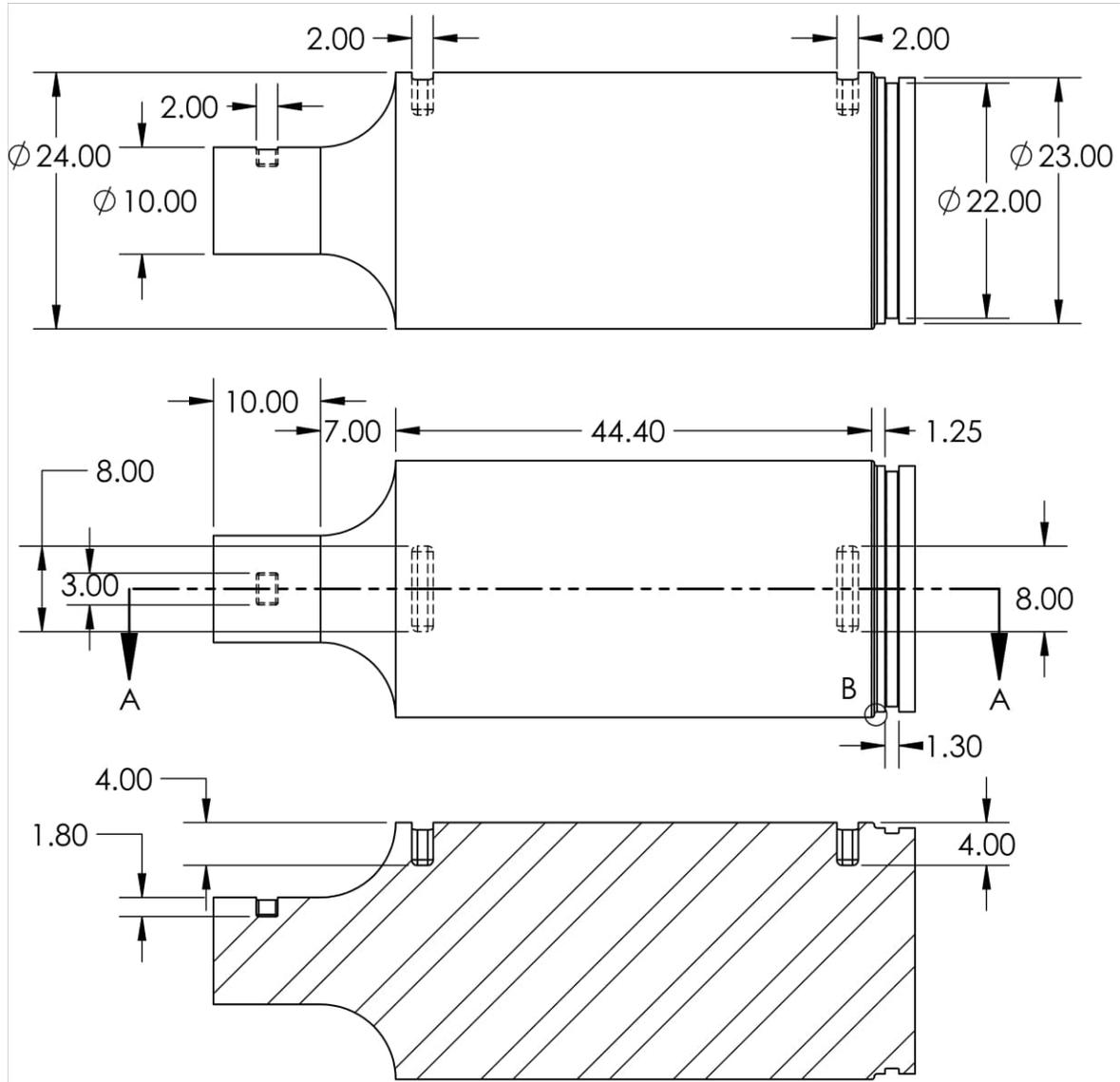
cenidet

FECHA:
10/01/2023

REV

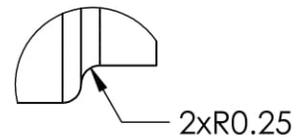
UNIDADES EN mm

ESCALA: 3:2



SECCIÓN A-A
 ESCALA 1.5 : 1

DETALLE B
 ESCALA 10 : 1



TÍTULO DEL PROYECTO: **Diseño de un exoesqueleto de miembros inferiores energéticamente eficiente**

DISEÑADOR: **Miguel Angel García Velarde**

MODELO: **Flecha del motor de la rodilla**

UNIDADES EN mm

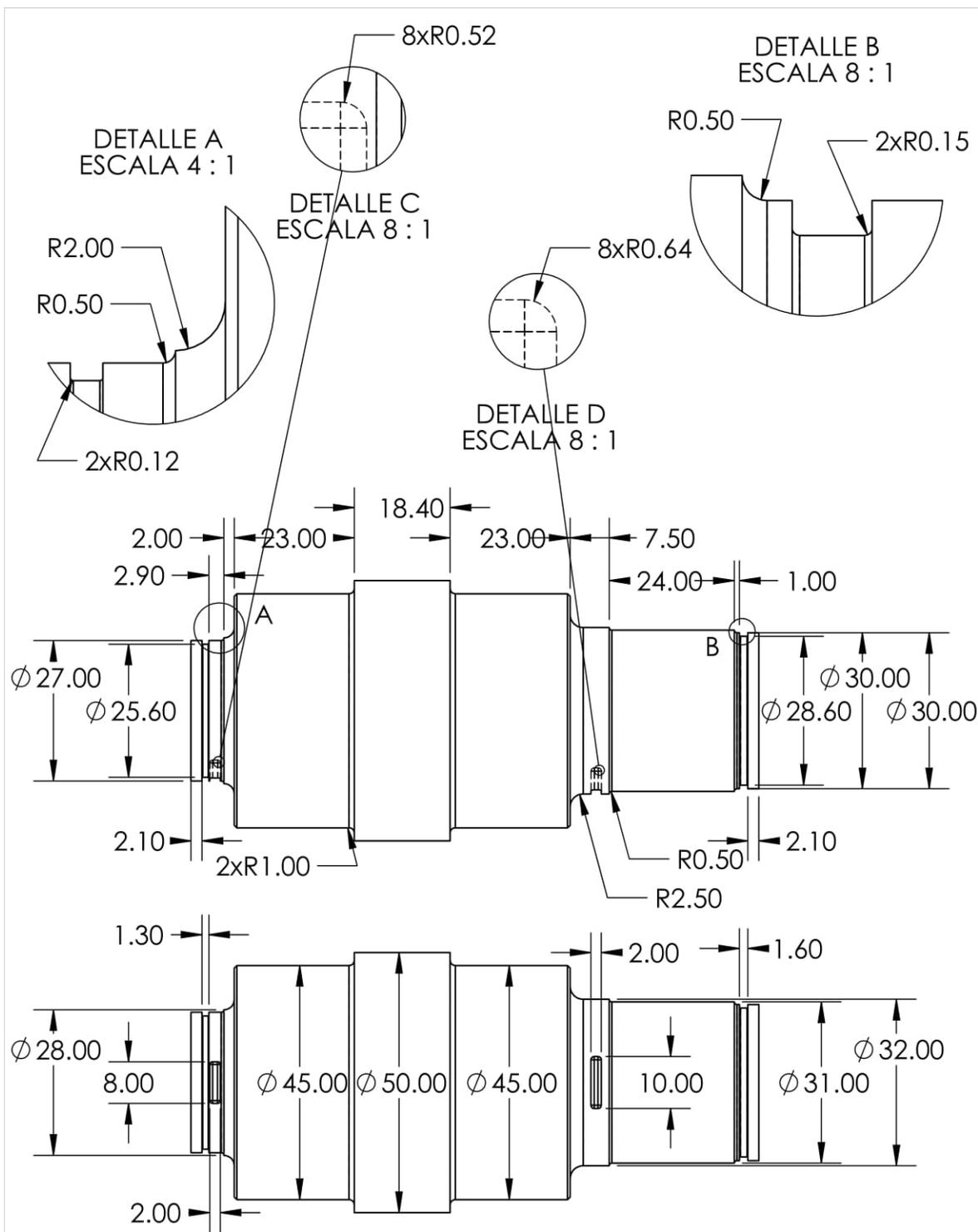
ESCALA: 3:2



cenidet

FECHA: **11/01/2023**

REV



TITULO DEL PROYECTO: **Diseño de un exoesqueleto de miembros inferiores energéticamente eficiente**

DISEÑADOR: **Miguel Angel García Velarde**

MODELO: **Flecha del muslo**

UNIDADES EN mm

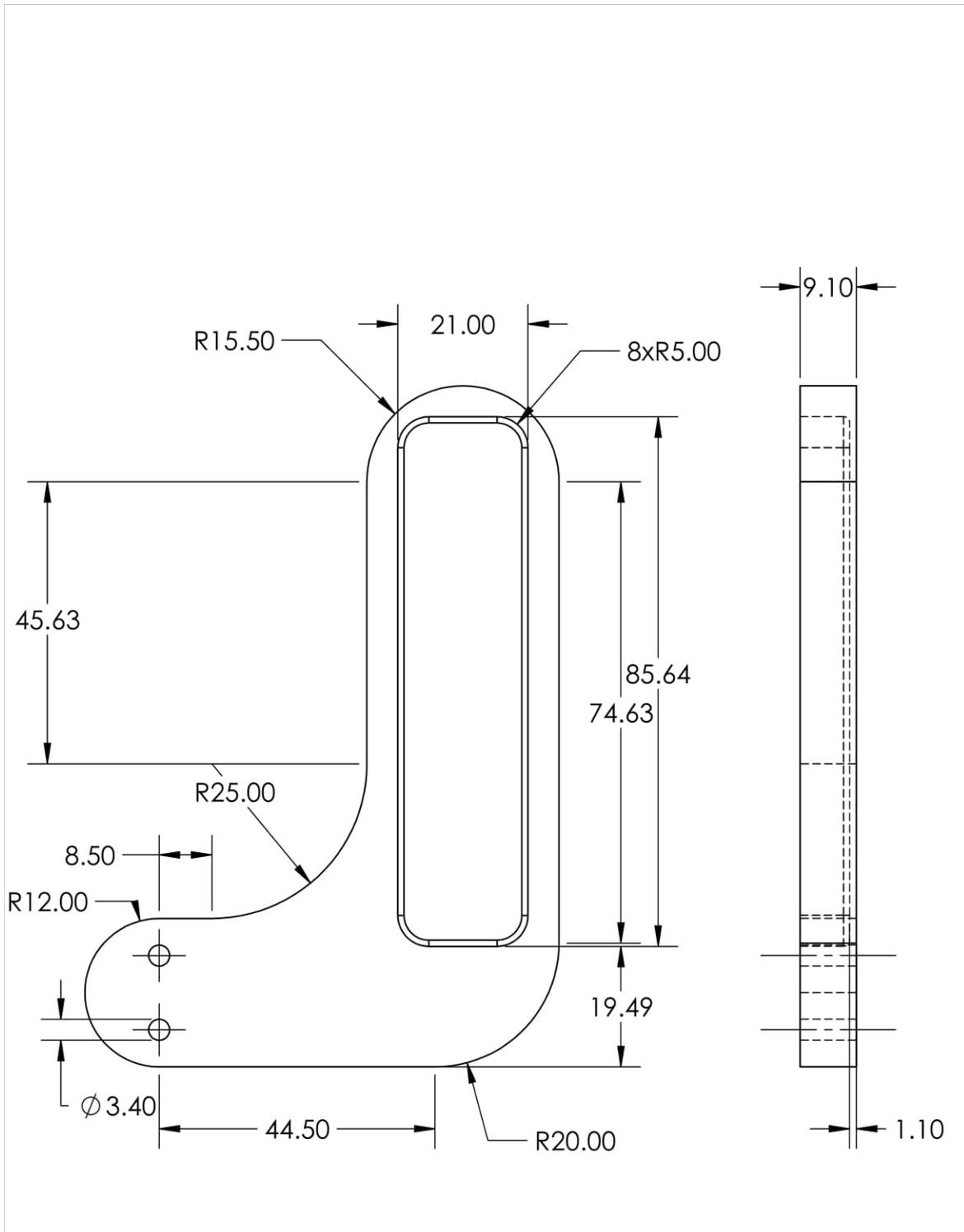
ESCALA: 5:6



cenidet

FECHA: **11/01/2023**

REV



TÍTULO DEL PROYECTO: **Diseño de un exoesqueleto de miembros inferiores energéticamente eficiente**

DISEÑADOR: **Miguel Angel García Velarde**

MODELO: **Guía**

UNIDADES EN mm

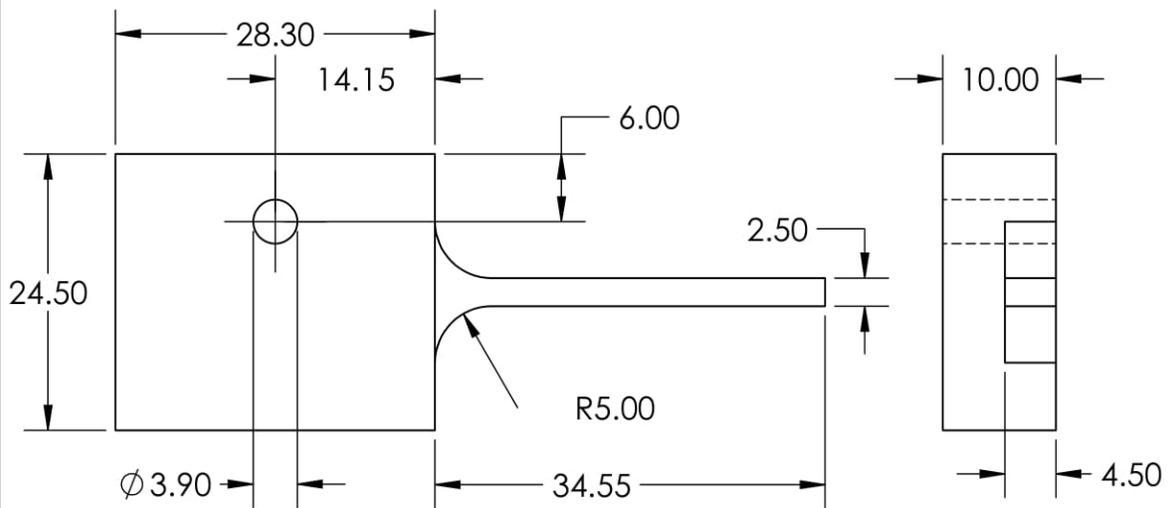
ESCALA: 1:1



cenidet

FECHA: **11/01/2023**

REV



TITULO DEL PROYECTO: **Diseño de un exoesqueleto de miembros inferiores energéticamente eficiente**

DISEÑADOR: **Miguel Angel García Velarde**

MODELO: **Guía del sincronizador**

UNIDADES EN mm

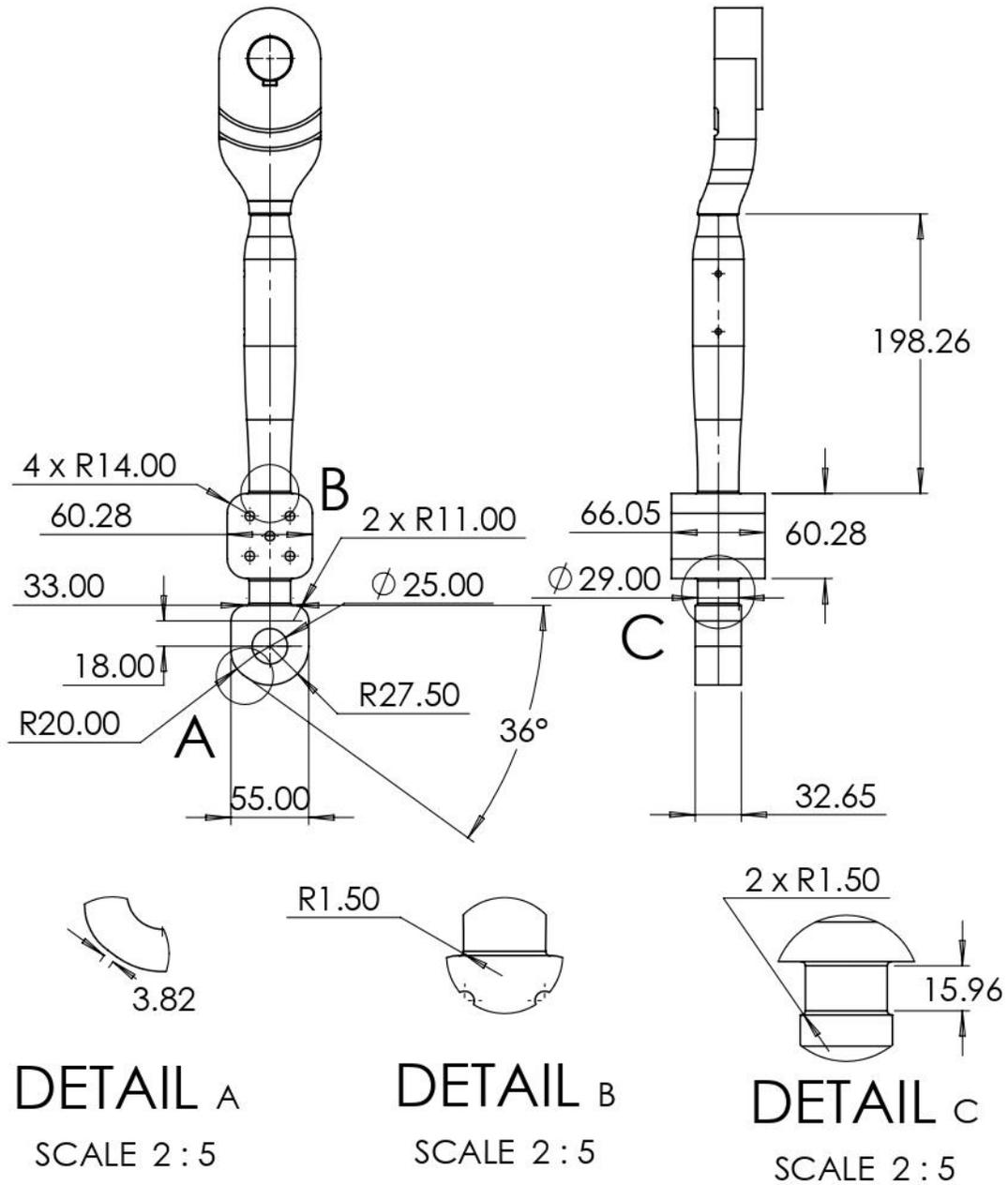
ESCALA: 3:1



cenidet

FECHA:
11/01/2023

REV



TITULO DEL PROYECTO: **Diseño de un exoesqueleto de miembros inferiores energéticamente eficiente**

