



**EDUCACIÓN**  
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA



TECNOLÓGICO  
NACIONAL DE MÉXICO

# Tecnológico Nacional de México

Centro Nacional de Investigación  
y Desarrollo Tecnológico

## Tesis de Maestría

Estudio de la Transferencia de Calor de un Captador  
Solar de Aire

presentada por  
**Ing. Benjamín Álvarez Alor**

como requisito para la obtención del grado de  
**Maestro en Ciencias en Ingeniería  
Mecánica**

Director de tesis  
**Dr. Jesús Arce Landa**

Codirector de tesis  
**Dr. Jesús Perfecto Xamán Villaseñor**

Cuernavaca, Morelos, México. Diciembre de 2019



"2019, Año del Caudillo del Sur, Emiliano Zapata"

Cuernavaca, Mor.,  
No. de Oficio:  
Asunto:

25/noviembre/2019  
SAC/336/2019  
Autorización de  
impresión de tesis

**C. BENJAMÍN ÁLVAREZ ALOR.**  
**CANDIDATO AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS**  
**EN INGENIERÍA MECÁNICA**  
**PRESENTE**

Por este conducto, tengo el agrado de comunicarle que el Comité Tutorial asignado a su trabajo de tesis titulado "Estudio de la transferencia de calor de un captador solar de aire", ha informado a esta Subdirección Académica, que están de acuerdo con el trabajo presentado. Por lo anterior, se le autoriza a que proceda con la impresión definitiva de su trabajo de tesis.

Esperando que el logro del mismo sea acorde con sus aspiraciones profesionales, reciba un cordial saludo

**ATENTAMENTE**

*Excelencia en Educación Tecnológica*  
*"Conocimiento y tecnología al servicio de México"*

**DR. GERARDO VICENTE GUERRERO RAMÍREZ**  
**SUBDIRECCIÓN ACADÉMICA**



SEP TecNM  
CENTRO NACIONAL  
DE INVESTIGACIÓN  
Y DESARROLLO  
TECNOLÓGICO  
SUBDIRECCIÓN  
ACADÉMICA



# EDUCACIÓN

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA



TECNOLÓGICO NACIONAL DE MÉXICO

Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico  
Departamento de Ingeniería Mecánica

"2019, Año del Caudillo del Sur, Emiliano Zapata"

Cuernavaca, Mor., 17/noviembre/2019

OFICIO No. DIM/270/2019

Asunto: Aceptación de documento de tesis

C. DR. GERARDO VICENTE GUERRERO RAMÍREZ  
SUBDIRECTOR ACADÉMICO  
PRESENTE

Por este conducto, los integrantes de Comité Tutorial del estudiante Benjamín Álvarez Alor con número de control M18CE023, de la Maestría en Ciencias en Ingeniería Mecánica, le informamos que hemos revisado el trabajo de tesis profesional titulado "Estudio de la transferencia de calor de un captador solar de aire", hemos encontrado que se han atendido todas las observaciones que se le indicaron, por lo que hemos acordado aceptar el documento de tesis y le solicitamos la autorización de impresión definitiva.

DIRECTOR DE TESIS

DR. JESÚS ARCE LANDA  
Doctor en Ingeniería  
6170951

REVISOR 1

DR. YVONNE CHÁVEZ CHENA  
Doctora en Ciencias en Ingeniería  
Mecánica  
7492003

REVISOR 2

DR. EFRAÍN SIMÁ MOO  
Doctor en Ciencias en Ingeniería Mecánica  
6601954

REVISOR 3

DR. IRVIN ASAEL HERNÁNDEZ LÓPEZ  
Doctor en Ciencias en Ingeniería  
Mecánica  
10458243

C.p. Guadalupe Garrido Rivera Jefa del Departamento de Servicios Escolares.  
Benjamín Álvarez Alor Estudiante  
Expediente

ARO/mrst

Interior Internado Palmira S/N, Col. Palmira, C. P. 62490, Cuernavaca, Morelos.  
Tel. (01) 777 3 62 77 70, ext. 1421, e-mail: [dim@cenidet.edu.mx](mailto:dim@cenidet.edu.mx)



[www.tecnm.mx](http://www.tecnm.mx) | [www.cenidet.edu.mx](http://www.cenidet.edu.mx)



# *Dedicatoria*

*A Dios y a mi madre Dolores.*

## **AGRADECIMIENTOS**

*Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por el apoyo económico y seguro médico otorgado durante mis estudios de posgrado.*

*Al Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico (cenidet) por la oportunidad de realizar mis estudios de posgrado dentro de sus instalaciones.*

*Al Dr. Jesús Xamán y al Dr. Jesús Arce por brindarme la oportunidad de trabajar bajo su dirección y por su guía durante todo este tiempo, así como la confianza y el apoyo brindada para el desarrollo de este trabajo.*

*Al comité revisor: Dra. Yvonne Chávez, Dr. Efraín Simá y Dr. Irving Hernández por sus comentarios y observaciones acertadas en la revisión de este trabajo.*

*A mi madre Dolores, mi hermano Pedro, abuelos y a toda mi familia, quienes siempre me han brindado su amor, cariño, comprensión y apoyo condicional.*

*A mi prometida Barbara por su amor y su apoyo incondicional durante esta etapa de mi vida, por ser un pilar para mi y siempre estar cuando lo eh necesitado.*

*Al Dr. Dario Colorado por su amistad, su confianza y sus consejos brindados.*

*A mi amigo Julio por su amistad, consejos y apoyo cuando lo necesité.*

*A todos mis maestros por compartir sus conocimientos, experiencias y consejos que han contribuido en gran medida a mi formación académica.*

*Agradezco al Creador por mi existencia y por darme la fortaleza e intelecto necesario para poder llegar hasta este punto.*

---

---

# ÍNDICE

---

---

<b>Lista de Figuras</b>	<b>V</b>
<b>Lista de Tablas</b>	<b>IX</b>
<b>Nomenclatura</b>	<b>XI</b>
<b>Resumen</b>	<b>1</b>
<b>Abstract</b>	<b>2</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>3</b>
1.1. Ubicación del problema . . . . .	4
1.2. Estado del arte . . . . .	6
1.2.1. Estudios Teóricos . . . . .	6
1.2.2. Estudios Experimentales . . . . .	11
1.2.3. Estudios Teórico-Experimentales . . . . .	12
1.2.4. Estudios realizados en México . . . . .	17
1.2.5. Conclusiones del estudio en el Estado del Arte . . . . .	18
1.3. Objetivo general . . . . .	19
1.4. Objetivos específicos . . . . .	20
1.5. Alcances . . . . .	20
1.6. Estructura de la tesis . . . . .	20

---



---

<b>2. Modelo físico y matemático de un captador solar de aire</b>	<b>22</b>
2.1. Modelo físico . . . . .	23
2.2. Modelo matemático de los captadores Tipo I-V en estado permanente . . . . .	28
2.2.1. Ecuaciones de balance de energía . . . . .	29
2.2.2. Distribución de la temperatura a lo largo de la dirección del flujo . . . . .	32
2.2.3. Matrices para las temperaturas de los captadores solares Tipo I-V . . . . .	36
2.3. Modelo matemático de los captadores Tipo I-V en estado transitorio . . . . .	38
2.3.1. Ecuaciones de balance de energía . . . . .	39
2.3.2. Distribución de la temperatura a lo largo de la dirección del flujo . . . . .	41
2.3.3. Método completamente implícito . . . . .	44
2.3.4. Matrices para las temperaturas de los captadores solares Tipo I-V . . . . .	45
2.4. Coeficientes de transferencia de calor y coeficientes globales de pérdidas . . . . .	48
2.5. Cálculo de eficiencia instantánea . . . . .	53
2.6. Propiedades físicas del aire . . . . .	53
2.7. Diagramas de flujo en estado permanente y transitorio . . . . .	59
6.4 Diagramas de flujo en estado permanente y transitorio . . . . .	59
<b>3. Verificación y validación de los códigos numéricos desarrollados</b>	<b>62</b>
3.1. Verificación con el trabajo de Ong (1995a) . . . . .	63
3.1.1. Verificación cualitativa . . . . .	63
3.1.2. Verificación cuantitativa . . . . .	69
3.2. Validación de resultados para los captadores Tipo II, III y IV . . . . .	74
<b>4. Resultados</b>	<b>83</b>
4.1. Parámetros de estudio . . . . .	84
4.1.1. Dimensiones físicas de CSA . . . . .	84
4.1.2. Propiedades termofísicas . . . . .	85
4.2. Tratamiento de los datos meteorológicos . . . . .	87

---



---

4.2.1.	Correlaciones de la radiación solar global horizontal . . . . .	89
4.2.2.	Correlaciones de la temperatura ambiente . . . . .	93
4.2.3.	Tratamiento de la velocidad del viento . . . . .	95
4.3.	Análisis del efecto de la condición inicial . . . . .	97
4.4.	Estudio paramétrico . . . . .	101
4.4.1.	Eficiencia térmica del CSA Tipo IV . . . . .	105
4.4.2.	Efecto de la velocidad del viento sobre los perfiles de temperatura . .	108
4.5.	Perfiles de temperatura del CSA Tipo IV para los días más fríos y más cálidos de cada mes . . . . .	110
4.5.1.	Días más fríos de cada mes . . . . .	110
4.5.2.	Días más cálidos de cada mes . . . . .	114
4.6.	Análisis de costos . . . . .	118
4.7.	Impacto ambiental . . . . .	121
<b>5.</b>	<b>Conclusiones y Recomendaciones</b>	<b>123</b>
5.1.	Conclusiones . . . . .	124
5.2.	Recomendaciones . . . . .	125
	<b>Referencias bibliográficas</b>	<b>127</b>
<b>A.</b>	<b>Metodología para la construcción de un modelo polinomial</b>	<b>131</b>
A.1.	Pasos de la metodología . . . . .	131
A.2.	Conceptos fundamentales . . . . .	132
A.2.1.	Variabes aleatorias discretas . . . . .	132
A.2.2.	Variabes aleatorias continua . . . . .	132
A.2.3.	Regresión Lineal Múltiple . . . . .	133
A.2.4.	Distribución Normal . . . . .	134
A.2.4.1.	Varianza . . . . .	135
A.2.4.2.	Datos atípicos . . . . .	136

---

---

---

A.2.5. Análisis Residual . . . . .	137
A.2.5.1. Teorema de Chebyshev . . . . .	139
<b>B. Correlaciones de la radiación solar global y la temperatura ambiente</b>	<b>140</b>
B.1. Correlaciones de la radiación solar global . . . . .	140
B.2. Correlaciones de la temperatura ambiente . . . . .	150
<b>C. Concepto de placa delgada y análisis independencia de malla temporal</b>	<b>153</b>
C.1. Concepto de placa delgada . . . . .	153
C.2. Análisis independencia de malla temporal . . . . .	156
<b>D. Modelo de confort adaptativo</b>	<b>160</b>

---

---

## Lista de Figuras

---

---

2.1. Diagrama esquemático de los componentes de un CSA. . . . .	23
2.2. Captador Solar de Aire Tipo 1 . . . . .	24
2.3. Captador Solar de Aire Tipo II . . . . .	25
2.4. Captador Solar de Aire Tipo III . . . . .	26
2.5. Captador Solar de Aire Tipo IV . . . . .	26
2.6. Captador Solar de Aire Tipo V . . . . .	27
2.7. Circuitos eléctricos resistivos de los CSA analizados . . . . .	29
2.8. Circuito eléctrico resistivo reducido, captador Tipo I . . . . .	30
2.9. Volumen de control analizado para el captador Tipo I . . . . .	31
2.10. Balance de calor en el volumen de control a lo largo de la dirección del fluido	32
2.11. Variación lineal de la temperatura del fluido a lo largo del captador . . . . .	34
2.12. Modelo físico del CSA Tipo I . . . . .	39
2.13. Circuito eléctrico resistivo reducido, captador Tipo I en estado transitorio . .	40
2.14. Balance de calor en el volumen de control a lo largo de la dirección del fluido	41
2.15. Variación lineal de la temperatura del fluido a lo largo del captador . . . . .	43
2.16. Correlación para la Densidad del aire a 1 atm de presión . . . . .	55
2.17. Correlación para la Viscosidad dinámica del aire a 1 atm de presión . . . . .	56
2.18. Correlación para la Conductividad Térmica del aire a 1 atm de presión . . . . .	57
2.19. Correlación para el Calor específico del aire a 1 atm de presión . . . . .	58
2.20. Driagrama de flujo general para los CSA . . . . .	61

---



---

3.1. Variación de las temperaturas teóricas a lo largo del captador Tipo I para un $Re = 4,000$ . . . . .	64
3.2. Variación de las temperaturas teóricas a lo largo del captador Tipo I para un $Re = 40,000$ . . . . .	65
3.3. Variación de las temperaturas teóricas a lo largo del captador Tipo II para un $Re = 4,000$ . . . . .	65
3.4. Variación de las temperaturas teóricas a lo largo del captador Tipo II para un $Re = 40,000$ . . . . .	66
3.5. Variación de las temperaturas teóricas a lo largo del captador Tipo III para un $Re = 4,000$ . . . . .	67
3.6. Variación de las temperaturas teóricas a lo largo del captador Tipo III para un $Re = 40,000$ . . . . .	67
3.7. Variación de las temperaturas teóricas a lo largo del captador Tipo IV para un $Re = 4,000$ . . . . .	68
3.8. Variación de las temperaturas teóricas a lo largo del captador Tipo IV para un $Re = 40,000$ . . . . .	69
3.9. Variación de la temperatura lo largo del captador Tipo IIa . . . . .	78
3.10. Variación de la temperatura lo largo del captador Tipo IIb . . . . .	79
3.11. Variación de la temperatura lo largo del captador Tipo III . . . . .	80
3.12. Variación de la temperatura lo largo del captador Tipo IV . . . . .	81
4.1. Radiación Solar global horizontal del 17 de Enero del 2014 . . . . .	89
4.2. Seccionamiento de la Radiación Solar global horizontal del 17 de Enero del 2014 . . . . .	90
4.3. Identificación de valores atípicos en la Radiación Solar global horizontal del 17 de Enero del 2014 . . . . .	91
4.4. Regresión senoidal de la Radiación Solar global horizontal del 17 de Enero del 2014 . . . . .	92

---

---



---

4.5. Temperatura ambiente del 17 de Enero del 2014 . . . . .	93
4.6. Regresión senoidal de la temperatura ambiente del 17 de Enero del 2014 . . .	95
4.7. Velocidad del viento del 17 de Enero del 2014 . . . . .	96
4.8. Base de datos de la velocidad del viento del 17 de Enero del 2014 . . . . .	97
4.9. Efecto de la condición de inicial en el perfil de temperatura del CSA Tipo IV	98
4.10. Acercamiento del efecto de la condición de inicial en el perfil de temperatura	99
4.11. Perfiles de temperatura del CSA Tipo IV en estado transitorio, 31 de Octubre del 2014 . . . . .	103
4.12. Flujos de calor del CSA Tipo IV en estado transitorio, 31 de Octubre del 2014	106
4.13. Eficiencia térmica del CSA Tipo IV para los días más fríos y más cálido de cada mes del 2014 en la ciudad de Toluca, México . . . . .	108
4.14. Efecto de la velocidad del viento sobre los perfiles de temperatura del CSA Tipo IV, 31 de Octubre del 2014 . . . . .	109
4.15. Perfiles de temperatura del CSA Tipo IV en estado transitorio para los días más fríos (Enero-Junio 2014) con $\dot{m}= 0.05$ kg/s . . . . .	112
4.16. Perfiles de temperatura del CSA Tipo IV en estado transitorio para los días más fríos (Julio-Diciembre 2014) con $\dot{m}= 0.05$ kg/s . . . . .	113
4.17. Perfiles de temperatura del CSA Tipo IV en estado transitorio para los días más cálidos (Enero-Junio 2014) con $\dot{m}= 0.05$ kg/s . . . . .	116
4.18. Perfiles de temperatura del CSA Tipo IV en estado transitorio para los días más cálidos (Julio-Diciembre 2014) con $\dot{m}= 0.05$ kg/s . . . . .	117
4.19. Tiempo de recuperación de la inversión . . . . .	121
A.1. Campana de Gauss . . . . .	134
C.1. Perfiles de temperatura del CSA Tipo IV para diferente número de nodos (11-201) . . . . .	154

---

---

C.2. Perfiles de temperatura del CSA Tipo IV en la placa absorbadora para diferente número de nodos (11-201) . . . . .	155
C.3. Perfiles de temperatura del CSA Tipo IV para diferentes pasos de tiempo (1-900 s) . . . . .	157
C.4. Perfiles de temperatura del CSA Tipo IV de la cubierta de vidrio para diferentes pasos de tiempo (1-900 s) . . . . .	158

---

---

## Lista de Tablas

---

---

3.1. Lista de parámetros considerados por Ong (1995a) en las simulaciones . . .	63
3.2. Errores porcentuales para el captador Tipo I con $Re = 4,000$ . . . . .	70
3.3. Errores porcentuales para el captador Tipo I con $Re = 40,000$ . . . . .	70
3.4. Errores porcentuales para el captador Tipo II con $Re = 4,000$ . . . . .	71
3.5. Errores porcentuales para el captador Tipo II con $Re = 40,000$ . . . . .	71
3.6. Errores porcentuales para el captador Tipo III con $Re = 4,000$ . . . . .	72
3.7. Errores porcentuales para el captador Tipo III con $Re = 40,000$ . . . . .	72
3.8. Errores porcentuales para el captador Tipo IV con $Re = 4,000$ . . . . .	73
3.9. Errores porcentuales para el captador Tipo IV con $Re = 40,000$ . . . . .	73
3.10. Resumen de corridas experimentales extraídas de Than (1980), Gan (1986) y Tan (1986) . . . . .	75
3.11. Datos experimentales detallados ( Ong, 1995b) . . . . .	76
3.12. Errores relativos porcentuales de valores de temperatura teórica vs valores experimentales de la Tabla 3.11 . . . . .	81
4.1. Dimensiones físicas utilizados en la literatura para CSA . . . . .	84
4.2. Propiedades ópticas y físicas utilizados en la literatura para CSA . . . . .	86
4.3. Parámetros de entrada para las simulaciones . . . . .	86
4.4. Temperatura ambiente promedio de los días más fríos y más cálidos de cada mes seleccionados del año 2014 en Toluca, México. . . . .	88

---

---

4.5. Errores relativos porcentuales para diversos instantes de tiempo . . . . .	100
4.6. Horas de confort suministradas por el CSA Tipo IV, 31 de Octubre del 2014 .	104
4.7. Eficiencia térmica el CSA Tipo IV, 31 de Octubre del 2014 . . . . .	107
4.8. Eficiencia térmica el CSA Tipo IV de los días más fríos de cada mes del 2014	111
4.9. Eficiencia térmica el CSA Tipo IV de los días más cálidos de cada mes del 2014 . . . . .	115
4.10. División de las tarifas de consumo eléctrico de la CFE . . . . .	118
4.11. Costo de consumo eléctrico para el CSA Tipo IV . . . . .	120
B.1. Coeficientes para las correlaciones de la Radiación Solar global horizontal en Toluca, México 2014 (Parte 1) . . . . .	148
B.2. Coeficientes para las correlaciones de la Radiación Solar global horizontal en Toluca, México 2014 (Parte 2) . . . . .	149
B.3. Coeficientes para las correlaciones de la Temperatura ambiente en Toluca, México 2014 (Parte 1) . . . . .	151
B.4. Coeficientes para las correlaciones de la Temperatura ambiente en Toluca, México 2014 (Parte 2) . . . . .	152
C.1. Errores relativos porcentuales entre diferentes mallas computacionales utili- zadas en el CSA Tipo IV . . . . .	156
C.2. Errores relativos porcentuales para diferentes pasos de tiempo (1-900s) . . . .	159
D.1. Intervalos de temperaturas de confort para los meses del año 2014 en la ciu- dad de Toluca, México . . . . .	162

---



---

## Nomenclatura

---



---

### Griegas

$\alpha$	Difusividad térmica, ( $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$ )
$\alpha_1$	Absortividad del vidrio
$\alpha_2$	Absortividad de la placa absorbadora
$\beta$	Coefficiente de expansión volumétrica, ( $\text{K}^{-1}$ )
$\Delta V$	Diferencia de potencial eléctrico, (V)
$\Delta T$	Diferencia de temperatura, (K)
$\delta y$	Incremento de distancia en dirección y, (m)
$\varepsilon_1$	Emisividad de la cubierta de vidrio
$\varepsilon_2$	Emisividad de la superficie superior de la placa absorbadora

$\varepsilon_3$	Emisividad de la superficie inferior de la placa absorbadora
$\varepsilon_4$	Emisividad de la superficie inferior del captador
$\mu$	Viscosidad dinámica del aire, ( $\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-1}$ )
$\eta_{1,2}$	Eficiencias de las corrientes de aire individuales, (%)
$\eta_c$	Eficiencia de las corrientes de aire combinadas, (%)
$\phi$	Ángulo de inclinación, ( $^\circ$ )
$\rho$	Densidad del aire, ( $\text{kg m}^{-3}$ )
$\sigma$	Constante de Stefan-Boltzmann, ( $5.67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$ )
$\tau$	Transmisividad del vidrio

### Latinas

---



---

$A$	Área de captación solar, ( $m^2$ )	$h_{1,2,3,4}$	Coeficiente de transferencia de calor por convección forzada, ( $W m^{-2} K^{-1}$ )
$C_p$	Calor específico a presión constante del aire, ( $J kg^{-1} K^{-1}$ )	$h_{nc}$	Coeficiente de transferencia de calor por convección natural, ( $W m^{-2} K^{-1}$ )
$d_1$	Distancia entre la cubierta de vidrio 1 y 2, (m)	$h_{rs}$	Coeficiente de transferencia de calor por radiación cubierta superior bóveda celeste ( $W m^{-2} K^{-1}$ )
$d_2$	Distancia entre la cubierta de vidrio y la placa absorbedora, (m)	$h_{r2-1,r2-3,r3-4}$	Coeficiente de transferencia de calor por radiación, ( $W m^{-2} K^{-1}$ )
$d_3$	Distancia entre la placa absorbedora y la superficie inferior, (m)	$h_w$	Coeficiente de transferencia de calor por convección del viento, ( $W m^{-2} K^{-1}$ )
$e_{g1-2}$	Espesor de la cubierta de vidrio 1 y 2, (m)	$I$	Corriente eléctrica, (A)
$e_{p1}$	Espesor de la placa absorbedora, (m)	$k$	Conductividad térmica del aire, ( $W m^{-1} K^{-1}$ )
$e_{p2}$	Espesor de la placa inferior, (m)	$k_{b1,b2}$	Conductividad térmica del aislante, ( $W m^{-1} K^{-1}$ )
$G$	Irradiancia solar, ( $W m^{-2}$ )	$L$	Longitud del captador, (m)
$g$	Constante gravitacional, ( $9.81 m s^{-2}$ )	$\dot{m}_{1,2}$	Razón del flujo másico de las corrientes de aire 1 y 2, ( $kg s^{-1}$ )
$h$	Coeficiente de transferencia de calor por convección, conducción o radiación, ( $W m^{-2} K^{-1}$ , $W m^{-1} K^{-1}$ , $W m^{-2} K^{-1}$ )		

---

---



---

$Nu$	Número de Nusselt	$T_{sky}$	Temperaturas de la bóveda celeste, (K)
$Pr$	Número de Prandtl		
$Q$	Flux de calor, ( $W m^{-2}$ )	$T_{fin}$	Temperaturas promedio del fluido en la entrada de la sección, (K)
$Q_{1,2}$	Calor útil 1 y 2, ( $W m^{-2}$ )	$T_{fout}$	Temperaturas promedio del fluido a la salida de la sección, (K)
$R$	Resistencia eléctrica, ( $\Omega$ )	$t$	Tiempo, (s)
$Ra$	Número de Rayleigh	$U_b$	Coficiente global de pérdida de calor en la parte inferior, ( $W m^{-2} K^{-1}$ )
$Re$	Número de Reynolds	$U_t$	Coficiente global de pérdida de calor en la parte superior, ( $W m^{-2} K^{-1}$ )
$R_T$	Resistencia térmica, ( $m K W^{-1}$ , $m^2 K W^{-1}$ )	$V$	Velocidad del viento, ( $m s^{-1}$ )
$S_{1,2,3}$	Radiación solar absorbida por las superficies 1, 2 y 3, ( $W m^{-2}$ )	$W$	Ancho del captador, (m)
$T_{1,2,3,4}$	Temperaturas de las superficies, (K)	$x_{b1,b2}$	Espesor del aislante, (m)
$T_a$	Temperaturas ambiente, (K)		
$T_{f1,f2}$	Temperaturas promedio del fluido, (K)		

---

---

## Resumen

En el presente trabajo se realizó un estudio de la transferencia de calor a un captador solar de aire de dos canales. El captador se estudió utilizando la técnica de balances globales de energía en una dimensión (1-D) y en estado transitorio. La evaluación térmica del CSA Tipo IV se realizó considerando condiciones climáticas de la ciudad de Toluca de Lerdo, México (clima templado subhúmedo).