DISEÑADOR: **Miguel Angel García Velarde**

MODELO: **Muslo derecho**



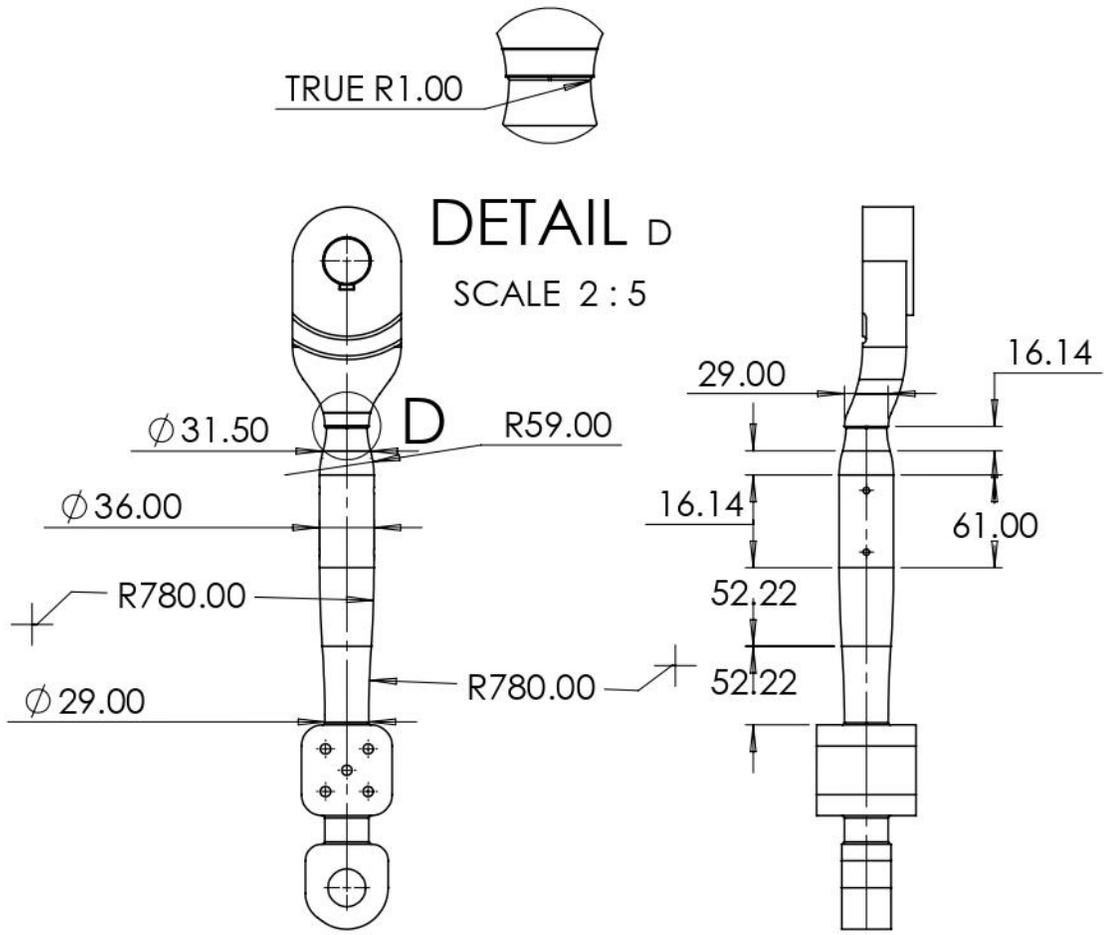
cenidet

FECHA: **10/01/23**

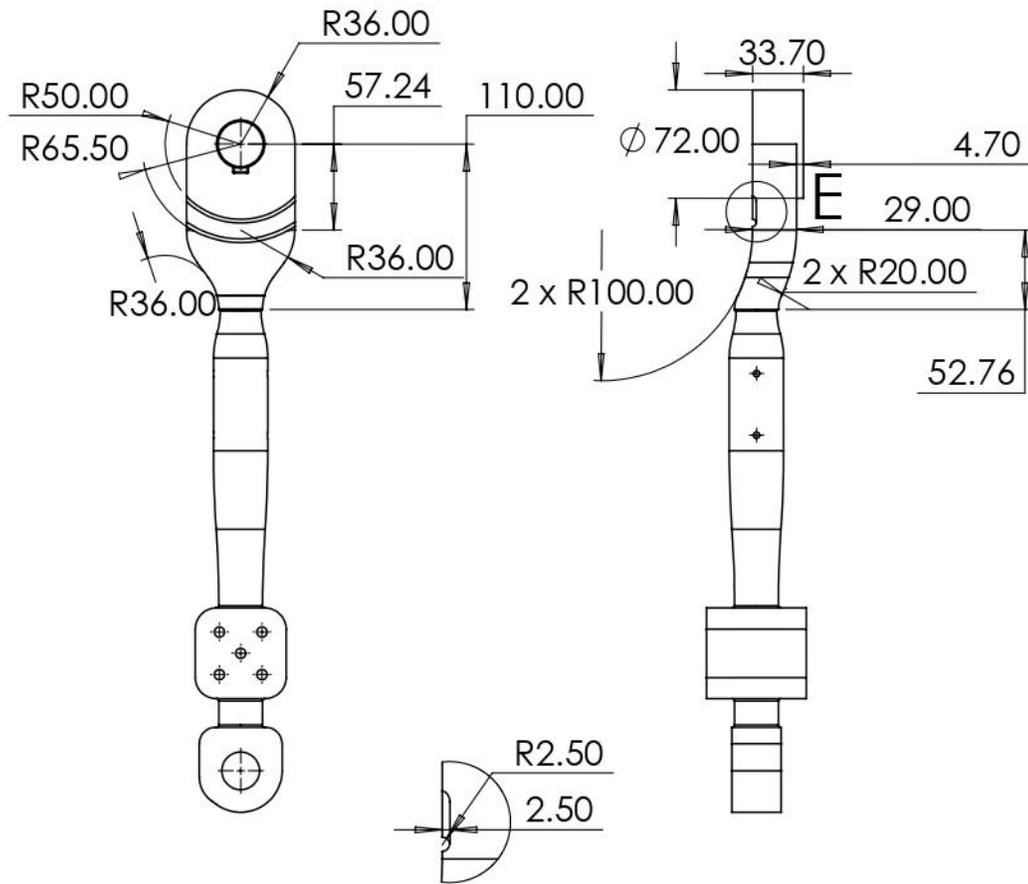
REV

UNIDADES EN MM

ESCALA: 1:5



TITULO DEL PROYECTO: Diseño de un exoesqueleto de miembros inferiores energéticamente eficiente		 cenidet
DISEÑADOR: Miguel Angel García Velarde		
MODELO: Muslo derecho	FECHA: 10/01/23	REV
UNIDADES EN MM	ESCALA: 1:5	



DETAIL E
 SCALE 2 : 5

TITULO DEL PROYECTO: **Diseño de un exoesqueleto de miembros inferiores energéticamente eficiente**

DISEÑADOR: **Miguel Angel García Velarde**

MODELO: **Muslo derecho**



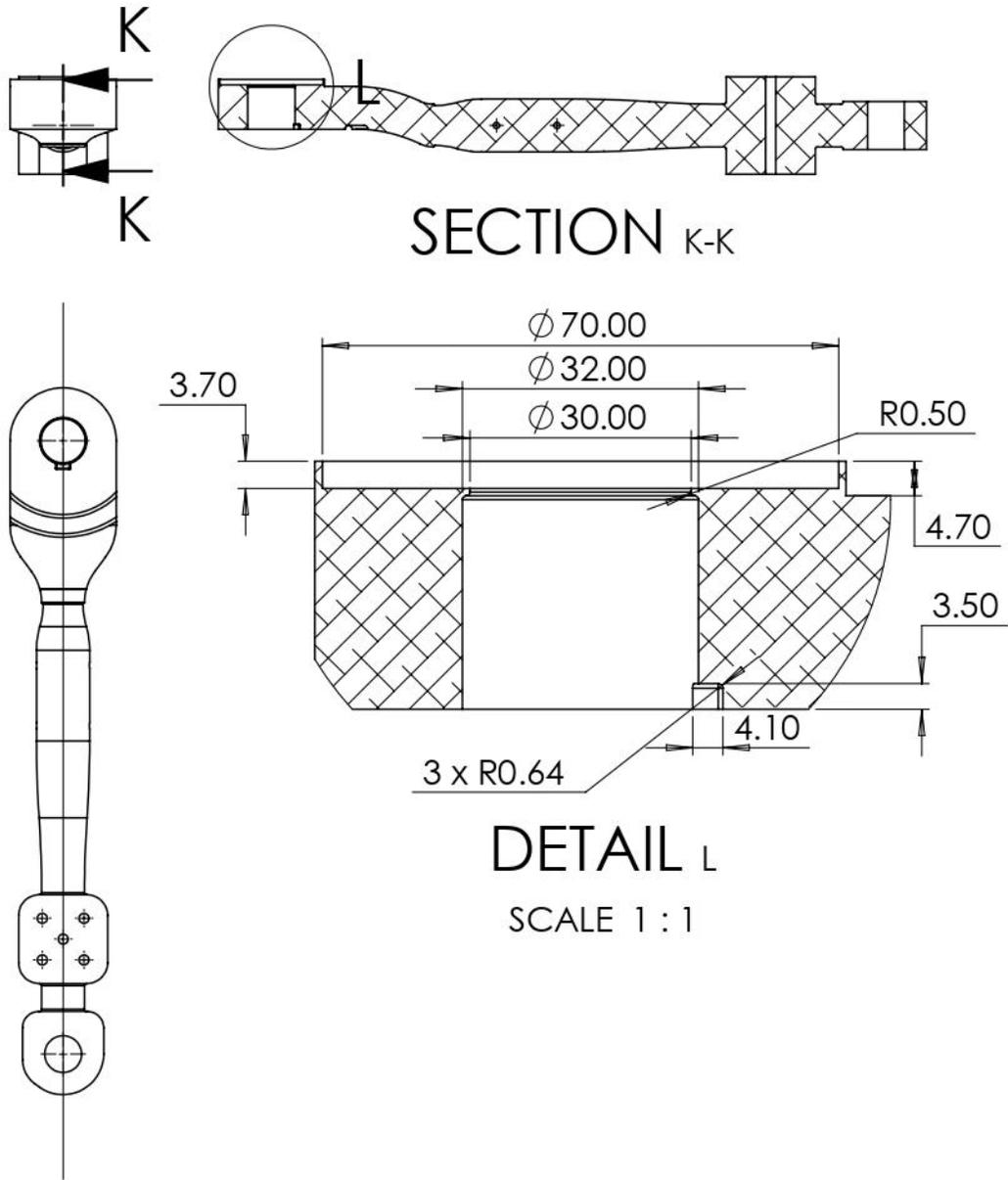
cenidet

FECHA: **10/01/23**

REV

UNIDADES EN MM

ESCALA: 1:5



TITULO DEL PROYECTO: **Diseño de un exoesqueleto de miembros inferiores energéticamente eficiente**

DISEÑADOR: **Miguel Angel García Velarde**

MODELO: **Muslo derecho**



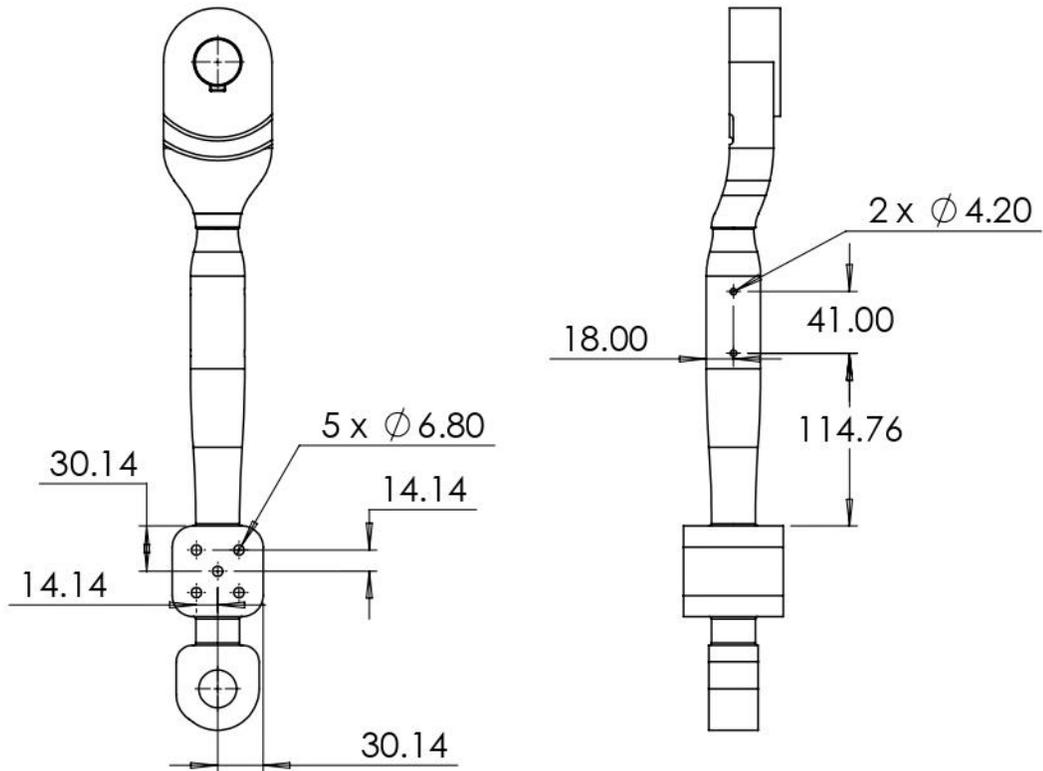
cenidet

FECHA: **10/01/23**

REV

UNIDADES EN MM

ESCALA: 1:5



TITULO DEL PROYECTO: **Diseño de un exoesqueleto de miembros inferiores energéticamente eficiente**

DISEÑADOR: **Miguel Angel García Velarde**

MODELO: **Muslo derecho**



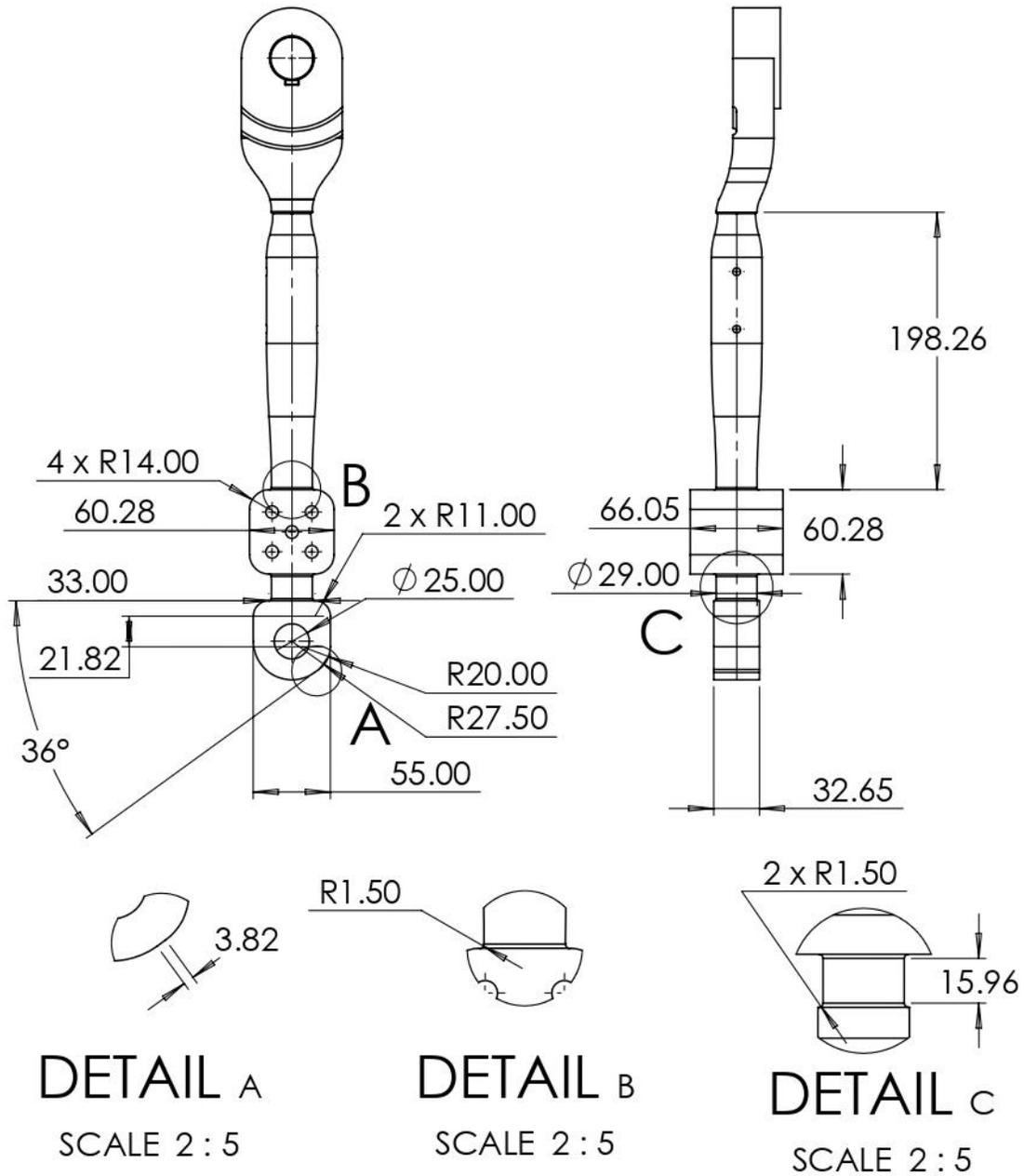
cenidet

FECHA: **10/01/23**

REV

UNIDADES EN MM

ESCALA: 1:5



TITULO DEL PROYECTO: **Diseño de un exoesqueleto de miembros inferiores energéticamente eficiente**