El estudio paramétrico realizado en el presente trabajo consistió en la modelación numérica del CSA Tipo IV para el día más frío y más cálido de cada mes. Adicionalmente, se consideraron 6 flujos máscicos (0.01, 0.05, 0.1, 0.2, 0.4, 0.5 kg/s), es decir, se realizaron un total de 144 corridas del código numérico. Se desarrolló un código numérico en FORTRAN el cual consiste de un serie de subrutinas que resuelven el modelo matemático obtenido de la técnica de balances globales de energía.

De acuerdo con los resultados, se observó que la eficiencia del captador incrementa hasta en un 35 % al incrementar el flujo máscico de 0.01 kg/s a 0.2 kg/s, se obtuvieron eficiencias máximas de 84 % al considerar flujos máscicos de 0.5 kg/s. Adicionalmente, se observó que utilizar una condicional adivinada puede afectar hasta en un 100 % los valores en los perfiles de temperatura del captador. Con base a un análisis de costo se encontró que el CSA Tipo IV tiene un tiempo de recuperación de la inversión inicial (\$5,000.00 MXN) de 3 años y medio. Lo cual propicia un ahorro del doble de la inversión inicial en los siguiente seis años y medio, al considerar un tiempo de vida del captador de 10 años. Adicionalmente, se observó que al utilizar este tipo de dispositivos se puede reducir las emisiones anuales de dióxido de carbono hasta en 871, 895 kg por cada metro cuadrado de instalación, disminuyendo así los gases de efecto invernadero.

---

---

## Abstract

In the present work, a study of heat transfer to a two-channel solar air collector was carried out. The collector was studied using the technique of global energy balances in one dimension (1-D) and in a transitory state. The thermal evaluation of the CSA Type IV was carried out with precision climatic conditions of the city of Toluca de Lerdo, Mexico (subhumid temperate climate).

The parametric study carried out in the present work consists of the numerical modeling of the Type IV CSA for the coldest and warmest day of each month. Additionally, consider 6 mass changes (0.01, 0.05, 0.1, 0.2, 0.4, 0.5 kg/s), that is, a total of 144 runs are handled of the numerical code. A numerical code was developed in FORTRAN which consists of a series of subroutines that solve the mathematical model obtained from the technique of global energy balances.

According to the results, it was observed that the efficiency of the collector increases up to 35 % by increasing the mass flow from 0.01 kg/s to 0.2 kg/s, maximum efficiencies of 84 % were obtained when considering mass flows of 0.5 kg/s. Additionally, it was observed that using a guessed conditional can effect up to 100 % the values in the temperature profiles of the collector. Based on a cost analysis, it was found that the Type IV CSA has a recovery time of the initial investment (\$5,000.00 MXN) of 3 and a half years. This leads to a saving of twice the initial investment in the next six and a half years, considering a lifetime of the collector of 10 years. Additionally, it was observed that by using this type of device, annual carbon dioxide emissions can be reduced by up to 871,895 kg per square meter of installation, thus reducing greenhouse gases.

# CAPÍTULO 1

---

## Introducción

---

En éste capítulo se muestra la importancia del presente tema de investigación, para ello se presenta la revisión bibliográfica, el objetivo y alcance del tema. En la primera parte se muestra la situación actual de los sistemas pasivos de captación solar, así como las áreas de oportunidad de los mismos. Posteriormente, se presenta el estudio de revisión bibliográfica el cual fue dividido en estudios teóricos, experimentales y teórico-experimentales. Al final del capítulo se presenta el objetivo general y los objetivos específicos, así como el alcance del trabajo de investigación.

## 1.1. Ubicación del problema

El uso de diversas fuentes de energías renovables, como es la energía solar, a través de sistemas pasivos de captación solar, ha sido una alternativa viable durante las últimas décadas por su uso en edificaciones. El uso intensivo de la energía solar ha sido uno de los factores claves en los procesos de transformación para una mejora en la calidad de vida en las sociedades actuales. Durante las últimas décadas se han realizado estudios teórico-experimentales sobre una gran variedad de sistemas de captación solar. Entre los sistemas pasivos de captación solar más comunes se encuentran los calentadores solares.

Los calentadores solares son dispositivos diseñados para absorber radiación solar incidente y transferir la energía térmica a un fluido de trabajo. Estos sistemas se pueden clasificar de acuerdo a sus características de colección (calentadores solares planos y cilíndrico-parabólicos), la forma en la cual se instalan (fijos o con seguimiento solar) y de acuerdo al tipo de fluido de transferencia que emplean (líquido o gas).

Los calentadores solares de aire se pueden definir como un tipo especial de intercambiadores de calor (Duffie y Beckman, 2013), los cuales aprovechan la energía solar para incrementar la energía interna del fluido y posteriormente transferir esta energía con diferentes propósitos, por ejemplo: climatización pasiva en edificaciones, secado de productos agrícolas y generación de energía eléctrica entre otras aplicaciones. El diseño de un calentador solar de aire está relacionado con la obtención de la energía a un costo mínimo. Puede ser deseable diseñar un calentador solar con una eficiencia moderada si se reduce su costo de fabricación en un valor significativo.

En el Centro Nacional de Investigación y Desarrollo (*cenidet*) se han realizado algunos estudios teóricos-experimentales sobre estos sistemas para mejorar su desempeño térmico (Arce, 2002). Los balances de energía asociados a dichos estudios han sido realizados en estado per-

manente. A la fecha, en la literatura se han encontrado escasos artículos en estado transitorio, entre los que destacan Hamed *et al.* (2014) y Hirunlabh *et al.* (2001). Sin embargo, tanto los modelos físicos utilizados en dichos trabajos como las condiciones de operación fueron muy particulares al ocupar condiciones climáticas de sus respectivos países de origen. Hasta el momento, en la literatura revisada no se han encontrado un estudio de captadores solares de aire en estado transitorio para condiciones climáticas de la República Mexicana.

Por lo tanto, el implementar un código numérico que prediga el comportamiento de un captador solar de aire bajo al menos un clima de la República Mexicana es de gran importancia ya que se podrá realizar una propuesta de diseño adaptando los parámetros del captador para que su funcionamiento sea el óptimo en dichas condiciones, es decir, se podrá conocer la evolución en el tiempo del sistema.

---

---

## 1.2. Estado del arte

En la literatura existe un gran número de trabajos publicados relacionados con captadores solares. En dichos trabajos se presenta una descripción detallada del mismo realizado de manera teórica y/o experimental estas descripciones abarcan desde algunas definiciones, la forma de clasificar estos equipos, su formulación matemática para el análisis numérico y la propia construcción para su estudio experimental. Además, se han reportado diferentes métodos para mejorar la eficiencia térmica de los captadores solares.

A continuación se muestran una clasificación de los estudios realizados en la literatura a captadores solares planos, la cual se comprende de la siguiente manera:

- Estudios Teóricos.
- Estudios Experimentales.
- Estudios Teórico-Experimentales.

### 1.2.1. Estudios Teóricos

Entre los primeros estudios teóricos realizados a captadores solares planos se encuentran el de Kamminga (1985) quien realizó un estudio teórico basado en balances globales de un captador de placa plana, el sistema estudiado está compuesto por una placa de cubierta, una placa absorbedora y una capa de aislante, esta configuración genera la formación de un canal, por donde pasa el fluido de trabajo, entre la placa absorbedora y el aislante de la parte inferior. El autor implementó un modelo matemático en una dimensión (1D) y estado permanente para obtener el perfil de temperaturas en el fluido a lo largo de la longitud del captador. Para la simulación el autor consideró un flujo de masa térmica  $(\dot{m}c_p)$  de  $150 \text{ W/m}^2\text{K}$  obteniendo que las temperaturas dentro del captador que representan el calor almacenado capacitivamente se pueden calcular usando las aproximaciones propuestas. En consecuencia, el autor propor-

---

---

cionó una metodología y un proceso de solución para determinar la temperatura del fluido utilizando aproximaciones para calcular el calor almacenado, entre otras, que son definidas por expresiones que dependen de la temperatura y por ende se necesitan las temperaturas dentro del captador como condición inicial para el modelo en estado transitorio.

A su vez, Ong (1995a) presentó un modelo matemático y un procedimiento de solución para predecir el rendimiento térmico de captadores solares de paso simple, utilizando balances globales de energía en estado permanente y en una dimensiones (1D). El estudio se realizó para cuatro tipos de captadores solares: Tipo I diseño de canal único con flujo de aire entre la cubierta de vidrio superior y la placa absorbedora, Tipo II diseño de canal único con flujo de aire entre la placa absorbedora y la placa inferior sin cubierta de vidrio, Tipo III diseño de doble canal con flujo de aire únicamente entre la placa absorbedora y la placa inferior con cubierta de vidrio y Tipo IV diseño de doble canal con doble flujo de aire entre el cubierta de vidrio y la placa absorbedora y entre la placa absorbedora y la placa inferior. En este trabajo, se obtuvo un modelo matemático a partir de un balance de energía nodal empleando una analogía térmica de la ley de corrientes de kirchhoff. De esta manera, se obtuvieron matrices tridiagonales para los captadores de tipo I y II y pentadiagonales para los tipos III y IV. El autor utilizó relaciones experimentales, mostradas en la literatura, para calcular coeficientes convectivos y radiativos, así como números adimensionales necesarios para la solución del modelo matemático. Posteriormente, para determinar el valor de la temperatura media en la cubierta de vidrio, placa absorbedora y en el fluido de trabajo se utilizó el método de la matriz inversa. Adicionalmente, se calculó el rendimiento térmico a lo largo de la longitud de cada uno de los 4 tipos de captadores solares estudiados. Por lo tanto, el autor presentó un modelo teórico para predecir el comportamiento térmico de captadores solares de placa plana sin recurrir a derivar ecuaciones complicadas.

Posteriormente, Ong (1995b) utilizó el modelo matemático y el procedimiento de solución,

descrito en su artículo previo, para predecir el rendimiento térmico de cuatro tipos de captadores solares de placa plana mostrado en Ong (1995a). En este trabajo, se obtuvieron predicciones teóricas de las temperaturas tanto en la cubierta de vidrio, como en la placa absorbidora y en el fluido de trabajo (aire) para los diseños de captadores de Tipo II, III y IV. Adicionalmente, en éste trabajo se estudió el captador Tipo II con y sin aislamiento en la placa inferior Tipo IIa y IIb, respectivamente. Posteriormente, se obtuvieron datos experimentales de estudios previos mostrados en la literatura, dichos resultados fueron comparados con las predicciones teóricas obtenidas en éste trabajo. El autor observó que la desviación estándar entre los datos experimentales y los datos teóricos se encuentra entre el intervalo de  $5^{\circ}\text{C}$ , los mejores resultados fueron obtenidos para los captadores Tipo IIa, IIb y III en donde dicha desviación estándar se encuentra entre los  $3^{\circ}\text{C}$ ; los resultados menos satisfactorios se obtuvieron del captador Tipo IV, puesto que la discrepancia entre ambos resultados es de hasta  $8^{\circ}\text{C}$ . El autor atribuye estas diferencias en gran medida a la exactitud que tienen los instrumentos de medición utilizados para obtener los datos experimentales. Por lo tanto, se demostró que el modelo matemático y el procedimiento de solución utilizados son apropiados para predecir el rendimiento térmico de captadores solares de placa plana, con cierto grado de incertidumbre, validando así el trabajo.

Leon y Kumar (2007) realizaron un estudio teórico en estado permanente a un captador solar de aire íntegramente de metal sin vidrio (UTC por sus siglas en inglés), también conocidos como captadores perforados. El modelo matemático planteado por los autores utilizó expresiones de transferencia de calor para los componentes del captador y relaciones empíricas para estimar los diversos coeficientes de transferencia de calor. De este modo, los autores determinaron el rendimiento térmico de los captadores analizados en una amplia gama de condiciones de diseño y operación. Por otra parte, los autores analizaron los resultados teóricos para predecir los efectos de los parámetros clave en el rendimiento de un UTC para una temperatura del aire de entrega de  $45 - 55^{\circ}\text{C}$  para aplicaciones de secado. Del análisis de re-

sultados los autores concluyeron que la absorptividad solar, el paso del captador y la velocidad de aproximación (o tasa de flujo de aire) tienen el mayor efecto sobre la eficacia térmica del captador, y que el efecto de la emisividad térmica y la porosidad en la eficiencia del captador es moderado en comparación a los parámetros mencionados anteriormente. Por lo tanto, los autores establecieron que tener un equilibrio entre la tasa de flujo de aire, el aumento de la temperatura del aire, la eficiencia del captador y la pérdida de presión es la clave para lograr el mejor rendimiento del captador. Por último, los autores utilizaron los resultados del modelo teórico para desarrollar nomogramas, que son una herramienta valiosa para un diseñador de captadores en la optimización del diseño y el rendimiento térmico de un UTC.