DISEÑADOR: **Miguel Angel García Velarde**

MODELO: **Muslo izquierdo**



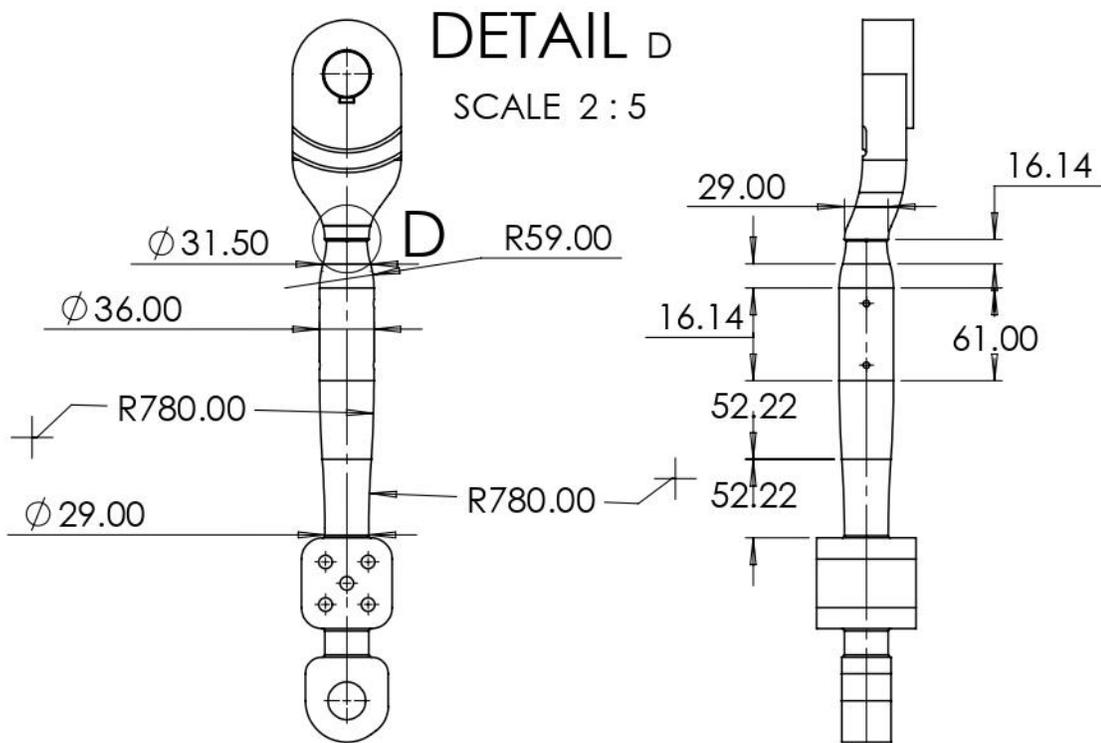
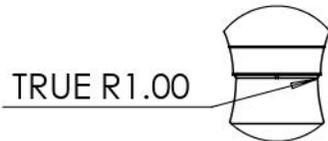
cenidet

FECHA: **10/01/23**

REV

UNIDADES EN MM

ESCALA: 1:5



TITULO DEL PROYECTO: **Diseño de un exoesqueleto de miembros inferiores energéticamente eficiente**

DISEÑADOR: **Miguel Angel García Velarde**

MODELO: **Muslo izquierdo**



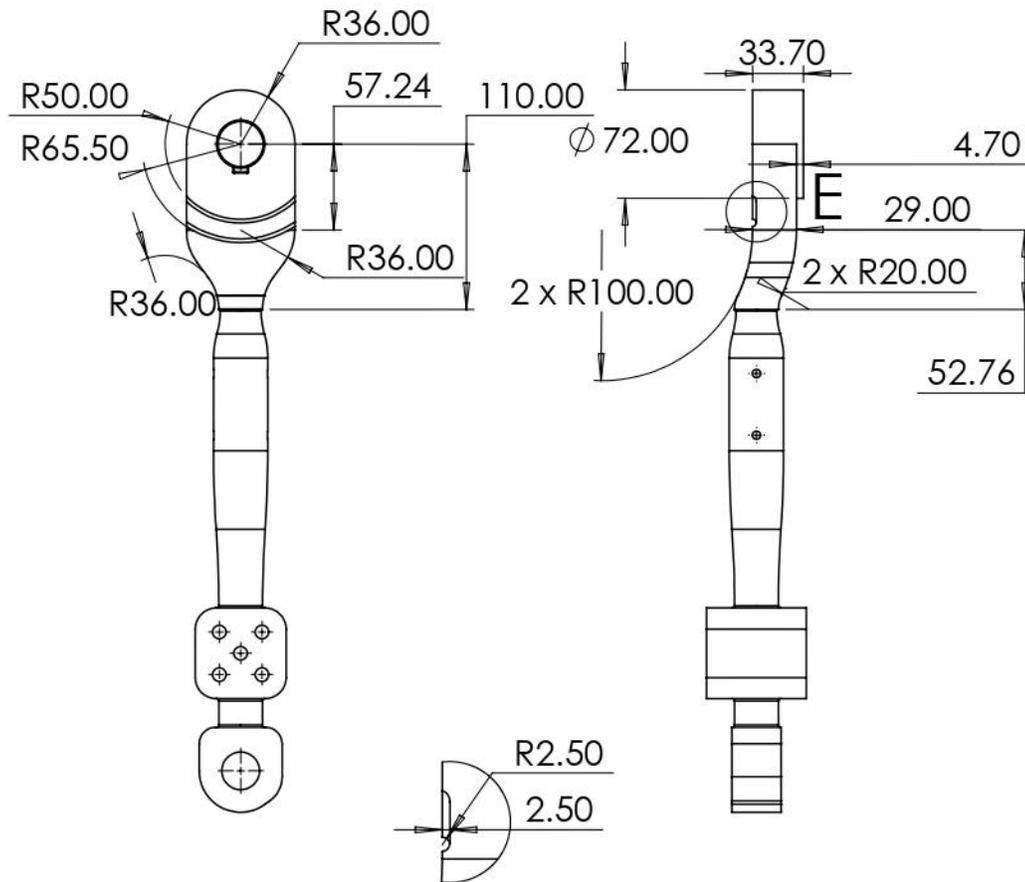
cenidet

FECHA: **10/01/23**

REV

UNIDADES EN MM

ESCALA: 1:5



DETAIL E
SCALE 2 : 5

TITULO DEL PROYECTO: **Diseño de un exoesqueleto de miembros inferiores energéticamente eficiente**

DISEÑADOR: **Miguel Angel García Velarde**

MODELO: **Muslo izquierdo**



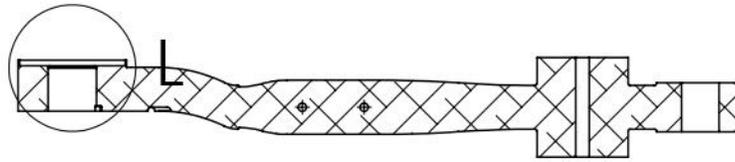
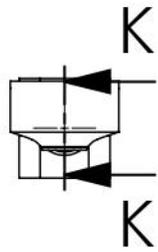
cenidet

FECHA: **10/01/23**

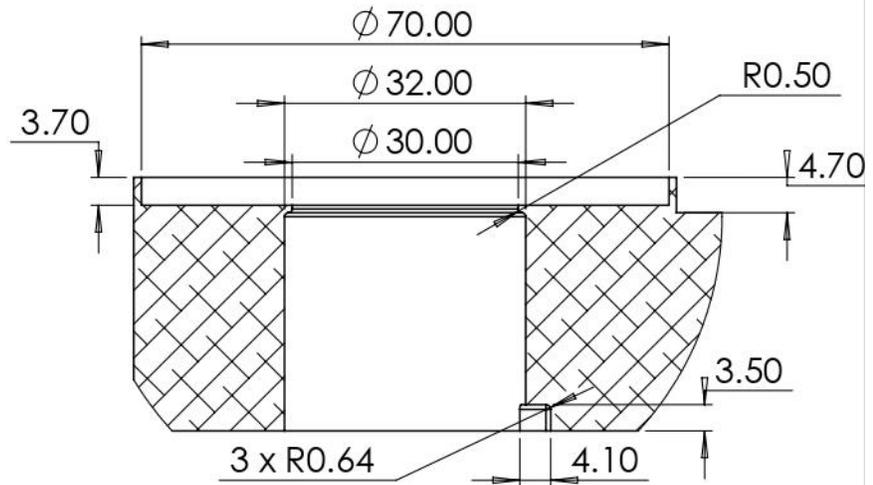
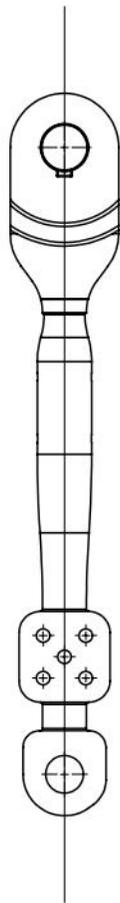
REV

UNIDADES EN MM

ESCALA: 1:5



SECTION K-K



DETAIL L

SCALE 1 : 1

TITULO DEL PROYECTO: **Diseño de un exoesqueleto de miembros inferiores energéticamente eficiente**

DISEÑADOR: **Miguel Angel García Velarde**

MODELO: **Muslo izquierdo**



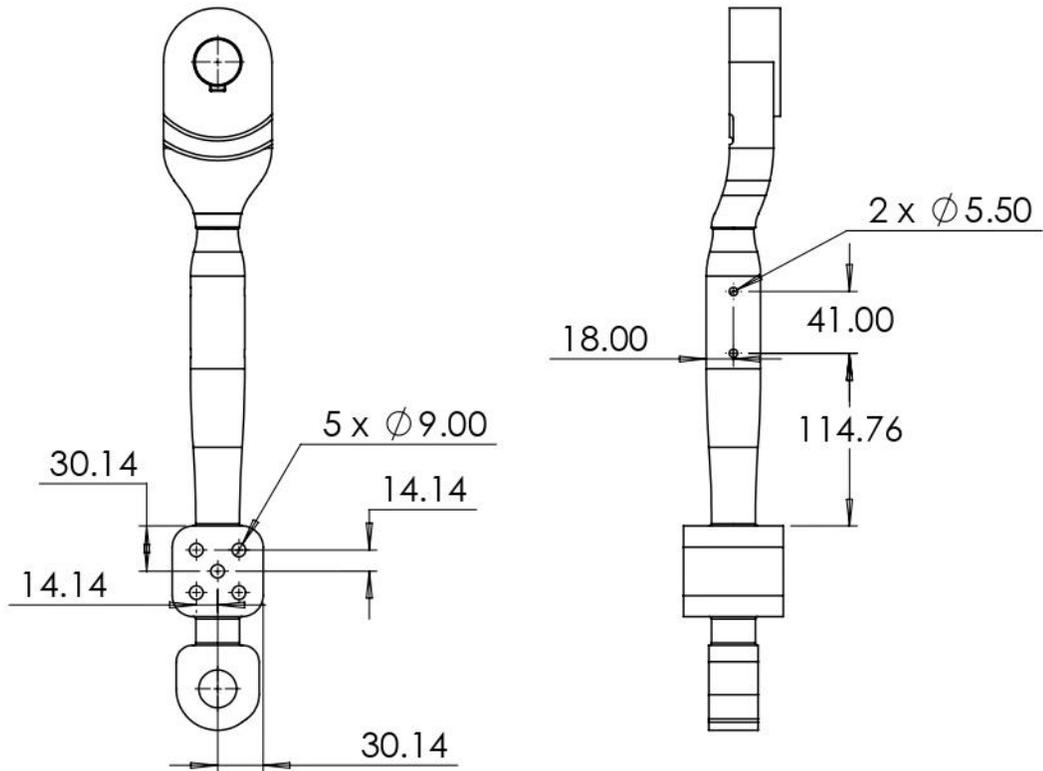
cenidet

FECHA: **10/01/23**

REV

UNIDADES EN MM

ESCALA: 1:5



TITULO DEL PROYECTO: **Diseño de un exoesqueleto de miembros inferiores energéticamente eficiente**