Liu *et al.* (2007) realizaron un estudio paramétrico (teórico) basado en balances globales, para evaluar el rendimiento térmico de un captador solar de aire compuesto por una placa absorbidora con ranuras en V, una sola cubierta de vidrio y aislamiento en la parte inferior de la placa absorbidora. Los autores implementaron un modelo matemático en una dimensión (1D) y estado permanente para determinar los efectos de los distintos parámetros de diseño y de operación en la eficiencia térmica del captador solar de aire propuesto. Primeramente, los autores compararon los resultados obtenidos de las simulaciones del captador solar de aire con una placa absorbidora con ranuras en V con los resultados mostrados en Karim & Hawlader (2006) de un captador solar de aire convencional de placa plana, observando un incremento en la eficiencia térmica del captador del 18 % al utilizar una placa absorbidora con ranuras en V, los autores atribuyen dicho incremento a que la tasa de transferencia de calor por convección entre el aire y la placa absorbidora aumentó en más de 10 veces. Por último, los autores variaron los parámetros de diseño y de operación obteniendo como conclusiones que para mejorar la eficiencia del captador solar de aire propuesto se debe considerar un tamaño pequeño de las ranuras en V en la placa absorbidora, la temperatura de entrada del fluido debe ser cercana a la temperatura ambiente y que el flujo másico debe ser mayor a 0.1 kg/s.

Hamed *et al.* (2014) realizaron un estudio teórico en una dimensión (1-D) y en estado transitorio a un captador solar de placa plana con la finalidad de determinar su rendimiento térmico óptimo y los parámetros de diseño de éste tipo de sistemas. El captador solar estudiado se utiliza para el suministro de agua, dicho equipo se conforma de tres componentes principales una cubierta transparente, una placa absorbedora y un fluido de transferencia. Los autores desarrollaron un método de simulación transitoria para caracterizar el comportamiento dinámico del captador. El modelo fue establecido con respecto a un análisis de balance de energía. Cabe resaltar que la metodología general planteada por los autores fue desarrollada sobre datos ambientales que son característicos de la ciudad de Gabes en Túnez. Por lo tanto, los autores propusieron un método de prueba transitoria para caracterizar el comportamiento de un captador solar de placa plana. A partir de los resultados de la simulación dinámica los autores establecieron que un aumento en las tasas de flujo de agua conduce a una disminución en la temperatura del agua de salida y el coeficiente de pérdida de calor en general, además que la temperatura del agua de salida aumenta con la temperatura de entrada, y por último que la cantidad óptima de tubos depende en gran medida de las tasas de flujo de agua.

Bahrehmand y Ameri (2015) realizaron un estudio teórico en una dimensión (1D) y estado permanente para captadores solares de aire de cubiertas de uno y dos vidrio con flujo de convección natural. Los modelos planteados por los autores se basan en la solución analítica de ecuaciones de balance de energía para varios elementos de los captadores. Los resultados teóricos obtenidos mediante la simulación numérica fueron validados con resultados experimentales de otros autores obteniéndose discrepancias máximas de temperatura y velocidad de salida de 7°C y 0.04 m/s respectivamente, para las mismas condiciones de operación. Adicionalmente, mostraron los efectos de una hoja de metal de estaño suspendida en el medio del canal de aire, aletas longitudinales con formas rectangulares y triangulares, y variaciones de profundidad y longitud del canal en la energía y exergía de los captadores solares de aire

desde los puntos de vista de la primera y segunda ley de la termodinámica. Del análisis de resultados los autores concluyeron que en los captadores solares de aire de doble cubierta la transferencia de calor al flujo de aire es mayor que la del captador con una sola cubierta de vidrio; por lo tanto, sus eficiencias de energía y exergía son mayores. Del igual forma, demostraron que los captadores con aletas triangulares son más eficientes en términos de energía que aquellos con aletas rectangulares.

### 1.2.2. Estudios Experimentales

En primer lugar, Karim y Hawlader (2004) realizaron un estudio experimental para evaluar la eficiencia térmica de tres tipos de captadores solares de aire, los cuales fueron comparados en las mismas condiciones meteorológicas, encontrando la mejor configuración que debía ocuparse para un secador solar. Los captadores solares de aire analizados fueron de placa plana, con aletas y corrugado en “V”. Los experimentos realizados por los autores fueron basados en la norma ASHRAE, bajo las condiciones climáticas de Singapur. Los autores encontraron que la mejor configuración es el captador con placa absorbadora hecha de material corrugado en forma de “V” el cual mostró una eficiencia de 7 – 12 % mayor que el de placa plana con 5 – 9 %. Los autores concluyeron que la eficiencia térmica de los captadores está directamente relacionada con el flujo másico del fluido de trabajo, así para el CSA obtuvieron una eficiencia máxima trabajando con flujos másicos de 0.035 kg/s el cual se encuentra en el intervalo especificado en la norma ASHRAE 93-97 para el secado de productos agrícolas.

Zhai *et al.* (2005) realizaron un estudio experimental a un captador solar de aire (SAC por sus siglas en inglés), cuya longitud de canal por donde circula el aire es de 1.5 m, el ancho es de 0.5 m y cuenta con una brecha de canal de aire variable de 0.1 a 0.5 m. Dado que el experimento fue realizado en condiciones de laboratorio ocuparon 3 placas calefactoras eléctricas, las cuales simulan la radiación solar produciendo un flujo de calor uniforme a lo largo del canal de aire. Los autores mostraron que la distribución de temperatura en el aire y el caudal

de aire natural inducido dependen en gran medida de la entrada de calor, el ángulo de inclinación, la separación del canal, etc. Basados en el análisis de los resultados experimentales los autores determinaron que el ángulo de inclinación óptimo para el SAC es  $45^\circ$ , bajo el cual se puede crear una tasa de ventilación natural máxima. Adicionalmente, demostraron que el captador estudiado tiene una longitud de canal apropiada de 1m, más allá de dicha longitud el calor obtenido y la tasa de ventilación natural no aumenta drásticamente. Por último, los autores determinaron que mientras mayor sea el caudal de aire a través del SAC, la diferencia de temperatura entre entrada y salida es menor y por lo tanto debe equilibrarse entre el aumento de la temperatura del aire y un flujo másico de aire adecuado para obtener el máximo de calor posible.

Posteriormente, Ozgen *et al.* (2009) estudiaron experimentalmente la inclusión de una placa absorbadora, fabricada con latas de aluminio, en un captador solar de aire de placa plana y doble paso. Con la finalidad de disminuir las pérdidas convectivas del captador hacia la atmósfera se colocó una cubierta de vidrio simple de 4 mm de espesor. Los autores diseñaron y probaron, los efectos en la eficiencia del captador solar de 3 tipos de placas absorbadoras distintas. En la placa de Tipo I, las latas de aluminio se colocaron en forma de zigzag, en el Tipo II las latas se colocaron una delante de otra formando 5 canales en cada cara de la placa absorbadora, finalmente en el Tipo III se probó una placa absorbadora plana sin latas. Los estudios se realizaron para una tasa de flujo másico de 0.03 y 0.05 kg/s, obteniendo los mejores resultados de eficiencia térmica en el captador solar de aire utilizando la placa absorbadora de Tipo II y un flujo másico de 0.05 kg/s.

### **1.2.3. Estudios Teórico-Experimentales**

Hussein *et al.* (1999) realizaron un estudio teórico en estado transitorio a un captador solar de placa plana con termosifón el cual fue validado experimentalmente. El objetivo del trabajo fue estimar el comportamiento térmico del captador solar de placa plana en estado transi-

torio. Para ello, los autores implementaron la técnica de diferencias finitas para resolver las ecuaciones gobernantes adimensionales mediante un código numérico. Posteriormente, con el objetivo de verificar el código numérico los autores diseñaron y construyeron un captador solar de placa plana con termosifón. Los resultados obtenidos por los autores muestran que existe una diferencia de  $-5.3$  a  $+8.9\%$  entre la eficiencia instantánea calculada de manera teórica con respecto a la experimental en un horario de 9:00 am a 5:30 pm. Por lo tanto, los autores concluyen que existen una concordancia entre ambos valores y por lo cual el código numérico desarrollado demostró ser una herramienta efectiva para la predicción de resultados de un captador solar de placa plana en estado transitorio.

Hirunlabh *et al.* (2001) analizaron el rendimiento térmico de un captador solar de techo (RSC por sus siglas en inglés) con el objetivo de maximizar la tasa de ventilación inducida, lo que contribuye a la mejora del confort térmico en casas. La configuración del captador se realizó utilizando baldosas de hormigón monoc de CPAC en el exterior y paneles de yeso en el interior. El modelo matemático planteado por los autores se realizó en una dimensión y estado transitorio considerando la capacidad térmica de los materiales sólidos. Los autores validaron su modelo matemático con resultados experimentales obteniendo una discrepancia de aproximadamente  $2^{\circ}$  C entre ambos resultados al utilizar una velocidad del viento de 1.5 m/s para Bangkok, Tailandia. Adicionalmente, los autores analizaron el efecto de los parámetros del RSC, de los resultados obtenidos mostraron que el ángulo de inclinación los captadores solares de techo debe encontrarse entre  $20$  y  $60^{\circ}$ C, y para maximizar la ventilación del aire realizada por éste tipo de sistemas la longitud de los mismos debe encontrarse entre 100 – 200 cm. Por último, los autores concluyen que un captador solar de techo puede proporcionar una parte significativa de la ventilación y la tasa de flujo de aire en las casas.

Al-Ajlan *et al.* (2003) realizaron un estudio teórico-experimental basado en balances globales de un sistema de agua con calefacción solar por convección forzada, el sistema es-

---

---

tudiado está compuesto por un captador solar con un ángulo de inclinación de  $25^\circ$  y un tanque de almacenamiento. Los autores implementaron un modelo matemático realizado en una dimensión (1-D) y estado transitorio para obtener el perfil de temperaturas en el tanque de almacenamiento para distintas horas del día. Así, los autores desarrollaron un programa computacional en el cual se pueden realizar variaciones en distintos parámetros de diseño y de operación. El modelo teórico fue validado con un equipo experimental para días de verano e invierno durante 24 horas en la ciudad de Riyadh, Arabia Saudita que está ubicada a una longitud de  $46.4^\circ E$ , una latitud de  $24.4^\circ N$  y una altitud de 600 m, el caudal de agua utilizado fue de 0.048 kg/s. Los autores ocuparon diferentes combinaciones del número de acristalamiento, intensidad del hierro en el vidrio y el material depositado en el absorbedor, obteniendo que la mejor configuración para la ciudad de Riyadh es el acristalamiento simple, vidrio con alto contenido de hierro y revestimiento selectivo (SHC por sus siglas en inglés).

Álvarez *et al.* (2004) presentaron el diseño de un captador solar de aire con cubierta de vidrio y una placa absorbadora fabricada con latas de aluminio (RAC por sus siglas en inglés). Dicha placa está compuesta por 8 canales de sección circular por donde circula el fluido de trabajo (aire), para ello utilizaron 128 latas de aluminio, cada canal está conformado por 16 latas de aluminio. Posteriormente, los parámetros de diseño del captador solar de aire de doble flujo fueron obtenidos ocupando la metodología de solución propuesta por Ong (1995a,b), el estudio mostrado considera la solución en dos dimensiones de las ecuaciones de cantidad de movimiento en estado permanente para ductos cilíndricos paralelos. Adicionalmente, los autores realizaron un estudio numérico hidrodinámico para determinar la configuración apropiada para una distribución uniforme del flujo de aire en los 8 canales. Posteriormente, para determinar la constante de tiempo del captador solar de aire, así como la eficiencia térmica y el ángulo de incidencia, el equipo fue caracterizado al exterior siguiendo la norma *ASHRAE 93-86*. Entre los resultados que presentan los autores se muestra una eficiencia de 74 %, un constante de tiempo de 100 segundos, así como las eficiencias correspondientes al ángulo

de incidencia modificado, otros resultados presentados es la comparación de valores entre las temperaturas teóricas y experimentales obteniendo diferencias entre el 12 y 13 %. Por último, los autores presentaron una comparación entre la eficiencia térmica del captador solar de aire RAC con las eficiencias de otros captadores mostrados en la literatura.