DISEÑADOR: **Miguel Angel García Velarde**

MODELO: **Muslo izquierdo**



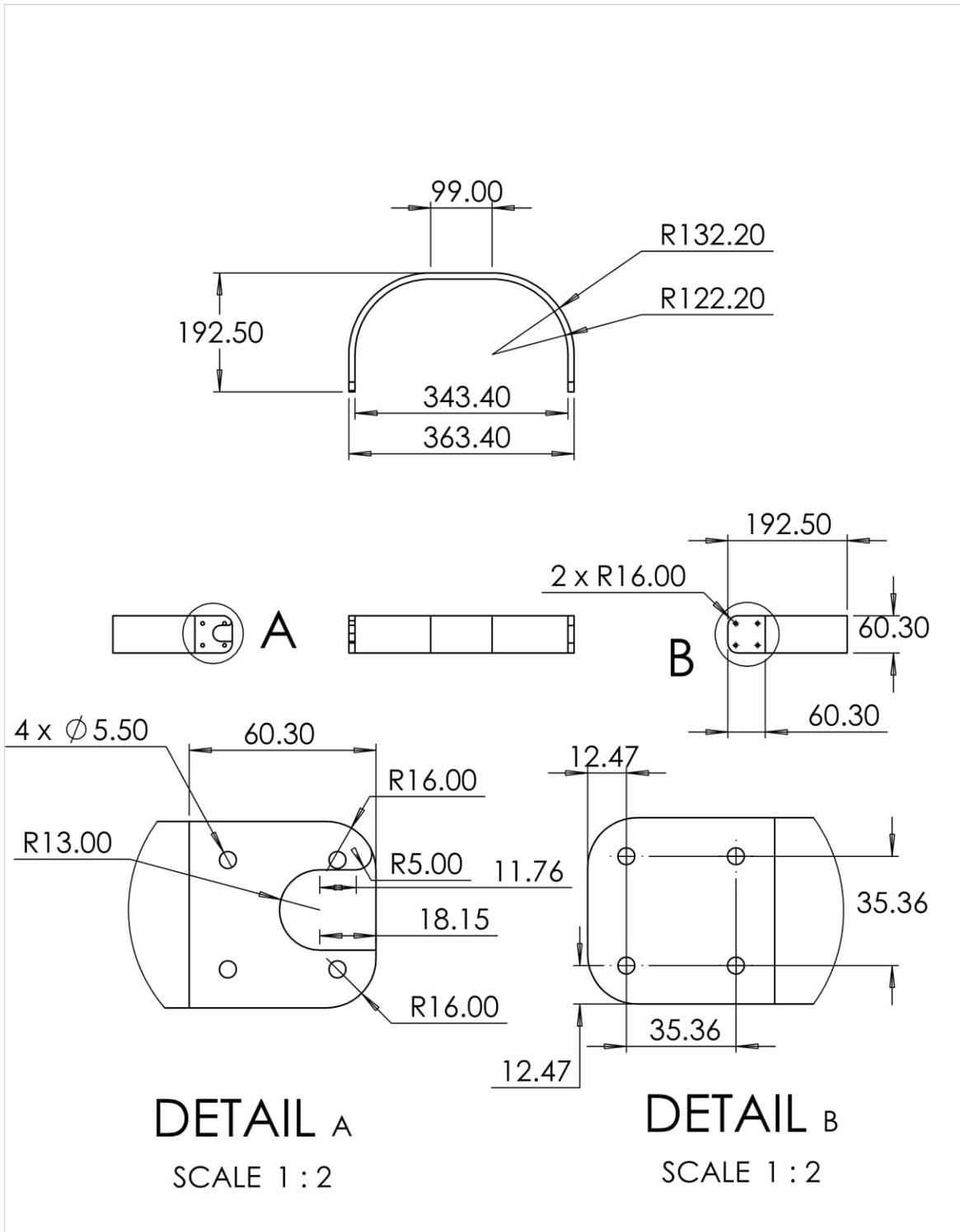
cenidet

FECHA: **10/01/23**

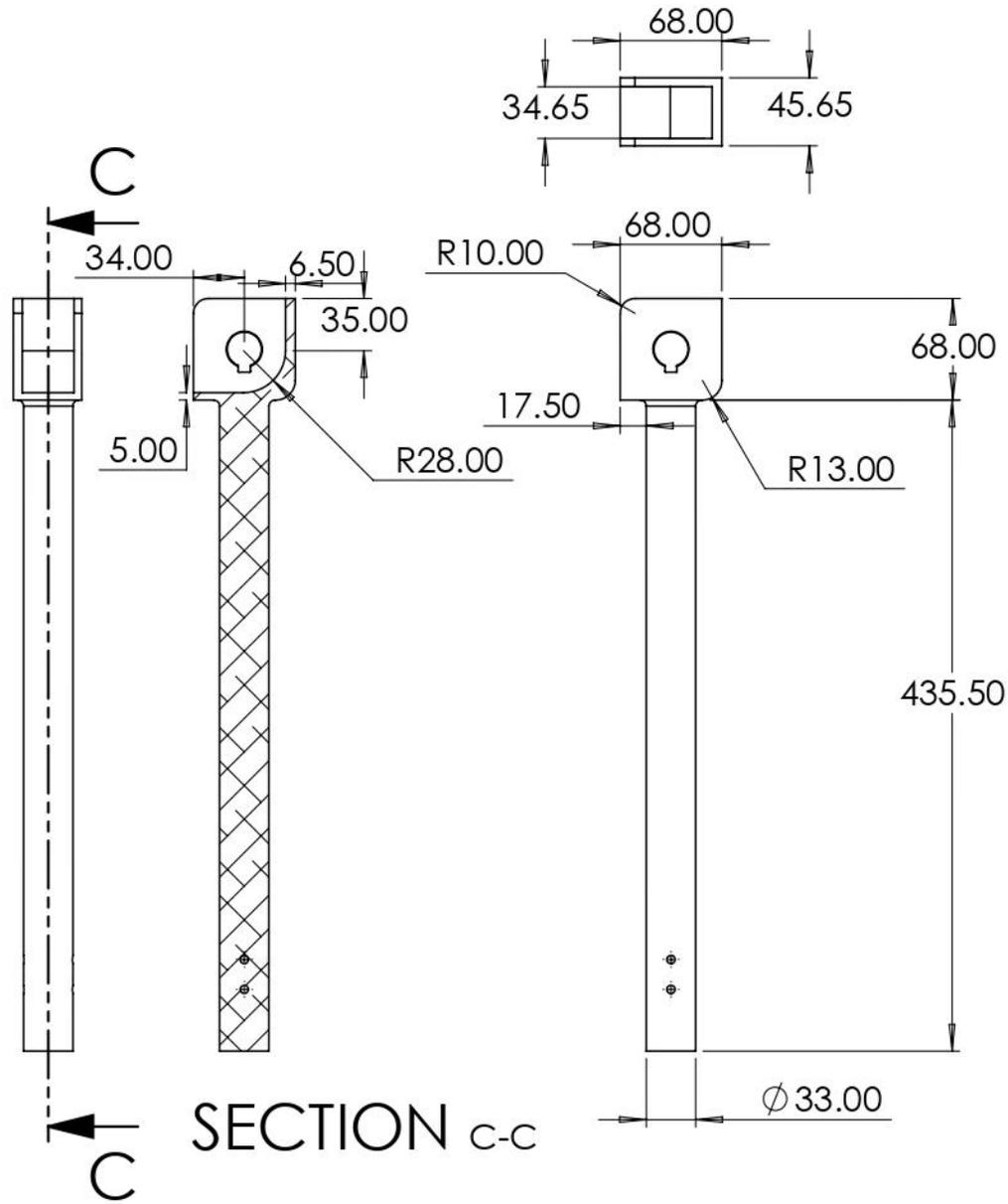
REV

UNIDADES EN MM

ESCALA: 1:5



TITULO DEL PROYECTO: Diseño de un exoesqueleto de miembros inferiores energéticamente eficiente		 cenidet
DISEÑADOR: Miguel Angel García Velarde		
MODELO: Parte superior	FECHA: 10/01/23	REV
UNIDADES EN mm	ESCALA: 1:10	



TITULO DEL PROYECTO: **Diseño de un exoesqueleto de miembros inferiores energéticamente eficiente**

DISEÑADOR: **Miguel Angel García Velarde**

MODELO: **Pierna derecha**

UNIDADES EN mm

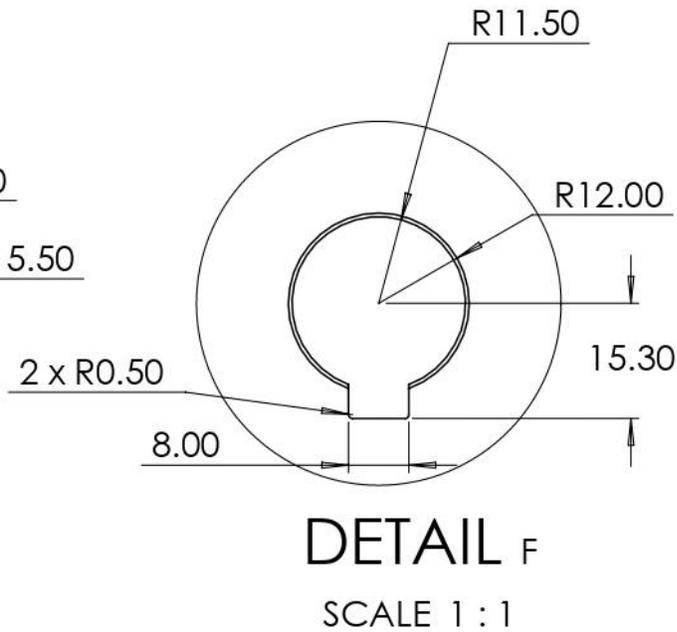
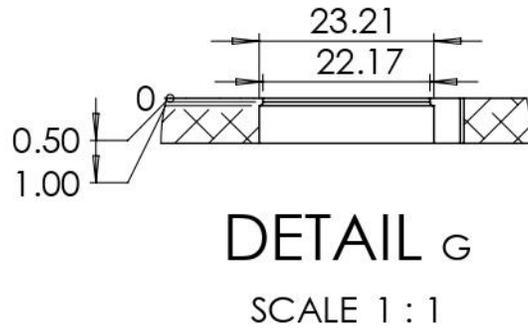
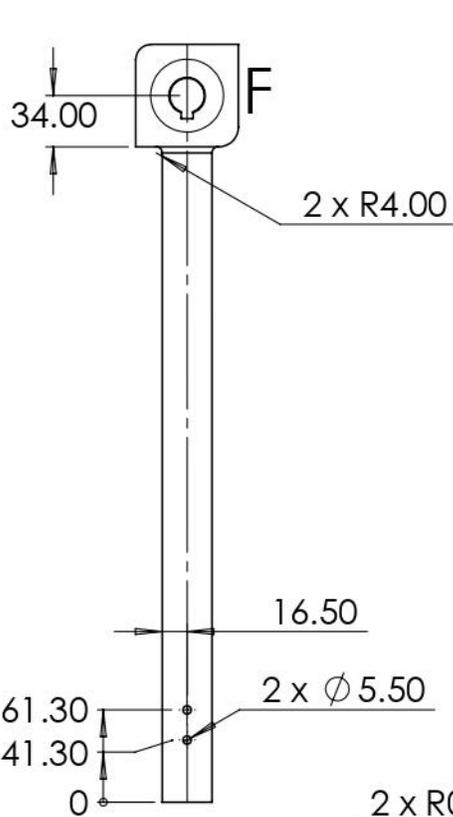
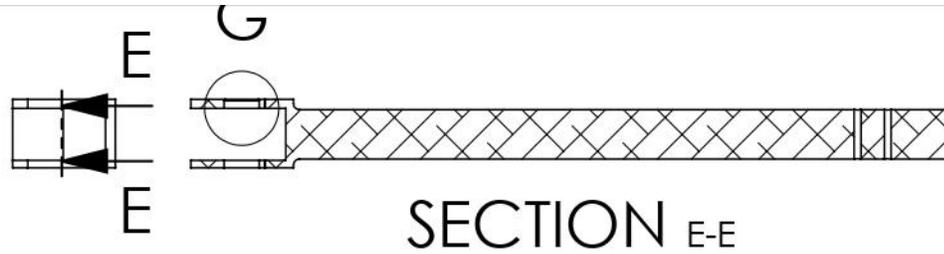


cenidet

FECHA: **10/01/23**

REV

ESCALA: 1:5



TITULO DEL PROYECTO: **Diseño de un exoesqueleto de miembros inferiores energéticamente eficiente**

DISEÑADOR: **Miguel Angel García Velarde**

MODELO: **Pierna derecha**



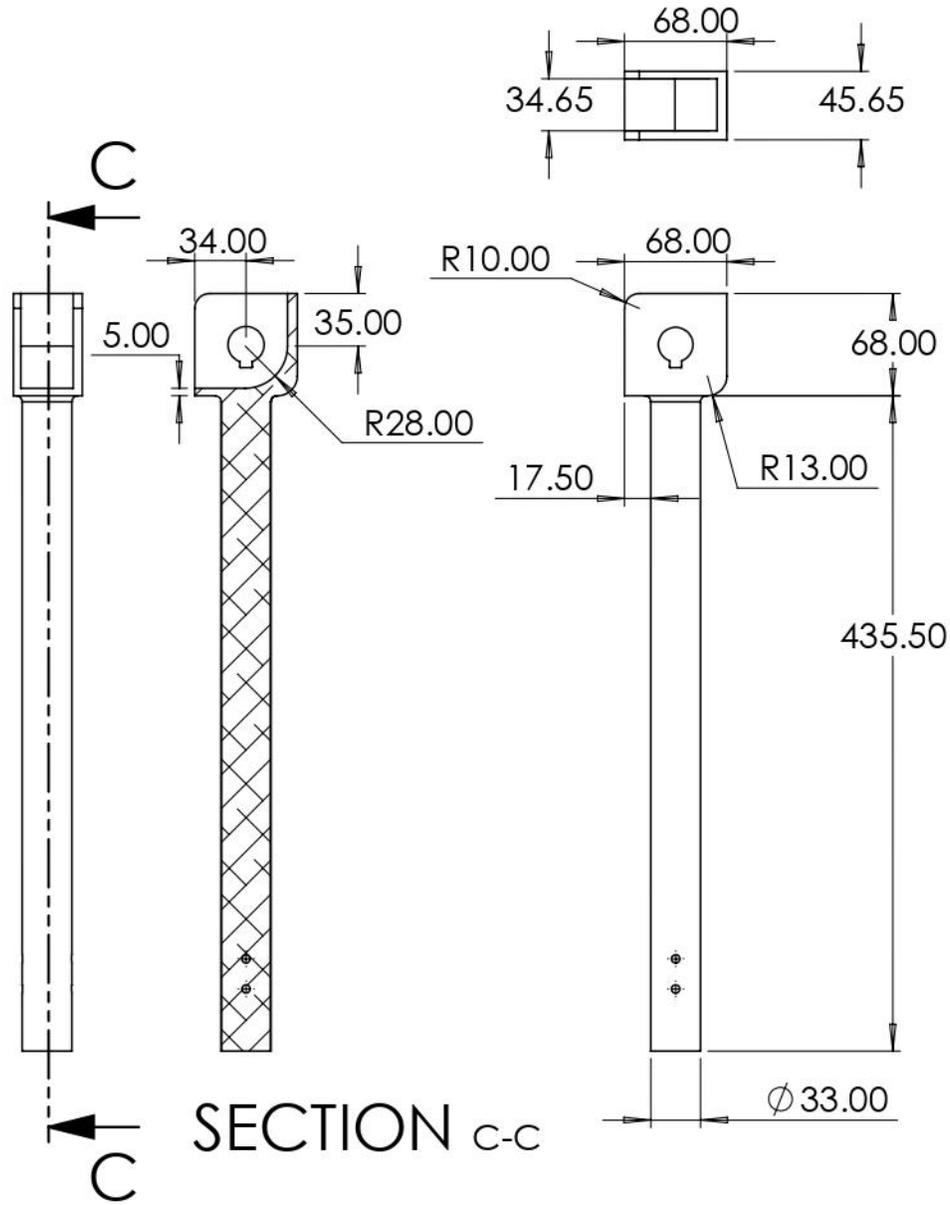
cenidet

FECHA: **10/01/23**

REV

UNIDADES EN mm

ESCALA: 1:5



TITULO DEL PROYECTO: **Diseño de un exoesqueleto de miembros inferiores energéticamente eficiente**

DISEÑADOR: **Miguel Angel García Velarde**

MODELO: **Pierna izquierda**

UNIDADES EN mm

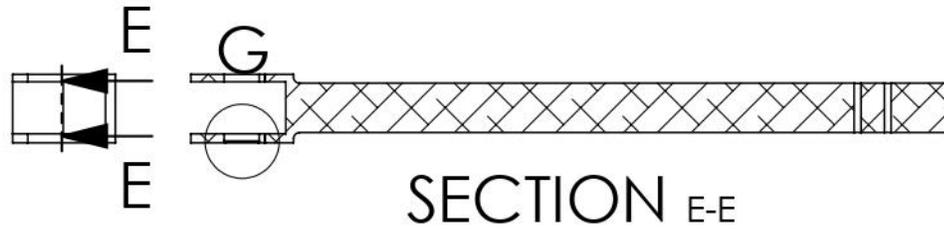
ESCALA: 1:5



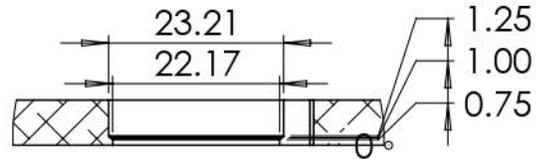
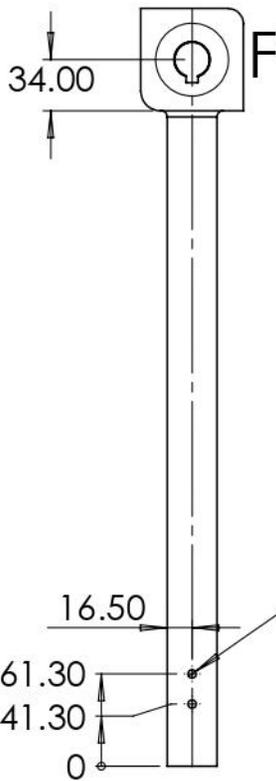
cenidet

FECHA: **10/01/23**

REV

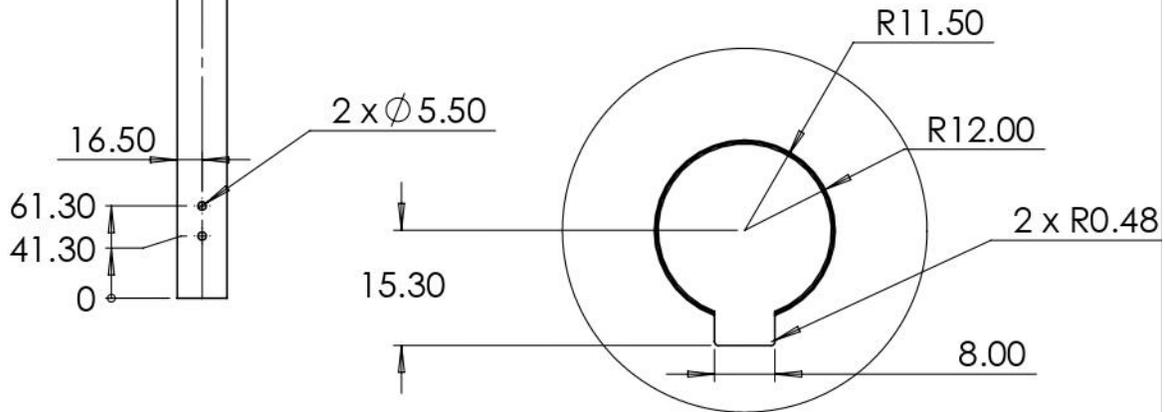


SECTION E-E



DETAIL G

SCALE 1 : 1



DETAIL F

SCALE 1 : 1

TITULO DEL PROYECTO: **Diseño de un exoesqueleto de miembros inferiores energéticamente eficiente**

DISEÑADOR: **Miguel Angel García Velarde**

MODELO: **Pierna izquierda**



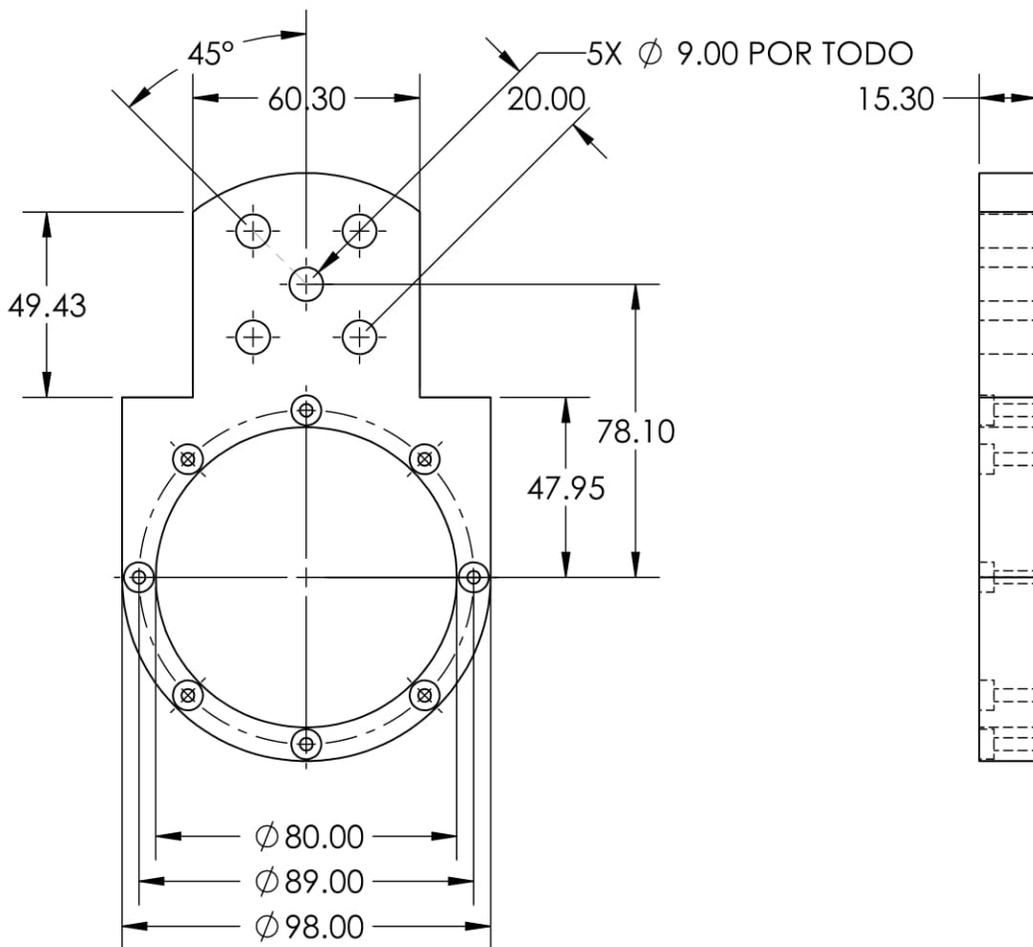
cenidet

FECHA: **10/01/23**

REV

UNIDADES EN mm

ESCALA: 1:5



TÍTULO DEL PROYECTO: **Diseño de un exoesqueleto de miembros inferiores energéticamente eficiente**

DISEÑADOR: **Miguel Angel García Velarde**

MODELO: **Soporte del motor**

UNIDADES EN mm

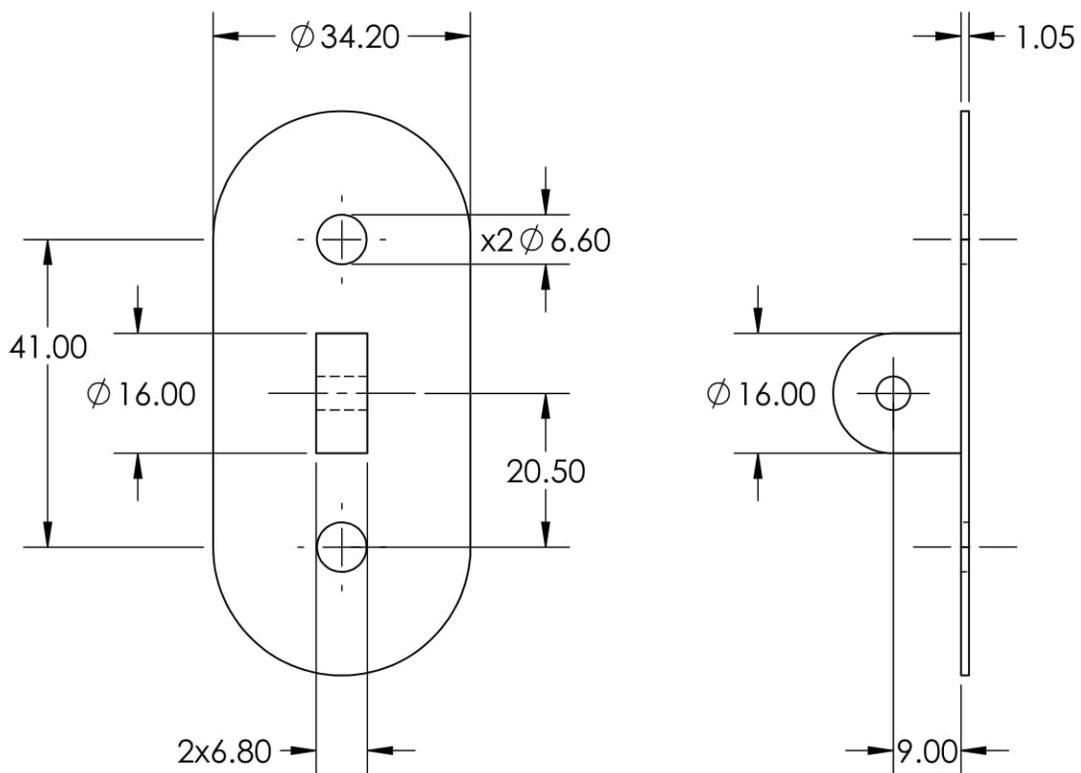
ESCALA: 1:2



cenidet

FECHA: **11/01/2023**

REV



TITULO DEL PROYECTO: **Diseño de un exoesqueleto de miembros inferiores energéticamente eficiente**

DISEÑADOR: **Miguel Angel García Velarde**

MODELO: **Soporte del muslo**

UNIDADES EN mm

ESCALA: 1:1

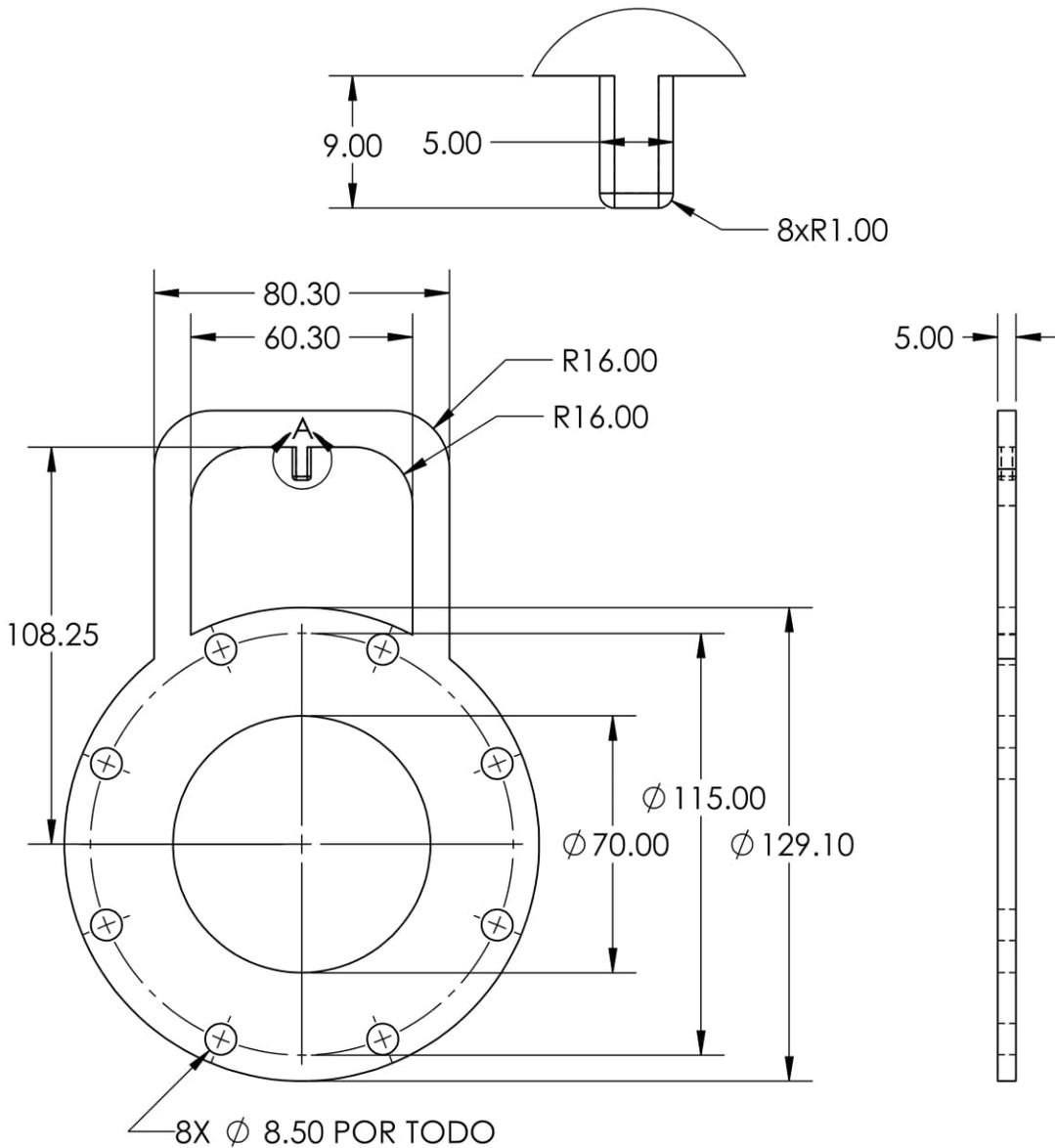


cenidet

FECHA:
11/01/2023

REV

DETALLE A
ESCALA 2 : 1



TITULO DEL PROYECTO: **Diseño de un exoesqueleto de miembros inferiores energéticamente eficiente**

DISEÑADOR: **Miguel Angel García Velarde**

MODELO: **Soporte del rodamiento C y D**

UNIDADES EN mm

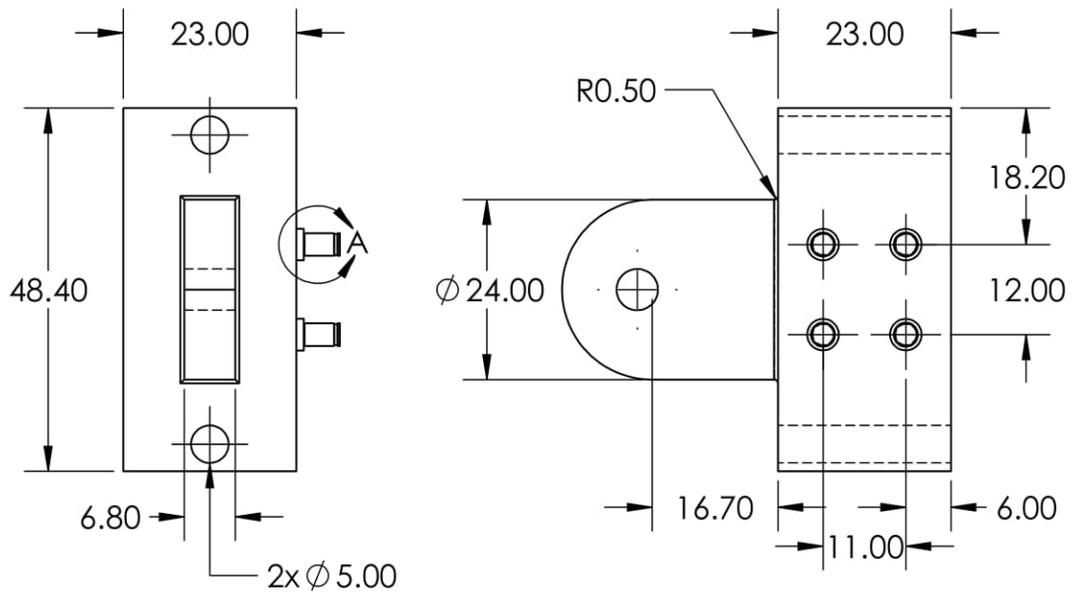
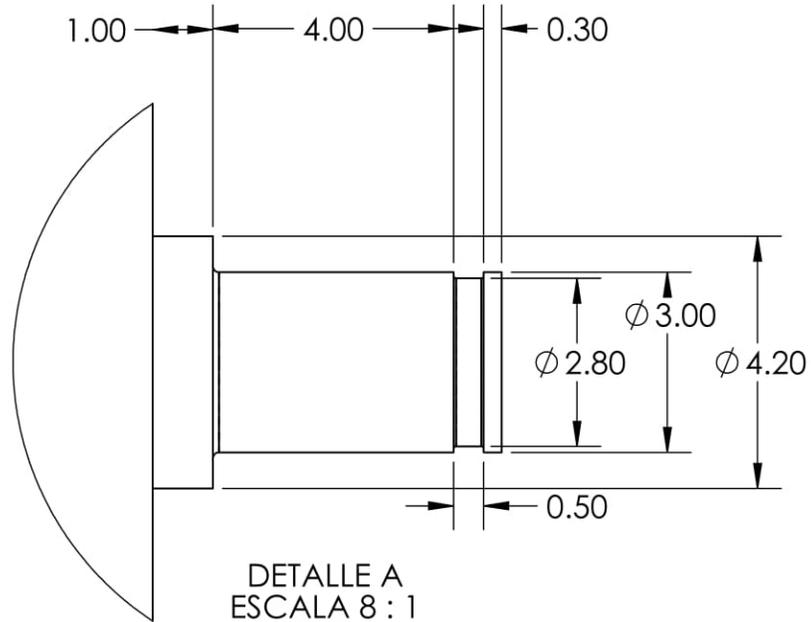
ESCALA: 1:2



cenidet

FECHA:
11/01/2023

REV



TITULO DEL PROYECTO: **Diseño de un exoesqueleto de miembros inferiores energéticamente eficiente**

DISEÑADOR: **Miguel Angel García Velarde**

MODELO: **Soporte del torso**



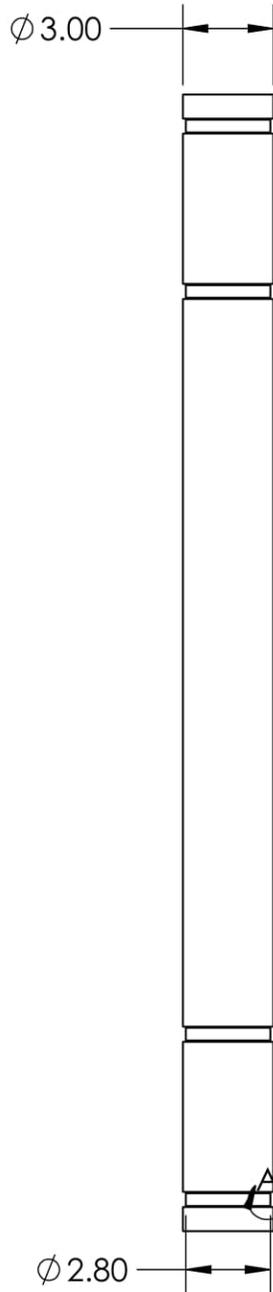
cenidet

FECHA:
11/01/2023

REV

UNIDADES EN mm

ESCALA: 1:1



DETALLE A
ESCALA 32 : 1

TITULO DEL PROYECTO: **Diseño de un exoesqueleto de miembros inferiores energéticamente eficiente**

DISEÑADOR: **Miguel Angel García Velarde**

MODELO: **Soporte rodamiento sincronizador**



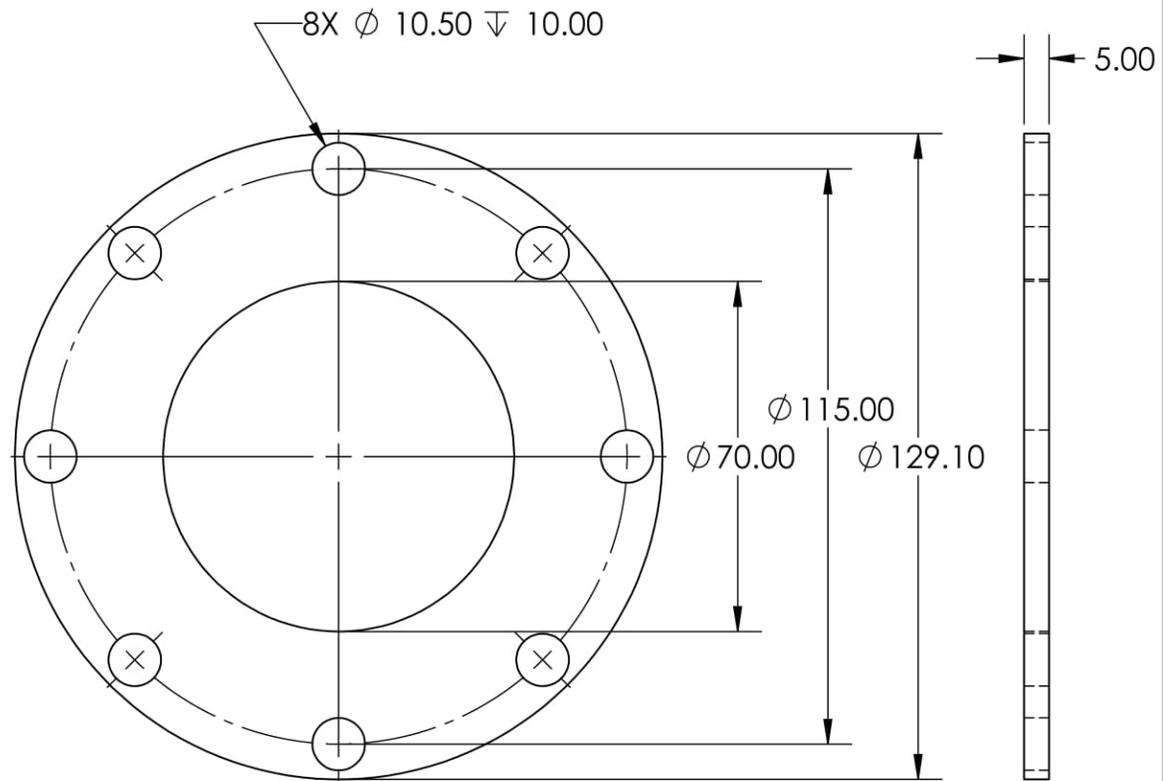
cenidet

FECHA: **11/01/2023**

REV

UNIDADES EN mm

ESCALA: 4:1



TITULO DEL PROYECTO: **Diseño de un exoesqueleto de miembros inferiores energéticamente eficiente**



cenidet

DISEÑADOR: **Miguel Angel García Velarde**

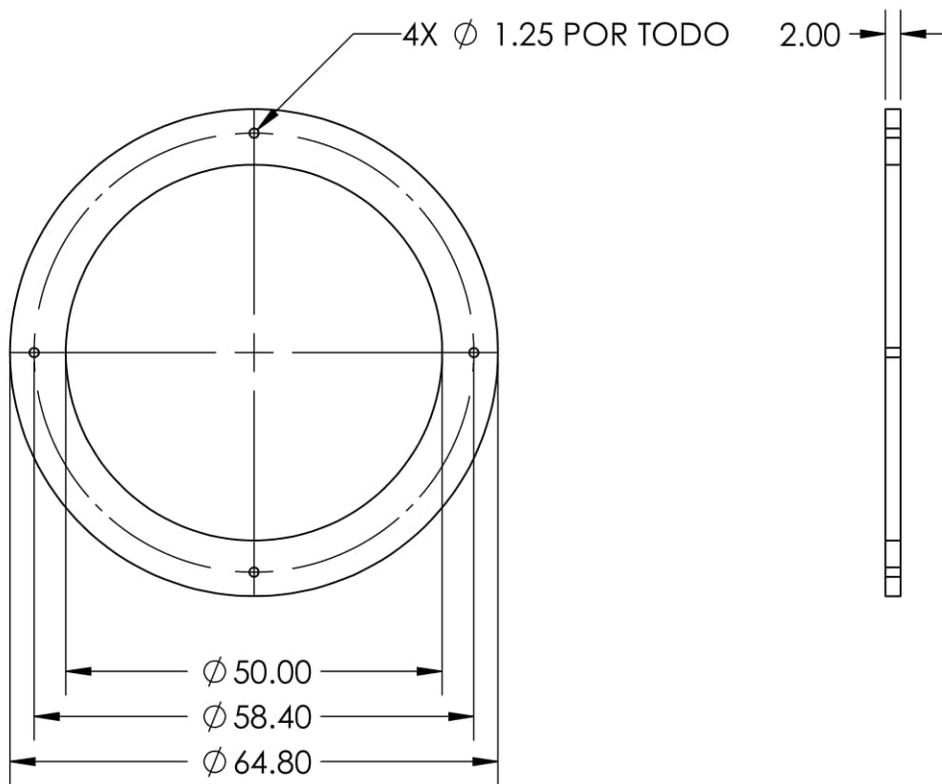
MODELO: **Tapa del alojamiento C y D**

FECHA: **11/01/2023**

REV

UNIDADES EN mm

ESCALA: 2:3



TITULO DEL PROYECTO: **Diseño de un exoesqueleto de miembros inferiores energéticamente eficiente**