Posteriormente, Youcef-Ali y Desmons (2006) realizaron un estudio teórico-experimental para estimar el rendimiento térmico de un captador solar de aire de placa absorbadora con aletas rectangulares. El modelo matemático fue realizado en una dimensión (1-D) y estado permanente; los autores implementaron el método de paso a paso, además para cada sección utilizaron el método total el cual supone que todos los componentes de esta sección están a una temperatura promedio constante. Los autores validaron su modelo teórico construyendo un captador de 1.6 m de largo y 0.8 m de ancho, con una cubierta de vidrio de 4 mm de espesor, una placa absorbadora de aluminio pintada de negro de 0.4 mm de espesor, la separación entre la cubierta y la placa fue de 25 mm y el captador fue aislado con poliestireno de 40 mm de espesor. Por otra parte, las aletas rectangulares desplazadas, fueron montadas en un patrón escalonado, orientadas paralelamente al flujo de fluido y fueron soldadas al lado inferior de la placa absorbadora. Los autores observaron que la inclusión de estas aletas en el diseño general del captador aumentan la transferencia de calor térmico entre la placa absorbente y el fluido, además generan bajas pérdidas de presión. Por último, los autores demostraron que en general la diferencia entre los resultados teóricos y experimentales es en promedio de 4°C, obteniéndose las menores diferencias cuando el régimen de flujo se encuentra en transición ( $Re = 2979$ ).

Zima y Dziewa (2011) realizaron un estudio teórico-experimental basado en balances globales para evaluar el comportamiento térmico de un captador solar de placa plana en sus diferentes componentes. Los autores implementaron un modelo matemático en una dimensión (1D) y estado transitorio en donde las propiedades termofísicas de la placa absorbadora

---

---

y el aire se calcularon en tiempo real, además, las condiciones de frontera tienen una dependencia temporal. Posteriormente, los autores realizaron un banco de pruebas ubicado en el Departamento de Ingeniería de Energía Térmica, de la Universidad de Tecnología de Cracovia, Polonia con la finalidad de verificar experimentalmente el modelo propuesto. El banco de pruebas está compuesto por un tubo absorbedor de 1.9 m con incrementos de espacio de  $\Delta z = 0.01$  m formando un total de 96 secciones transversales, las mediciones fueron realizadas cada 0.1 s. Así, los autores realizaron un análisis comparativo de los resultados obtenidos por el código numérico con los datos experimentales obtenidos los días 3 de junio y 2 de julio, verificando así su código numérico. En consecuencia, los autores desarrollaron un código numérico y una metodología de solución para determinar el comportamiento térmico de un captador solar de placa plana cuyo fluido de trabajo es agua en estado transitorio, el cual concluyen que se caracteriza por su alta precisión y exactitud.

Chang *et al.* (2015) presentaron un análisis teórico y un estudio experimental para predecir el rendimiento térmico de un captador solar de aire con placa absorbidora aletada. Los autores estudian los efectos del ángulo de inclinación, el flujo másico medio y el modo de entrada de aire en la eficiencia térmica del captador solar de aire, presentan un modelo matemático en estado permanente el cual fue validado con resultados experimentales. El captador solar construido está compuesto por una cubierta de vidrio, una placa absorbente aletada, una capa aislante y una placa inferior, su área total es de 2 m<sup>2</sup>. La tasa de absorción de radiación solar de la cubierta de vidrio es de hasta el 95 % y está fabricada en vidrio templado. Los autores presentan un error de alrededor del 9 % entre los resultados obtenidos mediante el modelo teórico y la prueba experimental. Por último, los autores mostraron una comparación entre los resultados teóricos y los datos obtenidos experimentalmente para conocer la eficiencia térmica así como las condiciones óptimas de funcionamiento del captador solar de aire con placa absorbidora aletada. Del análisis observaron que el ángulo de instalación del captador tiene poco efecto sobre la eficiencia ( 3 % para diferentes ángulos ) y que la eficiencia térmica

---

---

del captador varía significativamente entre los diferentes flujos de masa de aire, especialmente cuando el flujo másico de trabajo es pequeño y aumenta lentamente.

#### **1.2.4. Estudios realizados en México**

En México, en el Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico (cenidet) se ha desarrollado una línea de investigación sobre captadores solares de aire con aplicaciones de secado de productos agrícolas y alimentos. En primer lugar, Simá (1999) realizó una caracterización Y evaluación, en los laboratorios del Departamento de Ingeniería Mecánica de cenidet, de un secador solar de tipo indirecto con flujo de aire por convección forzada. El captador solar de aire estudiado consta de 2.0 m de largo y 1.0 m de ancho que fue originalmente diseñado y construido en el Instituto Tecnológico de Zacatepec (ITZ) por Acosta y Vázquez (1994). Posteriormente, Arce (2002) realizó el rediseño y la construcción de un captador solar de aire de 2.0 m de largo y 0.70 m de ancho, para un solo flujo y doble flujo de aire con una con placa absorbadora elaborada de latas recicladas, con lo cual mejoró la eficiencia térmica del captador evaluado por Simá (1999). En particular, el CSA construido fue caracterizado siguiendo la metodología de *ASHRAE 93-86*.

Más tarde, Moo (2005) presentó la construcción y evaluación térmica de un secador solar de granos, tipo indirecto de cama fina, para secado de mazorcas de maíz, la capacidad máxima del secador presentado fue de 1 tonelada de producto. El secador solar de granos presentado está formado por: dos colectores solares de aire, un ventilador de aire, un distribuidor de aire y la cámara de secado. La eficiencia térmica promedio del sistema diseñado fue de 26 %. El autor logró secar el producto desde una humedad inicial de 31 % a una final de 12 %.

Posteriormente, Hernández (2009) presentó el diseño, construcción y evaluación térmica de un captador solar de aire con una superficie absorbadora formada de ductos aleteados de material reciclable con el objetivo de mejorar la eficiencia térmica del captador solar de ai-

re que rediseñó y construyó Arce (2002). El autor realizó un análisis de transferencia de calor en el simulador *FLUENT*, donde encontró que el diseño de la placa absorbedora que tuvo la mejor eficiencia térmica es la que tiene ductos con 16 aletas con una inclinación a  $30^\circ$ .

Finalmente, Reynoso (2011) presentó un estudio teórico en estado transitorio sobre el funcionamiento térmico de un sistema de Ventilación Natural, el cual está compuesto por dos captadores solares de aire. La autora consideró captadores de uno y dos canales de aire para el sistema de ventilación. Así, la autora presentó el desarrollo del modelo matemático siguiendo un procedimiento similar al mostrado por Ong (1995a). Además, la autora realizó un estudio paramétrico con el objetivo de obtener los parámetros geométricos del sistema que maximicen la eficiencia térmica y los flujos volumétricos. Obteniendo eficiencias máximas de 63.76 % con flujos volumétricos de  $814 \text{ m}^3/\text{h}$  para irradiancias de  $996 \text{ W/m}^2$ .

### **1.2.5. Conclusiones del estudio en el Estado del Arte**

Los captadores solares de aire son dispositivos diseñados para absorber la radiación solar incidente y transferir dicha energía a un fluido de trabajo que pasa a través del captador. En la literatura se muestran diversos métodos para estudiar y mejorar el comportamiento de los captadores solares de aire dichos estudios en su mayoría se han realizado en estado permanente.

Además, se observa que la mayoría de los autores basan sus estudios en mejorar la eficiencia térmica de los captadores solares o sistemas similares. Esto se debe a que el uso de energías renovables se verá amplificado a medida que éstas sean mucho más eficientes y su relación costo-beneficio sea mejor. En general, un incremento en la eficiencia térmica de un captador solar de aire se logra al reducir las pérdidas de calor desde la cubierta superior o al incrementar la ganancia de calor dentro del sistema.

Entre los parámetros más importantes que determinan el comportamiento térmico de un captador solar, y en consecuencia su eficiencia térmica, se encuentran el material del cual está construida la placa absorbadora, el empleo de geometrías adecuadas, el incremento de la razón de aspecto, el flujo másico, entre otros.

Sin embargo, realizar un análisis detallado de un captador solar es una tarea compleja debido a la gran cantidad de parámetros que deben analizarse. Es por ello que la mayoría de los autores toman en cuenta ciertas consideraciones para posteriormente realizar balances globales de energía a cada uno de los elementos de interés del captador solar, lo anterior conduce a obtener un modelo matemático con el mismo número de ecuaciones y de incógnitas que posteriormente se resuelve por algún método numérico. Finalmente, se calcula la eficiencia térmica del equipo.

Con base en la revisión del estado del arte, se observó que existen diversos estudios para los CSA, tanto teóricos como experimentales. Sin embargo, la mayoría de los estudios se realizaron en estado permanente, y los estudios transitorios revisados estuvieron sujetos a condiciones climáticas de otros países. Por lo tanto, no se cuenta con un estudio que muestre la viabilidad y factibilidad de implementar un CSA sujeto a condiciones climáticas de la República Mexicana.

De esta manera se plantea lo siguiente:

### **1.3. Objetivo general**

Realizar un estudio teórico de la transferencia de calor en un captador solar de aire usando balances globales de energía en estado transitorio para al menos un clima de la República Mexicana.

## 1.4. Objetivos específicos

- Estudio de la Transferencia de calor aplicada a captadores solares.
- Familiarizarse con la técnica de Balances Globales de Energía.
- Implementar un modelo matemático con balances globales de energía en estado transitorio para un captador solar de aire (CSA).
- Desarrollo de un código numérico para simular el funcionamiento térmico del captador solar de aire.
- Verificar el código numérico desarrollado.
- Seleccionar las condiciones climáticas de la República Mexicana para el estudio numérico.

## 1.5. Alcances

Desarrollar un código computacional para modelar el funcionamiento térmico de un captador solar de aire en 1D, en estado transitorio, implementando la técnica de balances globales de energía. Se verificarán y validarán los códigos desarrollados con datos mostrados en la literatura. Se evaluarán las pérdidas de calor asociadas al sistema, bajo al menos un clima de la República Mexicana. Se realizará un estudio paramétrico para observar el efecto sobre la eficiencia térmica del captador utilizando al menos 5 flujos másicos en los días más fríos y más cálidos de cada mes del clima seleccionado.

## 1.6. Estructura de la tesis

La tesis se compone de cinco capítulos: En el primer capítulo se muestra el estado del arte así como los objetivos y justificación del trabajo. En el segundo capítulo se presenta el mo-

delo físico y matemático en estado permanente y transitorio de las configuraciones típicas de CSA. En el tercer capítulo se presenta una verificación y validación de los códigos numéricos en estado permanente. En el capítulo cuatro se muestran los resultados obtenidos de la evaluación térmica del CSA Tipo IV en estado transitorio. Por último, en el capítulo cinco se muestran las conclusiones y recomendaciones del presente trabajo.

## CAPÍTULO 2

---

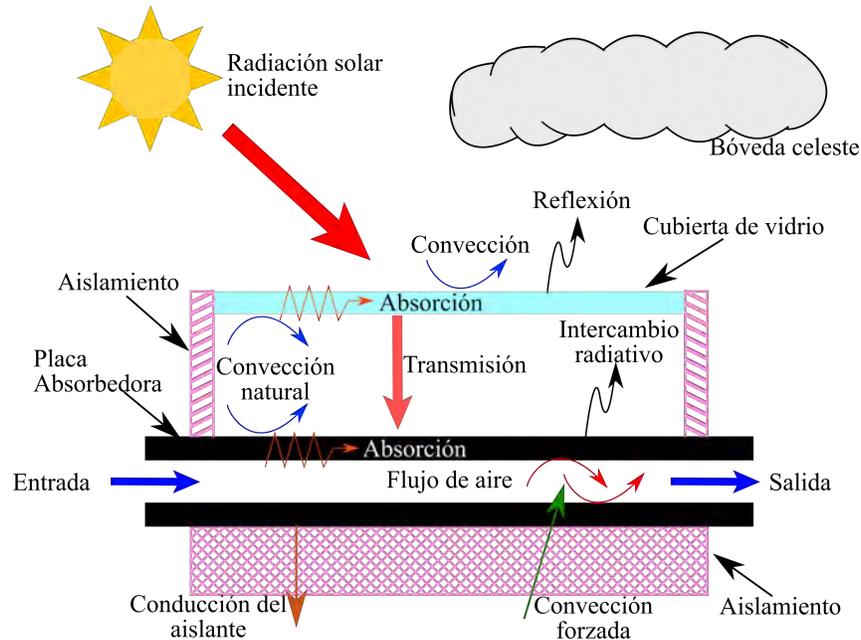
### Modelo físico y matemático de un captador solar de aire

---

En este capítulo se muestran los modelos físicos representativos del caso de estudio, así como el desarrollo de los modelos matemáticos en estado permanente y transitorio que deberán ser resueltos para obtener los perfiles de temperatura en las diferentes configuraciones de los captadores solares de aire analizados. Al final del capítulo se muestran los diagrama de flujo general para los códigos numéricos desarrollados en estado permanente y transitorio.

## 2.1. Modelo físico

Un captador solar de aire esta definido como una clase especial de intercambiador de calor que transforma la energía radiante solar en calor ( Duffie y Beckman, 2013). En general, un captador solar convencional está compuesto por una estructura que sostiene un absorbedor, una cubierta y un aislamiento en la parte trasera. En condiciones normales de operación un captador solar de aire (CSA) recibe radiación solar en la cubierta superior, una parte de ésta energía se pierde debido a diversos causas como lo son: la reflexión y absorción de la cubierta superior, convección forzada provocada por la velocidad del viento, convección y radiación entre la cubierta de vidrio y la placa absorbedora, etc., y la otra parte de dicha energía es transferida al fluido de trabajo. Por lo tanto, al lograr que la mayor parte de la energía, proveniente de la radiación solar, sea transferida al fluido provocará un incremento en la eficiencia térmica del captador.



**Figura 2.1:** Diagrama esquemático de los componentes de un CSA.

En la Figura 2.1 se muestra un modelo físico de un captador de aire solar de un solo flujo, se indican cada uno de los componentes que lo conforman, así como los procesos de transferen-

cia de calor involucrados. La radiación solar incidente experimentará transmisión, reflexión y absorción en la cubierta, la mayor parte de energía que se transmite se retiene en la placa de absorbidora en donde las pérdidas de energía están asociadas con la radiación, convección y conducción. La energía se transfiere mediante convección natural entre la placa absorbidora y la cubierta de vidrio, por convección forzada o libre entre la cubierta superior y el ambiente y por convección forzada entre la placa absorbidora, el fluido de trabajo y la superficie inferior. Del mismo modo, existen pérdidas por conducción a través del aislante.

De este modo, los captadores de estudio para la verificación del código numérico del presente trabajo son las configuraciones presentadas por Ong (1995a). En la Figura 2.2 se muestra el CSA *Tipo I* el cual está compuesto por una cubierta de vidrio ①, una placa absorbidora ②, una placa de aislante térmico en la parte inferior de la placa absorbidora, un canal por donde circula el fluido de trabajo  $\mathcal{F}_j$  (formado en la sección comprendida entre la placa absorbidora y la cubierta de vidrio). Del mismo, se muestran los distintos coeficientes de transferencia de calor ( $h_x$ ), temperaturas asociadas con el sistema, irradiancia solar ( $G$ ) y coeficientes de pérdida de calor ( $U_x$ ).

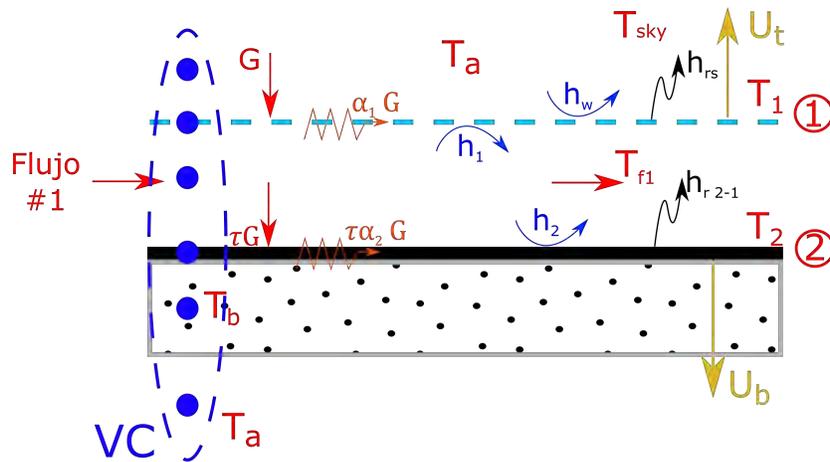


Figura 2.2: Captador Solar de Aire Tipo 1

En la Figura 2.3 se muestra el CSA *Tipo II* el cual está compuesto por una placa absorbidora

①, una superficie o cubierta inferior ② la cual tiene un aislante térmico en la parte inferior, de este modo, el canal por donde circula el fluido de trabajo  $(\mathcal{F}_1)$  se encuentra en la sección comprendida entre la placa absorbedora y la superficie inferior. Además, como se aprecia en la Figura 2.3 la configuración mostrada en este tipo de CSA es muy similar al captador Tipo I con la ausencia de la cubierta de vidrio. Del mismo modo, se aprecian los coeficientes de transferencia de calor  $(h_x)$  asociados a dicha configuración, así como las temperaturas involucradas, irradiancia solar  $(G)$  y los coeficientes de pérdida de calor  $(U_x)$ .

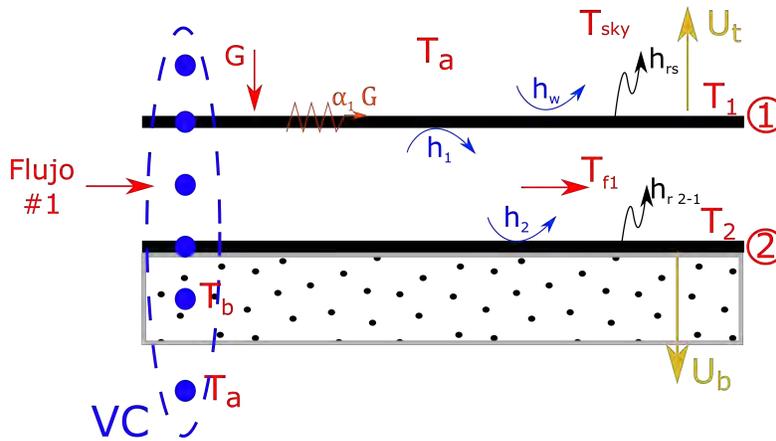


Figura 2.3: Captador Solar de Aire Tipo II

Posteriormente, en la Figura 2.4 se muestra el CSA Tipo III el cual está compuesto por una cubierta de vidrio ①, una placa absorbedora ②, una superficie o cubierta inferior ③ la cual está aislada con cierto material en la parte inferior. En este sentido, en la presente configuración se forman 2 canales: El primer canal se forma en la sección comprendida entre la cubierta de vidrio y la placa absorbedora, cabe resaltar que en este canal no circula ningún fluido de trabajo y se establece que solo existe convección natural. El segundo canal se forma en la sección comprendida entre la superficie inferior de la placa absorbedora y la superficie inferior por este canal es donde circula el fluido de trabajo  $(\mathcal{F}_2)$ . Del mismo modo, se aprecian los coeficientes de transferencia de calor  $(h_x)$  asociados a dicha configuración, así como las temperaturas involucradas, irradiancia solar  $(G)$  y los coeficientes de pérdida de calor  $(U_x)$ .

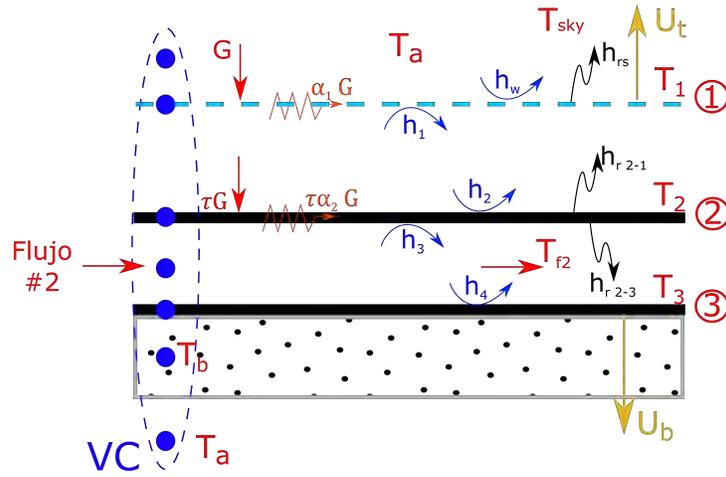


Figura 2.4: Captador Solar de Aire Tipo III

En la Figura 2.5 se muestra el CSA *Tipo IV* el cual está compuesto por los mismos componentes que el captador Tipo III. Sin embargo, en esta configuración circula un fluido de trabajo  $\textcircled{f}_1$  en el canal 1, descrito anteriormente. De este modo, surgen otros coeficientes de transferencia de calor asociados a dicho cambio, quedando todo lo demás sin ningún cambio.

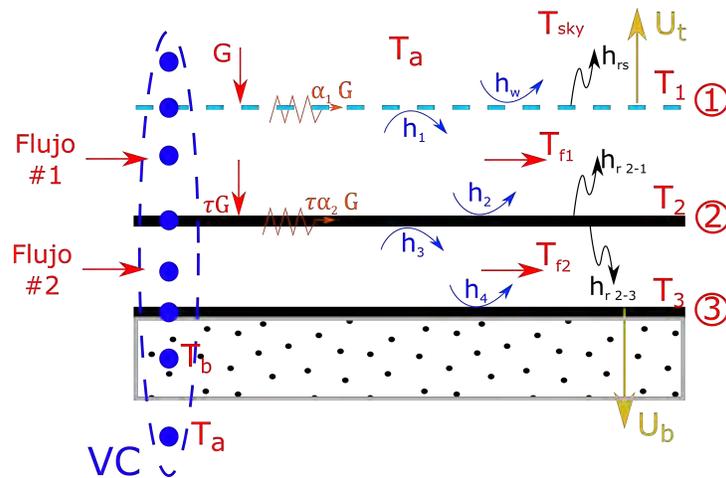


Figura 2.5: Captador Solar de Aire Tipo IV

Con base en los modelos físicos revisados en la literatura, y después de un análisis sobre el funcionamiento térmico de estos sistemas, se propone un nuevo modelo el cual se definirá como CSA *Tipo V*. De manera que, en la Figura 2.6 se muestra el captador *Tipo V* el

cual presenta un configuración similar a la captador Tipo IV con la adición de una segunda cubierta de vidrio. Por lo cual, el CSA Tipo V esta compuesto por una primer cubierta de vidrio ①, una segunda cubierta de vidrio ②, una placa absorbedora ③, una superficie o cubierta inferior ④ la cual está aislada con cierto material en la parte inferior. En este sentido, en la presente configuración se forman 2 canales: el primer canal se forma en la sección comprendida entre la cubierta de vidrio y la placa absorbedora, por este canal es donde circula el primer fluido de trabajo ( $f_1$ ); el segundo canal se forma en la sección comprendida entre la superficie inferior de la placa absorbedora y la superficie inferior por este canal es donde circula el segundo fluido de trabajo ( $f_2$ ). En consecuencia, surge un coeficiente de transferencia de calor por convección natural ( $h_{nc}$ ), y algunas propiedades ópticas correspondientes a la segunda cubierta de vidrio agregada.

La finalidad principal de esta nueva configuración es reducir pérdidas de calor desde la cubierta superior del captador, es decir utilizar una pequeña porción de fluido (aire) como aislante térmico, pero al mismo tiempo se comporte como un material semitransparente a la radiación solar.

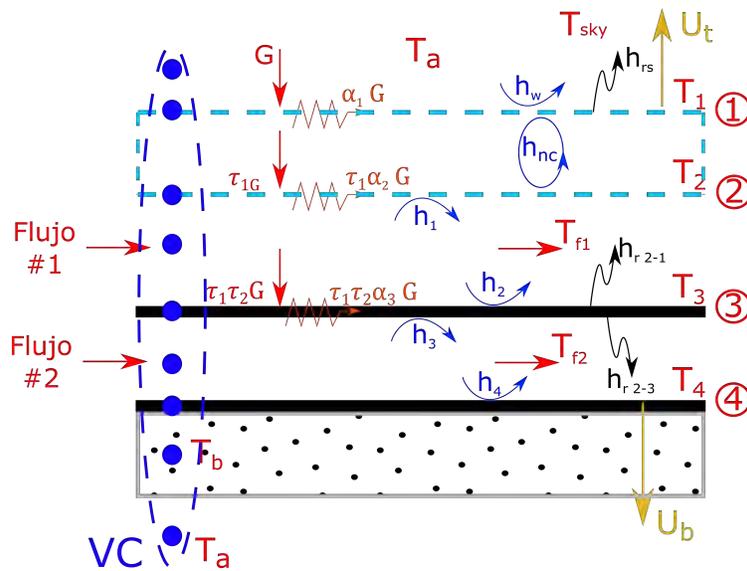


Figura 2.6: Captador Solar de Aire Tipo V

## 2.2. Modelo matemático de los captadores Tipo I-V en estado permanente

En esta sección se presenta el desarrollo de los modelos matemáticos de las diferentes configuraciones de captadores analizadas en estado permanente de manera detallada.