DISEÑADOR: **Miguel Angel García Velarde**

MODELO: **Tapa del alojamiento desplazable del rodamiento 61808**

UNIDADES EN mm

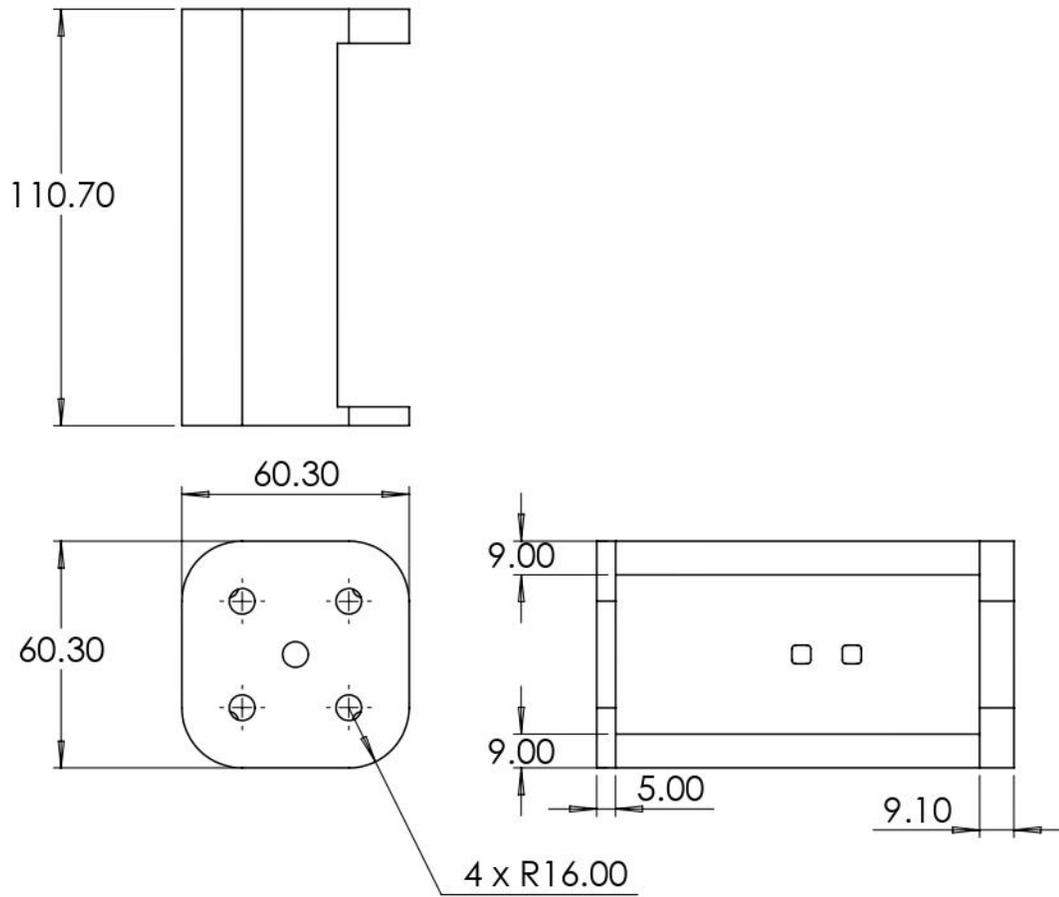
ESCALA: 1:1



cenidet

FECHA:
11/01/2023

REV



TITULO DEL PROYECTO: **Diseño de un exoesqueleto de miembros inferiores energéticamente eficiente**

DISEÑADOR: **Miguel Angel García Velarde**

MODELO: **Torso**



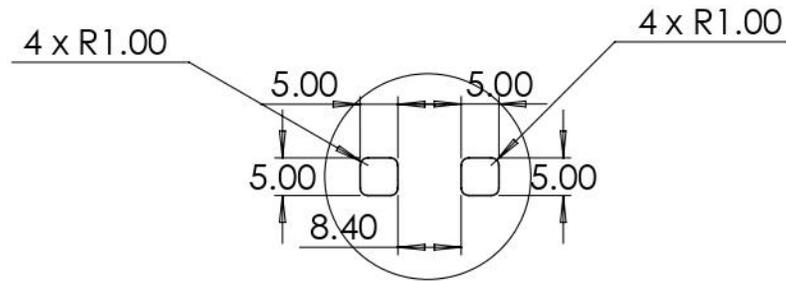
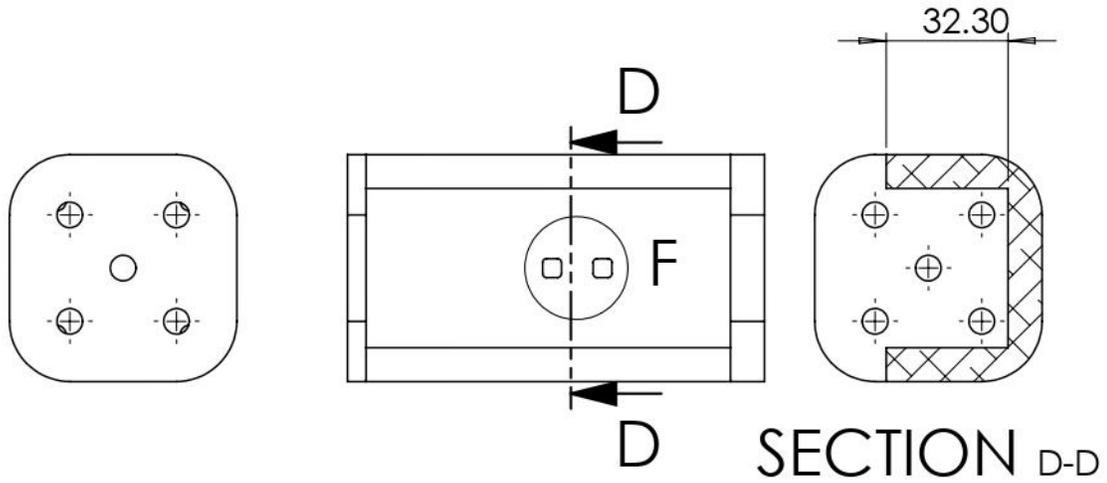
cenidet

FECHA: **10/01/23**

REV

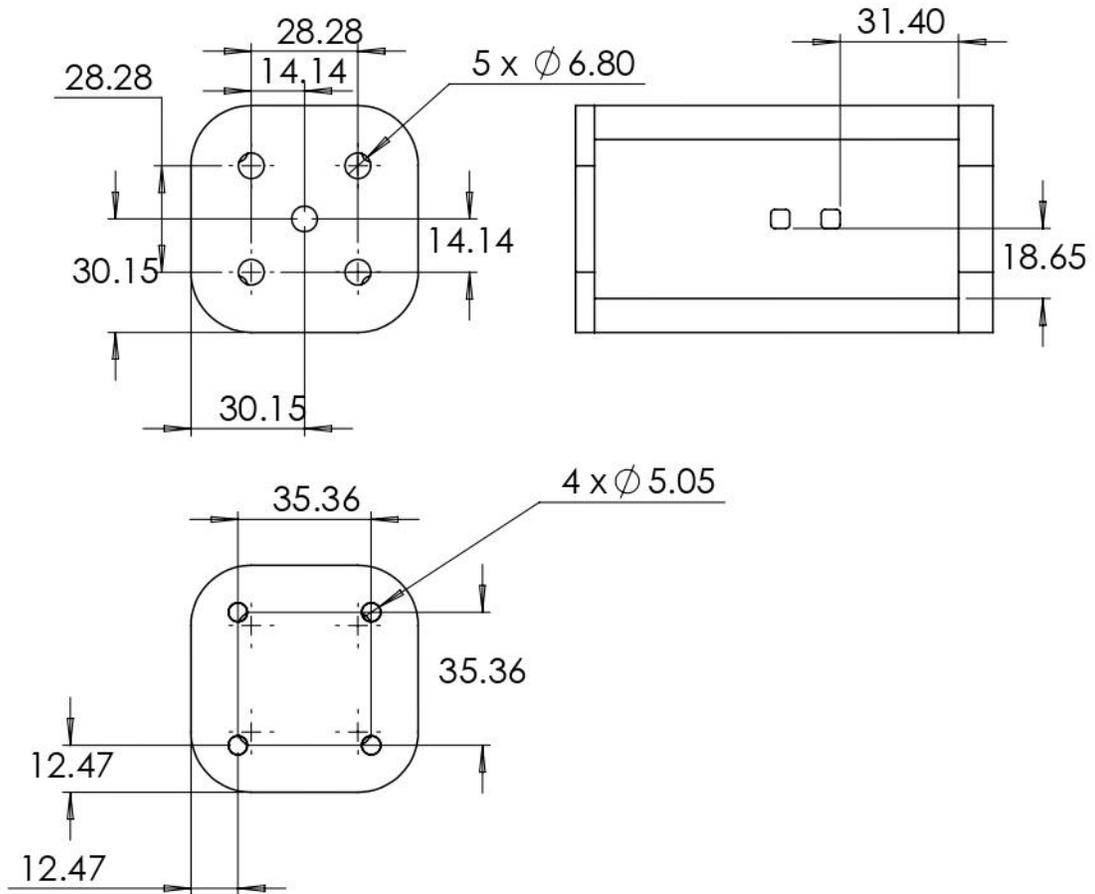
UNIDADES EN mm

ESCALA: 1:2



SCALE 1 : 1

TITULO DEL PROYECTO: Diseño de un exoesqueleto de miembros inferiores energéticamente eficiente		 cenidet
DISEÑADOR: Miguel Angel García Velarde		
MODELO: Torso	FECHA: 10/01/23	REV
UNIDADES EN mm	ESCALA: 1:2	



TITULO DEL PROYECTO: **Diseño de un exoesqueleto de miembros inferiores energéticamente eficiente**

DISEÑADOR: **Miguel Angel García Velarde**

MODELO: **Torso**



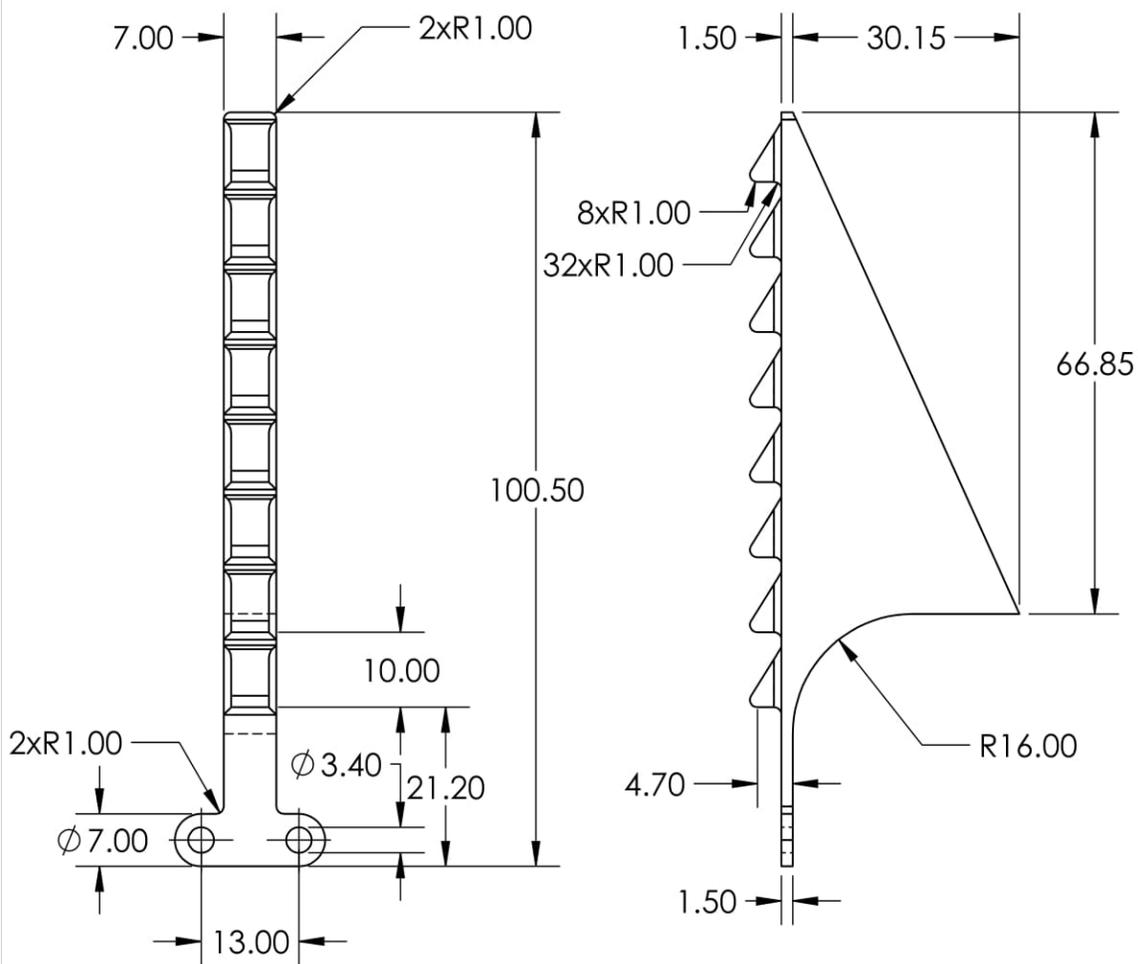
cenidet

FECHA: **10/01/23**

REV

UNIDADES EN mm

ESCALA: 1:2



TITULO DEL PROYECTO: **Diseño de un exoesqueleto de miembros inferiores energéticamente eficiente**

DISEÑADOR: **Miguel Angel García Velarde**

MODELO: **Trinquete fijo**

UNIDADES EN mm

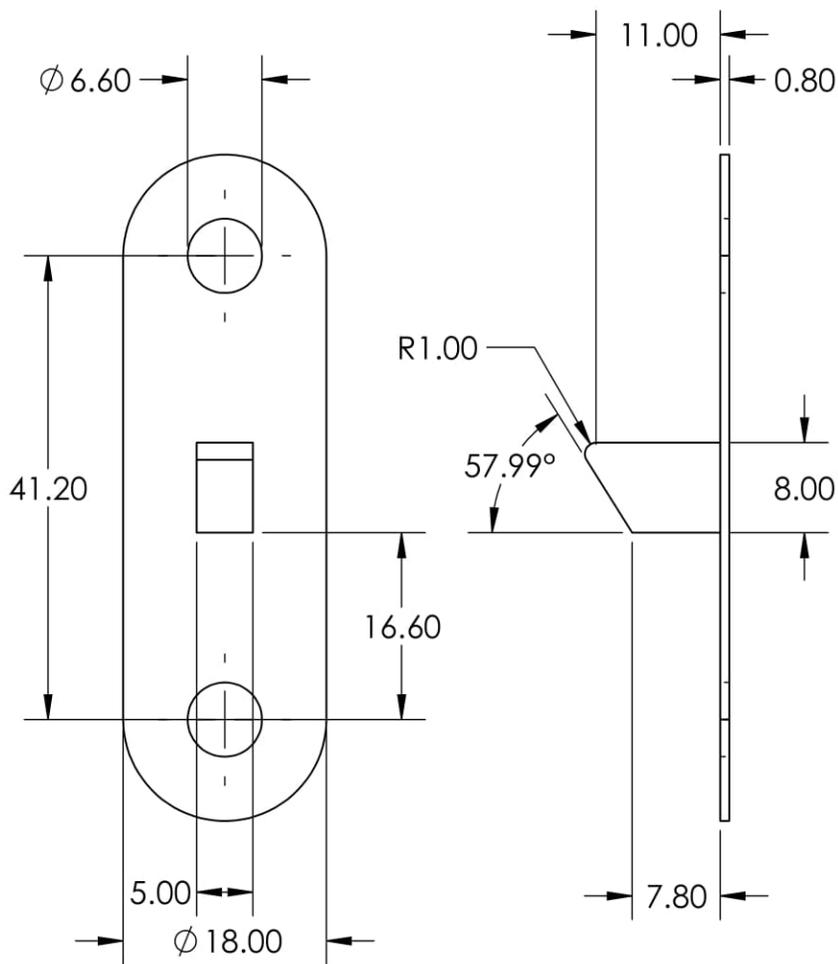
ESCALA: 1:1



cenidet

FECHA: **11/01/2023**

REV



TITULO DEL PROYECTO: **Diseño de un exoesqueleto de miembros inferiores energéticamente eficiente**