En primer lugar, se parte de la premisa que cada uno de los modelos presentados en la sección anterior (Figura 2.2-2.6) pueden ser representados mediante un circuito eléctrico resistivo, considerando las siguientes analogías:

$$\Delta T \Rightarrow \Delta V \quad (2.1)$$

$$Q \Rightarrow I \quad (2.2)$$

$$R_T \Rightarrow R \quad (2.3)$$

Por lo tanto, los CSA *Tipo I-V* pueden ser representados por los circuitos eléctricos resistivos mostrados en la Figura 2.7. De manera que, para el captador Tipo I se tendrá un total de 3 incógnitas ( $T_{glass}$ ,  $T_{f1}$ ,  $T_{absorber}$ ), del mismo modo que para el captador Tipo II ( $T_{absorber}$ ,  $T_{f1}$ ,  $T_{bottom}$ ). El captador Tipo III presenta un total de 4 incógnitas o variables de interés ( $T_{glass}$ ,  $T_{absorber}$ ,  $T_{f2}$ ,  $T_{bottom}$ ), en el caso del captador tipo IV presenta un total de 5 variables de interés ( $T_{glass}$ ,  $T_{f1}$ ,  $T_{absorber}$ ,  $T_{f2}$ ,  $T_{bottom}$ ). Por último, el captador Tipo V presenta un total de 6 variables de interés ( $T_{glass1}$ ,  $T_{glass2}$ ,  $T_{f1}$ ,  $T_{absorber}$ ,  $T_{f2}$ ,  $T_{bottom}$ ). Conviene subrayar que el objetivo de estudiar cada una de estas configuraciones para los CSA es determinar cual es la más eficiente, al transferir mayor energía al fluido de trabajo disminuyendo lo más posible las pérdidas de energía hacia el ambiente o los materiales involucrados.

### 2.2.1. Ecuaciones de balance de energía

El desarrollo del modelo matemático representativo del modelo físico, se realizará de manera detallada para el captador Tipo I por su menor complejidad. Sin embargo, el mismo proceso es realizado para obtener los modelos matemáticos de cada uno de los tipos de captadores mostrados en la Figura 2.7.

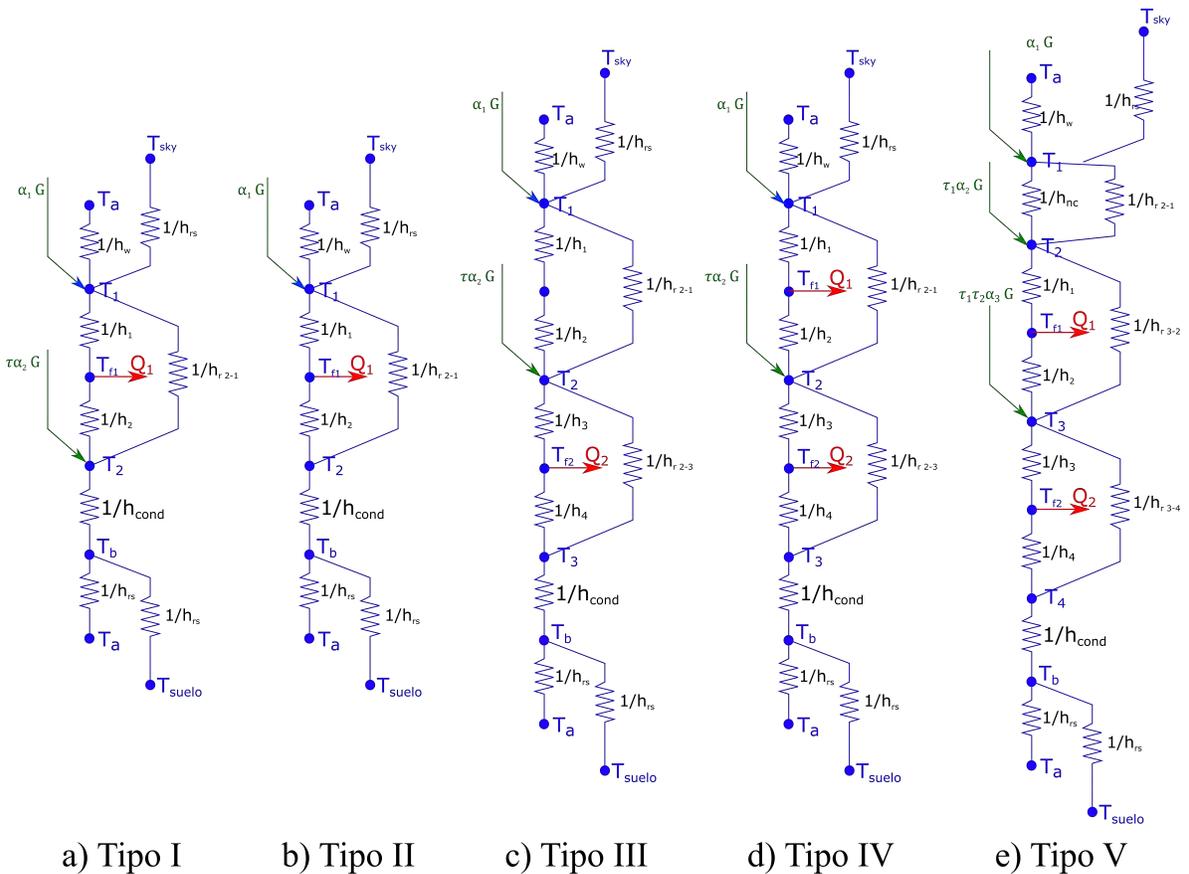


Figura 2.7: Circuitos eléctricos resistivos de los CSA analizados

Por consiguiente el circuito mostrado en la Figura 2.7a puede ser reducido para facilitar el desarrollo de las ecuaciones matemáticas que representan el modelo físico. A su vez, se debe indicar la dirección del flujo de calor mediante flechas en el circuito eléctrico, partiendo del supuesto que el flujo de calor siempre será de la zona más caliente a la más fría. Además, se agregará al circuito eléctrico los nodos de interés, como se muestra en la Figura 2.8.

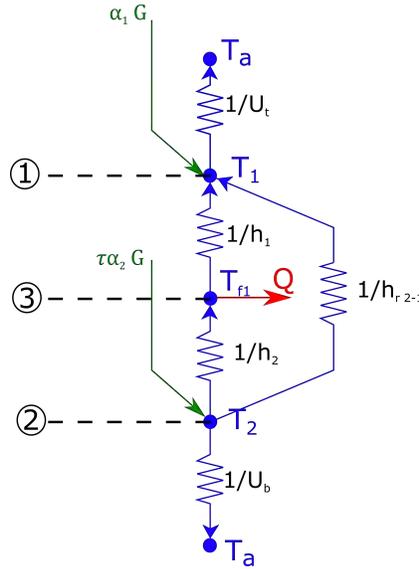


Figura 2.8: Circuito eléctrico resistivo reducido, captador Tipo I

Por lo tanto, al realizar un *balance de energía* y aplicando un *análisis nodal*, el cual parte de la ley de corrientes de Kirchhoff (2.4)

$$\sum I = 0 \tag{2.4}$$

además, se sabe de la ley de Ohm :

$$V = R \cdot I \tag{2.5}$$

sustituyendo las ecuaciones (2.1, 2.2, 2.3) en (2.5) y despejando  $I$  se obtiene lo siguiente:

$$I = \frac{V}{R} \approx \frac{\Delta T}{R_T} = \frac{\Delta T}{1/h} = h\Delta T \tag{2.6}$$

Al aplicar las ecuaciones (2.4) y (2.6) para los nodos 1,2,3 mostrados en la Figura 2.8 se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

- Nodo 1 (Cubierta de vidrio):

$$\alpha_1 G + h_{r,2-1} (T_2 - T_1) + h_1 (T_{f1} - T_1) = U_t (T_1 - T_a) \tag{2.7}$$

- Nodo 2 (Placa absorbedora):

$$\tau\alpha_2 G = U_b (T_2 - T_a) + h_2 (T_2 - T_{f1}) + h_{r2-1} (T_2 - T_1) \quad (2.8)$$

- Nodo 3 (Fluido de trabajo, Aire):

$$h_2 (T_2 - T_{f1}) = Q_f + h_1 (T_{f1} - T_1) \quad (2.9)$$

A continuación, a manera de ejemplificar lo descrito anteriormente se muestra la Figura 2.9, en la cual se aprecia el volumen de control analizado para el captador Tipo I. Donde se aprecia que el modelo físico mostrado en la Figura 2.2 puede ser descrito por el circuito eléctrico resistivo expuesto en la Figura 2.8. De modo que el sistema de ecuaciones (2.7, 2.8, 2.9) calcula la temperatura al centro de un volumen de control la cual es representativa del mismo, es decir, es un promedio de la temperatura del volumen de control.

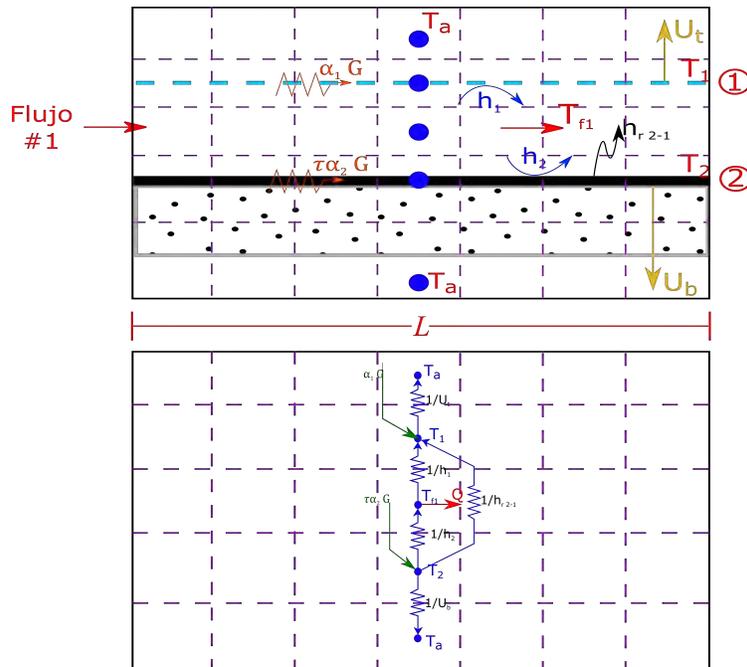


Figura 2.9: Volumen de control analizado para el captador Tipo I

Las ecuaciones (2.7, 2.8, 2.9) conforman el sistema de ecuaciones que debe ser resuelto en cada sección del captador para obtener las temperaturas promedio de cada volumen de

control analizado. Sin embargo, para poder resolverlo mediante un solver, como es el método de Jacobi, se deben desarrollar las ecuaciones y agrupar ciertos término. Además, se deben realizar ciertas consideraciones para expresar el calor útil del fluido ( $Q_{f1}$ ), que surge en la ec. (2.9), en términos de la temperatura del fluido. Desarrollando para:

- Nodo 1 (Cubierta de vidrio):

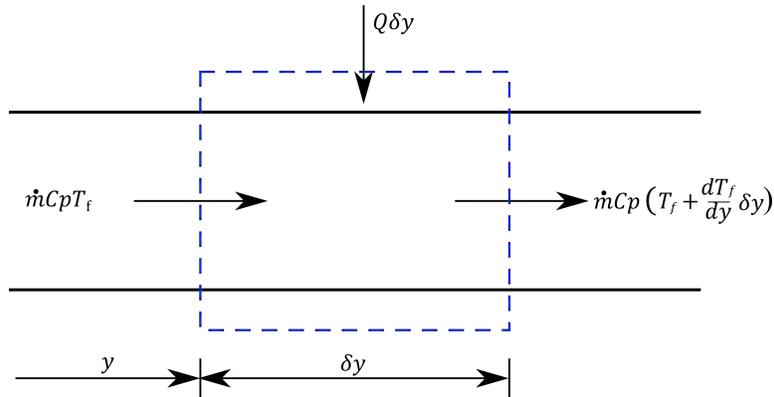
$$\begin{aligned} \alpha_1 G + h_{r2-1} T_2 - h_{r2-1} T_1 + h_1 T_{f1} - h_1 T_1 &= U_t T_1 - U_t T_a \\ (h_1 + h_{r2-1} + U_t) T_1 - h_1 T_{f1} - h_{r2-1} T_2 &= U_t T_a + S_1 \end{aligned} \quad (2.10)$$

- Nodo 2 (Placa absorbedora):

$$\begin{aligned} U_b T_2 - U_b T_a + h_2 T_2 - h_2 T_{f1} + h_{r2-1} T_2 - h_{r2-1} T_1 &= \tau \alpha_2 G \\ -h_{r2-1} T_1 - h_2 T_{f1} + (h_2 + h_{r2-1} + U_b) T_2 &= S_2 + U_b T_a \end{aligned} \quad (2.11)$$

### 2.2.2. Distribución de la temperatura a lo largo de la dirección del flujo

De este modo, para obtener el calor útil del fluido en términos de la temperatura del mismo se realizará un balance de calor en el volumen de control analizado, a lo largo de la dirección del fluido. De manera que se utilizará la Figura 2.10 como apoyo con el objetivo de entender dicho balance de energía. En la Figura 2.10 se muestra las entradas y salidas de calor en el elemento diferencial de espesor  $\delta y$ , correspondiente al canal 1 por donde circula el aire.