DISEÑADOR: **Miguel Angel García Velarde**

MODELO: **Trinquete móvil**

UNIDADES EN mm

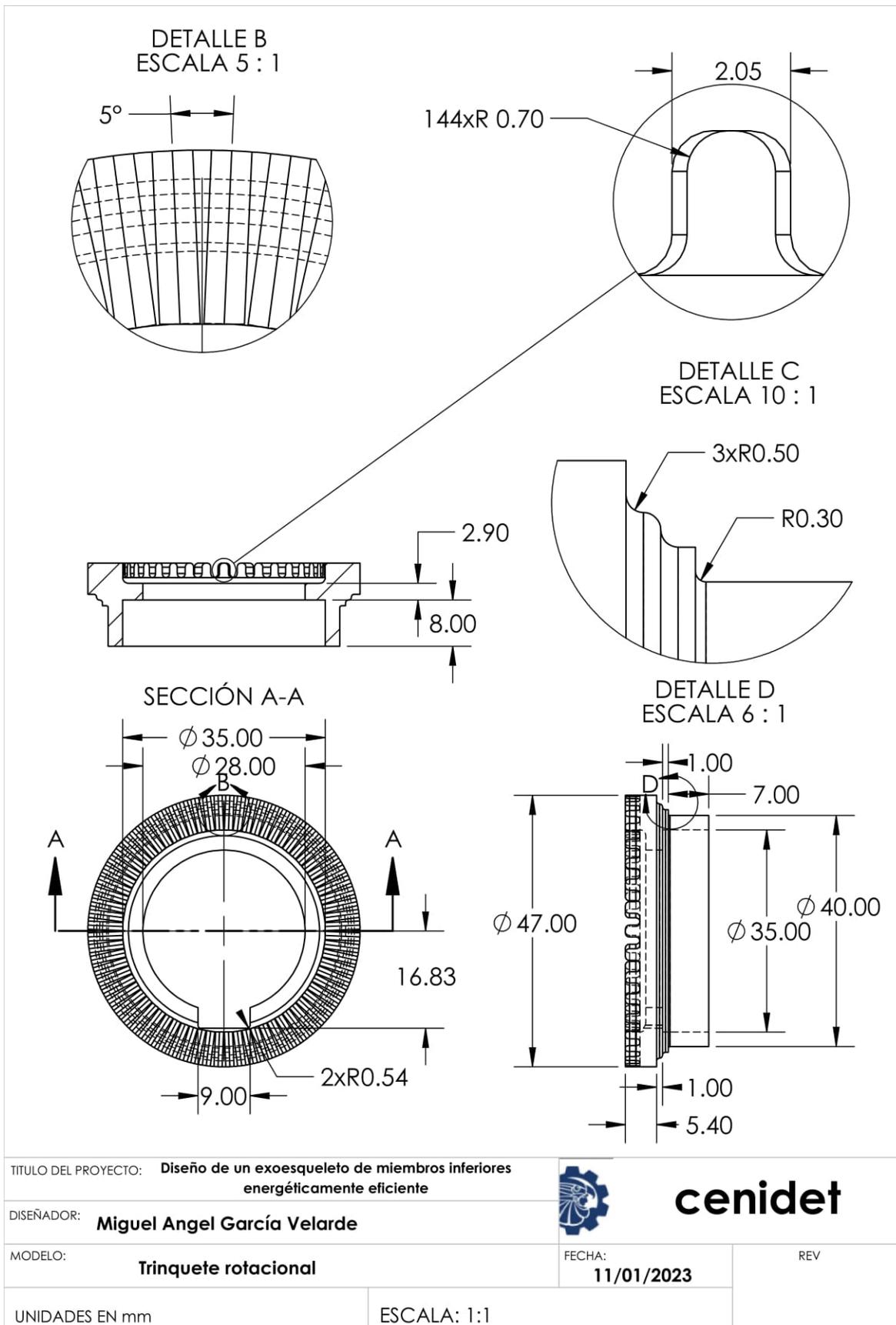
ESCALA: 3:2



cenidet

FECHA: **11/01/2023**

REV



REFERENCIAS

- [1] Organización Mundial de la Salud and Banco Mundial, “Informe discapacidad 2011 naciones unidas,” 2011. [Online]. Available: http://www.who.int/disabilities/world_report/2011/report/en/
- [2] B. Chen *et al.*, “A wearable exoskeleton suit for motion assistance to paralysed patients,” *J. Orthop. Transl.*, vol. 11, pp. 7–18, Oct. 2017, doi: 10.1016/j.jot.2017.02.007.
- [3] B. Chen *et al.*, “Recent developments and challenges of lower extremity exoskeletons,” *J. Orthop. Transl.*, vol. 5, pp. 26–37, Apr. 2016, doi: 10.1016/j.jot.2015.09.007.
- [4] World Health Organization, “Spinal cord injury,” 2013. <https://www.who.int/news-room/factsheets/detail/spinal-cord-injury> (accessed Mar. 20, 2019).
- [5] K. R. Westerterp, “Physical activity and physical activity induced energy expenditure in humans: measurement, determinants, and effects,” *Front. Physiol.*, vol. 4, no. April, pp. 1–12, 2013, doi: 10.3389/fphys.2013.00090.
- [6] S. A. Murray, K. H. Ha, and M. Goldfarb, “An assistive controller for a lower-limb exoskeleton for rehabilitation after stroke, and preliminary assessment thereof,” in *2014 36th Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society*, Aug. 2014, pp. 4083–4086. doi: 10.1109/EMBC.2014.6944521.
- [7] J. Leclair, S. Pardoel, A. Helal, and M. Doumit, “Development of an unpowered ankle exoskeleton for walking assist,” *Disabil. Rehabil. Assist. Technol.*, vol. 15, no. 1, pp. 1–13, Jan. 2018, doi: 10.1080/17483107.2018.1494218.
- [8] H.-D. Lee, B.-K. Lee, W.-S. Kim, J.-S. Han, K.-S. Shin, and C.-S. Han, “Human–robot cooperation control based on a dynamic model of an upper limb exoskeleton for human power amplification,” *Mechatronics*, vol. 24, no. 2, pp. 168–176, Mar. 2014, doi: 10.1016/j.mechatronics.2014.01.007.
- [9] S. Marcheschi, F. Salsedo, M. Fontana, and M. Bergamasco, “Body extender: whole body exoskeleton for human power augmentation,” in *2011 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, May 2011, pp. 611–616. doi: 10.1109/ICRA.2011.5980132.
- [10] Q. Ai, Q. Liu, W. Meng, and S. Q. Xie, *Advanced rehabilitative technology*. Elsevier, 2018. doi: 10.1016/C2017-0-01714-7.
- [11] C. Rodríguez and T. Romeu, “Exoesqueleto ekso GT,” *Sinapse*. <https://sinapseneurologia.com/programa-robotica-tecnologia-aplicada/exoesqueleto-ekso-gt/> (accessed Sep. 16, 2022).
- [12] D. Sanz-Merodio, M. Cestari, J. C. Arevalo, X. A. Carrillo, and E. Garcia, “Generation and control of adaptive gaits in lower-limb exoskeletons for motion assistance,” *Adv. Robot.*, vol. 28, no. 5, pp. 329–338, Mar. 2014, doi: 10.1080/01691864.2013.867284.
- [13] R. J. Farris, H. A. Quintero, and M. Goldfarb, “Preliminary evaluation of a powered lower limb orthosis to Aid Walking in Paraplegic Individuals,” *IEEE Trans. Neural Syst. Rehabil. Eng.*, vol. 19, no. 6, pp. 652–659, Dec. 2011, doi: 10.1109/TNSRE.2011.2163083.
- [14] J. Pransky, “The Pransky interview: Russ Angold, co-founder and president of Ekso™ Labs,” *Ind. Robot An Int. J.*, vol. 41, no. 4, pp. 329–334, Jun. 2014, doi: 10.1108/IR-05-2014-0334.
- [15] M. Talaty, A. Esquenazi, and J. E. Briceno, “Differentiating ability in users of the ReWalk™ powered exoskeleton: an analysis of walking kinematics,” in *2013 IEEE 13th International Conference on Rehabilitation Robotics (ICORR)*, Jun. 2013, pp. 1–5. doi: 10.1109/ICORR.2013.6650469.
- [16] A. Tsukahara, Y. Hasegawa, K. Eguchi, and Y. Sankai, “Restoration of gait for spinal cord injury patients using hal with intention estimator for preferable swing speed,” *IEEE Trans. Neural Syst. Rehabil. Eng.*, vol. 23, no. 2, pp. 308–318, Mar. 2015, doi: 10.1109/TNSRE.2014.2364618.
- [17] S. Wang *et al.*, “Design and control of the mindwalker exoskeleton,” *IEEE Trans. Neural Syst. Rehabil. Eng.*, vol. 23, no. 2, pp. 277–286, Mar. 2015, doi: 10.1109/TNSRE.2014.2365697.
- [18] Harvard, “Why good posture matters,” *Harvard Health Publishing*. <https://www.health.harvard.edu/staying-healthy/why-good-posture-matters> (accessed Mar. 20, 2019).
- [19] S. M. Taslim Reza, N. Ahmad, I. A. Choudhury, and R. A. R. Ghazilla, “A study on muscle activities through surface EMG for lower limb exoskeleton controller,” in *2013 IEEE Conference on Systems, Process & Control (ICSPC)*, Dec. 2013, pp. 159–163. doi: 10.1109/SPC.2013.6735124.
- [20] C. Fleischer and Gü. Hommel, “A human-exoskeleton interface utilizing electromyography,” *IEEE Trans. Robot.*, vol. 24, no. 4, pp. 872–882, Aug. 2008, doi: 10.1109/TRO.2008.926860.
- [21] J. C. Moreno, F. Brunetti, E. Navarro, A. Forner-Cordero, and J. L. Pons, “Analysis of the human interaction with a wearable lower-limb exoskeleton,” *Appl. Bionics Biomech.*, vol. 6, no. 2, pp. 245–

- 256, Jul. 2009, doi: 10.1080/11762320902823324.
- [22] R. M. S. Yap *et al.*, “Gait-assist wearable robot using interactive rhythmic stimulation to the upper limbs,” *Front. Robot. AI*, vol. 6, no. APR, pp. 1–11, Apr. 2019, doi: 10.3389/frobt.2019.00025.
- [23] L. Zhou, W. Chen, W. Chen, S. Bai, J. Zhang, and J. Wang, “Design of a passive lower limb exoskeleton for walking assistance with gravity compensation,” *Mech. Mach. Theory*, vol. 150, Aug. 2020, doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2020.103840.
- [24] S. Zhao, Y. Yang, Y. Gao, Z. Zhang, T. Zheng, and Y. Zhu, “Development of a soft knee exosuit with twisted string actuators for stair climbing assistance,” in *2019 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO)*, Dec. 2019, no. December, pp. 2541–2546. doi: 10.1109/ROBIO49542.2019.8961415.
- [25] C. M. Lara Barrios, “Diseño y construcción de un exoesqueleto para la rehabilitación de extremidades inferiores,”. Tesis de maestría. Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico, 2015.
- [26] M. S. Fifer, S. Acharya, H. L. Benz, M. Mollazadeh, N. E. Crone, and N. V. Thakor, “Toward electrocorticographic control of a dexterous upper limb prosthesis: building brain-machine interfaces,” *IEEE Pulse*, vol. 3, no. 1, pp. 38–42, Jan. 2012, doi: 10.1109/MPUL.2011.2175636.
- [27] D. Delisle-Rodríguez, A. C. Villa-Parra, and T. Bastos, “Towards a brain-computer interface based on unsupervised methods to command a lower-limb robotic exoskeleton,” in *2018 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics (SMC)*, Oct. 2018, pp. 1099–1104. doi: 10.1109/SMC.2018.00194.
- [28] A. C. Villa-Parra, D. Delisle-Rodríguez, A. López-Delís, T. Bastos-Filho, R. Sagaró, and A. Frizera-Neto, “Towards a robotic knee exoskeleton control based on human motion intention through EEG and sEMG signals,” *Procedia Manuf.*, vol. 3, no. Ahfe, pp. 1379–1386, 2015, doi: 10.1016/j.promfg.2015.07.296.
- [29] P. G. Vinoj, S. Jacob, V. G. Menon, S. Rajesh, and M. R. Khosravi, “Brain-controlled adaptive lower limb exoskeleton for rehabilitation of post-stroke paralyzed,” *IEEE Access*, vol. 7, pp. 132628–132648, 2019, doi: 10.1109/ACCESS.2019.2921375.
- [30] X. Long, Y. Ma, X. Ma, Z. Yan, C. Wang, and X. Wu, “The EEG-based lower limb exoskeleton system optimization strategy based on channel selection,” in *2019 IEEE International Conference on Real-time Computing and Robotics (RCAR)*, Aug. 2019. doi: 10.1109/RCAR47638.2019.9044090.
- [31] S. Y. Gordleeva *et al.*, “Real-time EEG–EMG human–machine interface-based control system for a lower-limb exoskeleton,” *IEEE Access*, vol. 8, pp. 84070–84081, 2020, doi: 10.1109/ACCESS.2020.2991812.
- [32] D. Chen, M. Ning, B. Zhang, and G. Yang, “Control strategy of the lower-limb exoskeleton based on the EMG signals,” in *2014 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO 2014)*, Dec. 2014, pp. 2416–2420. doi: 10.1109/ROBIO.2014.7090701.
- [33] ReWalk, “ReWalk™ Personal 6.0.” <https://rewalk.com/rewalk-personal-3/> (accessed Sep. 17, 2020).
- [34] Rebiotex, “Exoesqueleto Ekso GT™.” <https://rebiotex.com/ekso-gt/> (accessed Sep. 17, 2020).
- [35] Indego, “Introduction to Indego® Personal.” [Online]. Available: <https://www.indego.com/parkerimages/promosite/Indego/UNITED STATES/Downloads/Indego-Therapy-Datasheet.pdf>
- [36] suitX, “Phoenix medical exoskeleton.” <https://www.suitx.com/phoenix-medical-exoskeleton> (accessed Sep. 17, 2020).
- [37] W. Kim, H. Lee, D. Kim, J. Han, and C. Han, “Mechanical design of the Hanyang exoskeleton assistive robot (HEXAR),” in *2014 14th International Conference on Control, Automation and Systems (ICCAS 2014)*, Oct. 2014, no. Iccas, pp. 479–484. doi: 10.1109/ICCAS.2014.6988049.
- [38] P. D. Neuhaus, J. H. Noorden, T. J. Craig, T. Torres, J. Kirschbaum, and J. E. Pratt, “Design and evaluation of Mina: A robotic orthosis for paraplegics,” in *2011 IEEE International Conference on Rehabilitation Robotics*, Jun. 2011, pp. 1–8. doi: 10.1109/ICORR.2011.5975468.
- [39] Rex Bionics, “Rex bionics.” <https://www.rexbionics.com/> (accessed Sep. 17, 2020).
- [40] I. P. Herman, *Physics of the human body*, Second. Cham: Springer International Publishing, 2016. doi: 10.1007/978-3-319-23932-3.
- [41] Z. Ren, C. Deng, K. Zhao, and Z. Li, “The development of a high-speed lower-limb robotic exoskeleton,” *Sci. China Inf. Sci.*, vol. 62, May 2018, doi: 10.1007/s11432-018-9717-2.
- [42] E. Hong *et al.*, “Mobility skills with exoskeletal-assisted walking in persons with SCI: results from a three center randomized clinical trial,” *Front. Robot. AI*, vol. 7, Aug. 2020, doi: 10.3389/frobt.2020.00093.

- [43] A. Esquenazi, M. Talaty, A. Packel, and M. Saulino, "The rewalk powered exoskeleton to restore ambulatory function to individuals with thoracic-level motor-complete spinal cord injury," *Am. J. Phys. Med. Rehabil.*, vol. 91, no. 11, pp. 911–921, Nov. 2012, doi: 10.1097/PHM.0b013e318269d9a3.
- [44] C. Hartigan *et al.*, "Mobility outcomes following five training sessions with a powered exoskeleton," *Top. Spinal Cord Inj. Rehabil.*, vol. 21, no. 2, pp. 93–99, Mar. 2015, doi: 10.1310/sci2102-93.
- [45] Indego, "Indego." <https://www.indego.com/indego/us/en/home> (accessed Feb. 22, 2022).
- [46] P. Naik, J. Unde, B. Darekar, and S. S. Ohol, "Lower body passive exoskeleton using control enabled two way ratchet," in *2018 9th International Conference on Computing, Communication and Networking Technologies (ICCCNT)*, Jul. 2018, pp. 1–6. doi: 10.1109/ICCCNT.2018.8494175.
- [47] A. S. Kundu, O. Mazumder, R. Chattaraj, S. Bhaumik, and P. K. Lenka, "Trajectory generation for myoelectrically controlled lower limb active knee exoskeleton," in *2014 Seventh International Conference on Contemporary Computing (IC3)*, Aug. 2014, pp. 230–235. doi: 10.1109/IC3.2014.6897178.
- [48] O. Mazumder, A. S. Kundu, and S. Bhaumik, "Generating gait pattern of myoelectric active ankle prosthesis," in *2014 Recent Advances in Engineering and Computational Sciences (RAECS)*, Mar. 2014, pp. 1–6. doi: 10.1109/RAECS.2014.6799554.
- [49] T. Choi, C.-H. Im, S.-J. Kim, H. Kim, and J. M. Lee, "Prediction method of walking speed at swing phase using soleus electromyogram signal at previous stance phase," in *2018 40th Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society (EMBC)*, Jul. 2018, pp. 2308–2311. doi: 10.1109/EMBC.2018.8512867.
- [50] C. D. Joshi, U. Lahiri, and N. V. Thakor, "Classification of gait phases from lower limb EMG: application to exoskeleton orthosis," in *2013 IEEE Point-of-Care Healthcare Technologies (PHT)*, Jan. 2013, pp. 228–231. doi: 10.1109/PHT.2013.6461326.
- [51] W. Ma, X. Zhang, and G. Yin, "Design on intelligent perception system for lower limb rehabilitation exoskeleton robot," in *2016 13th International Conference on Ubiquitous Robots and Ambient Intelligence (URAI)*, Aug. 2016, pp. 587–592. doi: 10.1109/URAI.2016.7625785.
- [52] E. Mora-Tola, J. Loja-Duchi, A. Ordonez-Torres, A. Vazquez-Rodas, F. Astudillo-Salinas, and L. I. Minchala, "Robotic knee exoskeleton prototype to assist patients in gait rehabilitation," *IEEE Lat. Am. Trans.*, vol. 18, no. 09, pp. 1503–1510, Sep. 2020, doi: 10.1109/TLA.2020.9381791.
- [53] R. Auberger, C. Breuer-Ruesch, F. Fuchs, N. Wismer, and R. Riener, "Smart passive exoskeleton for everyday use with lower limb paralysis: design and first results of knee joint kinetics," in *2018 7th IEEE International Conference on Biomedical Robotics and Biomechanics (Biorob)*, Aug. 2018, pp. 1109–1114. doi: 10.1109/BIOROB.2018.8488119.
- [54] S. H. Chung, J. M. Lee, S.-J. Kim, Y. Hwang, and J. An, "Intention recognition method for sit-to-stand and stand-to-sit from electromyogram signals for overground lower-limb rehabilitation robots," in *2015 IEEE International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM)*, Jul. 2015, pp. 418–421. doi: 10.1109/AIM.2015.7222568.
- [55] H. Yu *et al.*, "Mechanical design of a portable knee-ankle-foot robot," in *2013 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, May 2013, pp. 2183–2188. doi: 10.1109/ICRA.2013.6630870.
- [56] Y. Hua *et al.*, "A novel weight-bearing lower limb exoskeleton based on motion intention prediction and locomotion state identification," *IEEE Access*, vol. 7, pp. 37620–37638, 2019, doi: 10.1109/ACCESS.2019.2904709.
- [57] D. Xie, J. Liu, and S. Zuo, "Pneumatic flexible exoskeleton with variable stiffness based on wire driving and clamping," in *2019 IEEE 9th Annual International Conference on CYBER Technology in Automation, Control, and Intelligent Systems (CYBER)*, Jul. 2019, pp. 1215–1218. doi: 10.1109/CYBER46603.2019.9066531.
- [58] K. Schmidt *et al.*, "The myosuit: bi-articular anti-gravity exosuit that reduces hip extensor activity in sitting transfers," *Front. Neurobot.*, vol. 11, Oct. 2017, doi: 10.3389/fnbot.2017.00057.
- [59] K. Shamaei, M. Cenciarini, A. A. Adams, K. N. Gregorczyk, J. M. Schiffman, and A. M. Dollar, "Design and evaluation of a quasi-passive knee exoskeleton for investigation of motor adaptation in lower extremity joints," *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, vol. 61, no. 6, pp. 1809–1821, Jun. 2014, doi: 10.1109/TBME.2014.2307698.
- [60] C. M. Lara Barrios, A. Blanco Ortega, and A. Abundez Pliego, "Control robusto de un exoesqueleto para rehabilitación de cadera-rodilla," *Rev. Cienc. e Ing. del Inst. Tecnológico Super. Coatzacoalcos*, no. 1, pp. 245–251, 2014.

- [61] D. Pérez Viguera, “Análisis y puesta en marcha de un exoesqueleto de extremidades inferiores,”. Tesis de maestría. Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico, 2018.
- [62] D. Pérez-Viguera, A. Blanco-Ortega, C. H. Guzmán-Valdivia, and W. M. Alcocer-Rosado, “Análisis biomecánico de la acción sentarse-levantarse para el control de exoesqueletos,” *Rev. Ing. Biomédica y Biotecnol.*, vol. 2, no. 4, pp. 34–44, 2018, [Online]. Available: http://www.ecorfan.org/taiwan/research_journals/Ingenieria_Biomedica_y_Biotecnologia/vol2num4/Revista_de_Ingenieria_Biomedica_y_Biotecnologia_V2_N4_4.pdf
- [63] R. C. M. Marrero and M. P. Cunillera, *Biomecánica clínica del aparato locomotor*, 1st ed. Barcelona, Spain: Masson, 1998.
- [64] J. Wang, O. A. Kannape, and H. M. Herr, “Proportional EMG control of ankle plantar flexion in a powered transtibial prosthesis,” in *2013 IEEE 13th International Conference on Rehabilitation Robotics (ICORR)*, Jun. 2013, pp. 1–5. doi: 10.1109/ICORR.2013.6650391.
- [65] D. R. Peterson and J. D. Brozino, *Biomechanics: principles and practices*, 1st ed. Boca Raton, FL, USA: CRC Press, 2014.
- [66] A. I. Kapandji, “Cadera, rodilla, tobillo, pie, bóveda plantar, marcha,” in *Fisiología articular: esquemas comentados de mecánica humana*, 6th ed., Madrid, Spain: Médica Panamericana, 2010.
- [67] C. M. Prieto Villalba, “Propuesta de diseño de prótesis mecatrónica para miembro inferior a nivel transfemoral,”. Tesis de licenciatura. Universidad Nacional Autónoma De México, 2016.
- [68] B. Kibushi, S. Hagio, T. Moritani, and M. Kouzaki, “Speed-dependent modulation of muscle activity based on muscle synergies during treadmill walking,” *Front. Hum. Neurosci.*, vol. 12, no. January, pp. 1–13, 2018, doi: 10.3389/fnhum.2018.00004.
- [69] A. Rohatgi, “Webplotdigitizer.” Pacifica, CA, USA, 2020. [Online]. Available: <https://automeris.io/WebPlotDigitizer>
- [70] S. C. Chapra and R. P. Canale, *Métodos numéricos para ingenieros*, 5ta ed. McGraw-Hill/Interamericana, 2007.
- [71] J. J. Craig, *Robótica*, 3rd ed. Pearson Educación, 2006.
- [72] O. Baser, H. Kizilhan, and E. Kilic, “Employing variable impedance (stiffness/damping) hybrid actuators on lower limb exoskeleton robots for stable and safe walking trajectory tracking,” *J. Mech. Sci. Technol.*, vol. 34, no. 6, pp. 2597–2607, Jun. 2020, doi: 10.1007/s12206-020-0534-4.
- [73] J. H. Hollman, E. M. McDade, and R. C. Petersen, “Normative spatiotemporal gait parameters in older adults,” *Gait Posture*, vol. 34, no. 1, pp. 111–118, May 2011, doi: 10.1016/j.gaitpost.2011.03.024.
- [74] T. Öberg, A. Karsznia, and K. Öberg, “Basic gait parameters: reference data for normal subjects, 10-79 years of age,” *J. Rehabil. Res. Dev.*, vol. 30, no. 2, pp. 210–23, 1993, [Online]. Available: <http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/8035350>
- [75] MathWorks, “corrcoef,” *MathWorks*. <https://es.mathworks.com/help/matlab/ref/corrcoef.html> (accessed Aug. 27, 2021).
- [76] MathWorks, “std,” *MathWorks*. <https://la.mathworks.com/help/matlab/ref/std.html> (accessed Aug. 27, 2021).
- [77] R. Ham, T. Sugar, B. Vanderborght, K. Hollander, and D. Lefeber, “Compliant actuator designs,” *IEEE Robot. Autom. Mag.*, vol. 16, no. 3, pp. 81–94, Sep. 2009, doi: 10.1109/MRA.2009.933629.
- [78] C. M. Lara Barrios, “Análisis biomecánico de la marcha humana para el control activo de prótesis transfemorales,”. Tesis de doctorado. Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico, 2019.
- [79] G. A. Pratt and M. M. Williamson, “Series elastic actuators,” in *Proceedings 1995 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Human Robot Interaction and Cooperative Robots*, 1995, vol. 1, pp. 399–406. doi: 10.1109/IROS.1995.525827.
- [80] R. K. Nagle, E. B. Saff, and A. D. Snider, *Fundamentals of differential equations and boundary value problems*, 6th ed. Addison-Wesley, 2012.
- [81] R. G. Budynas and J. K. Nisbett, *Diseño en ingeniería mecánica de Shigley*, 9th ed. McGraw-Hill/Interamericana, 2012.
- [82] S. S. Rao, *Mechanical vibrations*, 5th ed. Prentice Hall, 2011.
- [83] M. J. Gere, *Mecánica de materiales*, 7th ed. Cengage Learning, 2009.
- [84] R. L. Norton, *Diseño de maquinaria. síntesis y análisis de máquinas y mecanismos*, 5th ed. McGraw-Hill/Interamericana, 2013.
- [85] CubeMars, “AK80-80.” <https://store.cubemars.com/goods.php?id=1032> (accessed Jan. 10, 2022).
- [86] P. J. Blau, *Friction science and technology: from concepts to applications*, 2nd ed. Boca Raton, FL:

- CRC Press, 2009.
- [87] P. Badurowicz, P. Kupidura, W. Stępnia, and B. Fikus, “Development of the preliminary numerical model of the short recoil operated weapon using the multibody systems,” *Probl. Mechatronics Armament Aviat. Saf. Eng.*, vol. 12, no. 1, pp. 27–40, Mar. 2021, doi: 10.5604/01.3001.0014.7849.
- [88] J. Giesbers, “Contact mechanics in MSC ADAMS. A technical evaluation of the contact models in multibody dynamics software MSC Adams,” University of Twente, 2012.
- [89] R. C. Hibbeler, *Engineering mechanics: statics*, 12th ed. Prentice Hall, 2009.
- [90] P. Korondi, J. Halas, K. Samu, A. Bojtos, and P. Tamás, *Robot applications*. BME MOGI, 2014. [Online]. Available: https://www.mogi.bme.hu/TAMOP/robot_applications/index.html
- [91] J. P. Dowell, “Thermal cracks in diesel engine crankshafts,” Case Western Reserve University, 2005.
- [92] R. Wäsche and M. Woydt, “Stribeck curve,” in *Encyclopedia of Lubricants and Lubrication*, T. Mang, Ed. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2014, pp. 1998–2005. doi: 10.1007/978-3-642-22647-2_274.
- [93] In Summa, “Contact modeling.” https://www.insumma.nl/wp-content/uploads/SayField_Verheul_ADAMS_Contacts.pdf (accessed Nov. 05, 2021).
- [94] A. Bartoszewicz, “Variable structure control - from principles to applications,” 2007.
- [95] H. Sira-Ramirez, R. Márquez, F. Rivas-Echeverría, and O. Llanes-Santiago, *Control de sistemas no lineales. Linealización aproximada, extendida, exacta*, 1st ed. Pearson Educación, 2005.
- [96] H.-K. Chiang, J. S. H. Tsai, and Y.-Y. Sun, “Extended Ackermann formula for multivariable control systems,” *Int. J. Syst. Sci.*, vol. 21, no. 11, pp. 2113–2127, Nov. 1990, doi: 10.1080/00207729008910534.
- [97] K. Ogata, *Ingeniería de control moderna*, 5th ed. Pearson Educación, 2010.
- [98] H. K. Khalil, *Nonlinear systems*, 3rd ed. Prentice Hall, 2002.
- [99] G. B. Thomas, *Cálculo: una variable*, 12th ed. Pearson Educación, 2012.
- [100] R. Avila Chaurand, L. R. Prado Leon, and E. L. Gonzalez Muñoz, *Dimensiones antropométricas de población latinoamericana*, 2nd ed. Guadalajara, Jalisco: Universidad de Guadalajara, 2007. [Online]. Available: https://www.researchgate.net/publication/31722433_Dimensiones_antropometricas_de_la_poblacion_latinoamericana_Mexico_Cuba_Colombia_Chile_R_Avila_Chaurand_LR_Prado_Leon_EL_Gonzalez_Munoz
- [101] American Gear Manufacturers Association (AGMA), “Fundamental rating factors and calculation methods for involute spur and helical gear teeth.” American Gear Manufacturers Association (AGMA), 2004.
- [102] M. F. Spotts and T. E. Shoup, *Elementos de máquinas*, 7th ed. Mexico: Prentice Hall, 1999.
- [103] R. L. Norton, *Diseño de máquinas. Un enfoque integrado*, 4th ed. Mexico: Pearson Educación, 2011.
- [104] A. D. Deutschman, W. J. Michels, and C. E. Wilson, *Diseño de máquinas: teoría y práctica*. Mexico: Continental, 1987.
- [105] B. J. Hamrock, B. O. Jacobson, and S. R. Schmid, *Elementos de máquinas*, 1st ed. D. F., Mexico: McGraw-Hill/Interamericana, 2000.
- [106] P. Childs, *Mechanical design*, 2nd ed. Burlington, MA, USA: Elsevier Ltd, 2004.
- [107] R. L. Mott, *Diseño de elementos de máquinas*, 4th ed. Mexico: Pearson Educación, 2006.
- [108] R. C. Hibbeler, *Mecánica de materiales*, 8th ed. Pearson Educación, 2011.
- [109] W. D. Pilkey and D. F. Pilkey, *Peterson’s stress concentration factors*, 3rd ed. John Wiley & Sons, 2008.
- [110] J. E. Shigley, C. R. Mischke, and T. H. Brown, Jr., *Standard handbook of machine design*, 3rd ed. McGraw-Hill, 2004.
- [111] Rotor Clip Company, “DSH,” *Rotor Clip*. https://www.rotorclip.com/cat_pdfs/dsh.pdf (accessed May 09, 2020).
- [112] SKF, “Rodamientos rígidos de bolas,” *SKF*. <https://www.skf.com/ar/products/rolling-bearings/ball-bearings/deep-groove-ball-bearings> (accessed May 04, 2020).
- [113] American National Standards Institute (ANSI), “Keys and keyseats.” ANSI, 1967.
- [114] G. González-Rey, “Algunas consideraciones sobre el efecto del espesor de llanta en la resistencia a la fractura de ruedas dentadas,” *Ing. Mecánica*, vol. 12, no. 1, pp. 69–80, 2009.
- [115] D. G. Lewicki and R. Ballarini, “Effect of rim thickness on gear crack propagation path,” *J. Mech. Des.*, vol. 119, no. 1, pp. 88–95, Mar. 1997, doi: 10.1115/1.2828793.
- [116] S. H. Chang, R. L. Huston, and J. J. Coy, “A finite element stress analysis of spur gears including fillet

- radii and rim thickness effects,” *J. Mech. Transm. Autom. Des.*, vol. 105, no. 3, pp. 327–330, Sep. 1983, doi: 10.1115/1.3267364.
- [117] S. Oda, K. Nagamura, and K. Aoki, “Stress analysis of thin rim spur gears by finite element method,” *Bull. JSME*, vol. 24, no. 193, pp. 1273–1280, 1981, doi: 10.1299/jsme1958.24.1273.
- [118] G. D. Bibel, S. K. Reddy, M. Savage, and R. F. Handschuh, “Effects of rim thickness on spur gear bending stress,” *J. Mech. Des.*, vol. 116, no. 4, pp. 1157–1162, Dec. 1994, doi: 10.1115/1.2919500.
- [119] Society of Automotive Engineers, “Mechanical and material requirements for externally threaded fasteners.” 1999.
- [120] SKF, “Catálogo general SKF.” SKF, 2006.

GLOSARIO

ADD	Actividades del día a día
ADL	Análisis discriminante lineal
AGMA	Asociación Americana de Fabricantes de Engranés
ANFIS	<i>Adaptive neuro fuzzy inference system</i> (sistema de inferencia neurodifuso adaptativo)
ANN	<i>Artificial neural network</i> (red neuronal artificial)
ASME	Asociación Americana de Ingenieros Mecánicos
ATD	Alineamiento temporal dinámico
bpm	<i>beats per minute</i> (latidos por minuto)
CA	Coeficientes autorregresivos
CEV	Control de estructura variable
cg	Centro(s) de gravedad
CTFE	<i>Consecutive time-windowed feature extraction</i> (extracción de características por ventanas de tiempo consecutivas)
CVM	Contracción voluntaria máxima
dcl	Diagrama de cuerpo libre
DM	Distancia de Mahalanubis
DNN	<i>Deep neural network</i> (red neuronal profunda)
DWT	<i>Discrete wavelet transform</i> (transformada discreta de ondícula)
EMI	Exoesqueleto(s) de miembro(s) inferior(es)
FEM	Frecuencia de energía media
FIRH	Fuerza de interacción robot-humano
FM	Frecuencia media
FRS	Fuerza de reacción en el suelo
FS	Factor de seguridad
FSM	<i>Finite state machine</i> (máquina de estados finitos)
gdl	Grados de libertad
GPI	<i>Generalized proportional integral</i> (proporcional integral generalizado)
IMU	<i>Inertia measurement unit</i> (unidades de medición inercial)
LLE	<i>Largest Lyapunov exponent</i> (exponente más grande de Lyapunov)
LS_SV	<i>Least square support vector machine</i> (máquina de vectores de soporte de mínimos cuadrados)
M	
MAV	<i>Mean absolute value</i> (valor medio absoluto)
MDCM	Método de diseño cualitativo mediante análisis sucesivo
AS	
MI	Miembro inferior
MSE	<i>Mean square error</i> (error cuadrático medio)
NMF	<i>Nonnegative matrix factorization</i> (factorización matricial no negativa)
PAUM	Potencial de acción de unidad motora
PD	Proporcional derivativo
PID	Proporcional integral derivativo
PIM	Predicción de la intención de movimiento
RMS	<i>Root mean square</i> (raíz de la media cuadrática)
ROC	<i>Receiver operating characteristic</i> (característica operativa del receptor)

RSR	Relación entre señal y ruido
SCE	Señales corticoeléctricas
SD	<i>Standard deviation</i> (desviación estándar)
SEE	Señales encefaloeléctricas
SET	Sistema embrague-trinquete
SEV	Sistema de estructura variable
SI	Sistema internacional
SME	Señal(es) mioeléctrica(s)
SMEI	Señal mioeléctrica integrada
SMES	Señal(es) mioeléctrica(s) superficial(es)
SNC	Sistema nervioso central
SP	<i>Specificity</i> (especificidad)
SPAU	Serie de potenciales de acción de unidades motoras
M	
SS	Sensibilidad
SSC	<i>Slope sign change</i> (cambio del signo de la pendiente)
SVM	<i>Support vector machine</i> (máquina de vectores de soporte)
TET	Tasa de error total
TSA	<i>Twisted string actuator</i> (actuador de cable trenzado)
UM	Unidad motora
VAR	Varianza
VPP	Valor predictivo positivo
WAMP	<i>Willison amplitude</i> (amplitud de Willison)
WL	<i>Wave length</i> (longitud de onda)
ZC	<i>Zero crossing</i> (cruce por cero)
ZMP	<i>Zero moment point</i> (punto de momento cero)