**Figura 2.10:** Balance de calor en el volumen de control a lo largo de la dirección del fluido

De la primera ley de la termodinámica:

$$\dot{E}_{in} + \dot{E}_g - \dot{E}_{out} = \dot{E}_{st} \quad (2.12)$$

Considerando que no existe generación de energía ( $\dot{E}_g = 0$ ) y tampoco existe almacenamiento de energía ( $\dot{E}_{st} = 0$ ). Por lo tanto, la ec. (2.12) se reduce a:

$$\dot{E}_{in} = \dot{E}_{out} \quad (2.13)$$

en donde, la temperatura de la corriente de aire a una distancia  $y$  de la entrada del captador se asume como  $T_f$ . La temperatura se supone uniforme a través de la sección transversal. En consecuencia, a la salida de la sección ( $y + \delta y$ ), la temperatura media del fluido se determina mediante  $T_f + \frac{dT_f}{dy} \delta y$ . Sustituyendo dicha consideración en la ec. (2.13):

$$\dot{m}C_p T_f + QW \delta y = \dot{m}C_p \left( T_f + \frac{dT_f}{dy} \delta y \right) \quad (2.14)$$

desarrollando,

$$\begin{aligned} \dot{m}C_p T_f + QW \delta y &= \dot{m}C_p T_f + \dot{m}C_p \frac{dT_f}{dy} \delta y \\ QW \delta y &= \dot{m}C_p \frac{dT_f}{dy} \delta y \\ QW &= \dot{m}C_p \frac{dT_f}{dy} \end{aligned}$$

despejando,

$$\frac{dT_f}{dy} = \frac{QW}{\dot{m}C_p} \quad (2.15)$$

Asumiendo que el calor útil transferido al aire es uniforme a lo largo de la longitud de la sección captador analizada ( $L$ ), la temperatura media de la salida se puede obtener integrando

la ec. (2.15) .

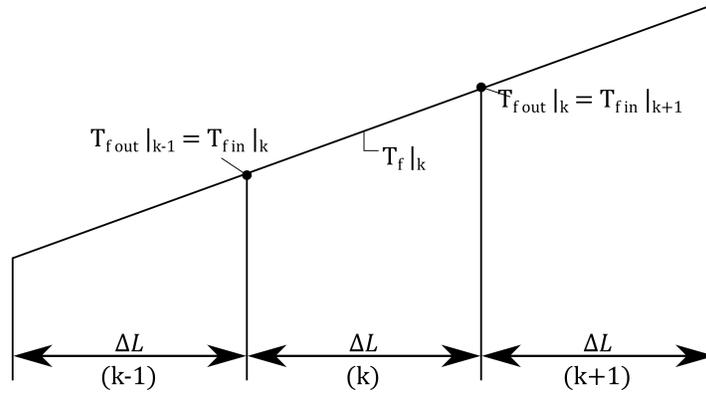
$$\int_{in}^{out} \frac{dT_f}{dy} dy = \int_1^2 \frac{QW}{\dot{m}C_p} dy$$

$$T_f|_{in}^{out} = \frac{QW}{\dot{m}C_p} (y_2 - y_1)$$

$$T_{f_{out}} - T_{f_{in}} = \frac{QWL}{\dot{m}C_p} \quad (2.16)$$

La suposición anterior implica que la temperatura del aire varía linealmente a lo largo del captador (Figura 2.11). Esta suposición es válida para secciones de captador cortas. Por lo tanto, la temperatura media del aire es igual a la media aritmética (2.17).

$$T_f = \frac{T_{f_{in}} + T_{f_{out}}}{2} \quad (2.17)$$



**Figura 2.11:** Variación lineal de la temperatura del fluido a lo largo del captador

Como se observa en la Figura 2.11 la temperatura del fluido de trabajo a la salida de la sección estudiada ( $T_{f_{out}|_k}$ ) será igual a la temperatura inicial de la siguiente sección ( $T_{f_{in}|_{k+1}}$ ). Por lo tanto, la diferencia de temperatura  $T_{f_{out}} - T_{f_{in}}$  se puede expresar en términos de la temperatura del fluido al centro del volumen de control, mediante la ec. (2.18)

$$T_{f_{out}} - T_{f_{in}} = 2(T_f - T_{f_{in}})_{\square} \quad (2.18)$$

- Realizando una comprobación de la hipótesis que la temperatura varía linealmente a lo largo de la sección del captador. Para ello, se sustituirá la ec. (2.17) en (2.18):

$$\begin{aligned}
 T_{f_{out}} - T_{f_{in}} &= 2 \left( \frac{T_{f_{in}} + T_{f_{out}}}{2} - T_{f_{in}} \right) \\
 &= 2 \left( \frac{T_{f_{in}} + T_{f_{out}} - 2T_{f_{in}}}{2} \right) \\
 &= T_{f_{in}} + T_{f_{out}} - 2T_{f_{in}} \\
 \therefore T_{f_{out}} - T_{f_{in}} &= T_{f_{out}} - T_{f_{in}} \blacksquare
 \end{aligned}$$

Así, al sustituir la ec. (2.18) en (2.16), se obtiene:

$$2(T_f - T_{f_{in}}) = \frac{QWL}{\dot{m}C_p}$$

Despejando  $Q$ ,

$$Q = \frac{2\dot{m}C_p}{WL} (T_f - T_{f_{in}}) \quad (2.19)$$

se define la variable  $\Gamma_1 = \frac{2\dot{m}C_p}{WL}$ , al sustituir dicha variable en la expresión anterior se obtiene la ec. (2.20) con la cual se determina el calor útil del fluido de trabajo en términos de la temperatura del fluido a la entrada y al centro del volumen de control analizado.

$$Q = \Gamma_1 (T_f - T_{f_{in}}) \quad (2.20)$$

Por último, se sustituye la ec. (2.20) en (2.9)

$$h_2(T_2 - T_{f_1}) = \Gamma_1(T_{f_1} - T_{f_{in}}) + h_1(T_{f_1} - T_1)$$

desarrollando,

$$\begin{aligned}
 h_2T_2 - h_2T_{f_1} &= \Gamma_1T_{f_1} - \Gamma_1T_{f_{in}} + h_1T_{f_1} - h_1T_1 \\
 -h_1T_1 + (h_1 + h_2 + \Gamma_1)T_{f_1} - h_2T_2 &= \Gamma_1T_{f_{in}}
 \end{aligned} \quad (2.21)$$

### 2.2.3. Matrices para las temperaturas de los captadores solares Tipo I-

#### V

La ec. (2.21) corresponde al balance de energía realizado para el Nodo 3 (Fluido de trabajo) en términos de las variables de interés  $(T_1, T_2, T_{f1})$ . De manera que se completa el sistema de 3 ecuaciones con 3 incógnitas. Como resultado, al ordenar las ecuaciones (2.10), (2.11) y (2.21) de forma matricial se obtiene:

$$\begin{bmatrix} A_{11} & -h_1 & -h_{r2-1} \\ -h_1 & A_{22} & -h_2 \\ -h_{r2-1} & -h_2 & A_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} T_1 \\ T_{f1} \\ T_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_t T_a + S_1 \\ \Gamma_1 T_{f1in} \\ S_2 + U_b T_a \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

donde,

$$A_{11} = h_1 + h_{r2-1} + U_t \quad A_{22} = h_1 + h_2 + \Gamma_1 \quad A_{33} = h_2 + h_{r2-1} + U_b$$

Se observa que se forma una matriz de  $3 \times 3$  para el captador Tipo I, dicha matriz puede ser utilizada para el captador Tipo 2 realizando ciertas consideraciones en el cálculo de los coeficientes y considerando  $S_2 = 0$ , debido a que la transmitancia ( $\tau$ ) de una superficie sólida se considera igual a cero.

Análogamente, para el captador Tipo III se forma la siguiente matriz de  $4 \times 4$ :

$$\begin{bmatrix} A_{11} & -(h_{nc} + h_{r2-1}) & 0 & 0 \\ -(h_{nc} + h_{r2-1}) & A_{22} & -h_3 & -h_{r2-3} \\ 0 & -h_3 & A_{33} & -h_4 \\ 0 & -h_{r2-3} & -h_4 & A_{44} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_{f2} \\ T_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_t T_a + S_1 \\ S_2 \\ \Gamma_2 T_{f2in} \\ U_b T_a \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

donde,

$$A_{11} = h_{nc} + h_{r2-1} + U_t \quad A_{22} = h_{nc} + h_3 + h_{r2-1} + h_{r2-3} \quad A_{33} = h_3 + h_4 + \Gamma_2 \\ A_{44} = h_{r2-3} + h_4 + U_b$$

Para el captador Tipo IV se forma la siguiente matriz de  $5 \times 5$ :

$$\begin{bmatrix} A_{11} & -h_1 & -h_{r2-1} & 0 & 0 \\ -h_1 & A_{22} & -h_2 & 0 & 0 \\ -h_{r2-1} & -h_2 & A_{33} & -h_3 & -h_{r2-3} \\ 0 & 0 & -h_3 & A_{44} & -h_4 \\ 0 & 0 & -h_{r2-3} & -h_4 & A_{55} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} T_1 \\ T_{f1} \\ T_2 \\ T_{f2} \\ T_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_t T_a + S_1 \\ \Gamma_1 T_{f1in} \\ S_2 \\ \Gamma_2 T_{f2in} \\ U_b T_a \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

donde,

$$\begin{aligned} A_{11} &= h_1 + h_{r2-1} + U_t & A_{22} &= h_1 + h_2 + \Gamma_1 & A_{33} &= h_2 + h_3 + h_{r2-1} + h_{r2-3} \\ A_{44} &= h_3 + h_4 + \Gamma_2 & A_{55} &= h_{r2-3} + h_4 + U_b \end{aligned}$$

Por último, para el captador Tipo V se forma la siguiente matriz de  $6 \times 6$ :

$$\begin{bmatrix} A_{11} & -(h_{nc} + h_{r2-1}) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -(h_{nc} + h_{r2-1}) & A_{22} & -h_1 & -h_{r3-2} & 0 & 0 \\ 0 & -h_1 & A_{33} & -h_2 & 0 & 0 \\ 0 & -h_{r3-2} & -h_2 & A_{44} & -h_3 & -h_{r3-4} \\ 0 & 0 & 0 & -h_3 & A_{55} & -h_4 \\ 0 & 0 & 0 & -h_{r3-4} & -h_4 & A_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_{f1} \\ T_3 \\ T_{f2} \\ T_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \\ B_4 \\ B_5 \\ B_6 \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

donde,

$$\begin{aligned} A_{11} &= h_{nc} + h_{r2-1} + U_t & A_{22} &= h_{nc} + h_1 + h_{r2-1} + h_{r3-2} & A_{33} &= h_1 + h_2 + \Gamma_1 \\ A_{44} &= h_2 + h_3 + h_{r3-2} + h_{r3-4} & A_{55} &= h_3 + h_4 + \Gamma_2 & A_{66} &= h_{r3-4} + h_4 + U_b \\ B_1 &= U_t T_a + S_1 & B_2 &= S_2 & B_3 &= \Gamma_1 T_{f1in} \\ B_4 &= S_3 & B_5 &= \Gamma_2 T_{f2in} & B_6 &= U_b T_a \end{aligned}$$

En general, las matrices (2.22), (2.23), (2.24) y (2.25) pueden ser expresadas de la siguiente forma:

$$[A] \cdot [T] = [B] \quad (2.26)$$

El vector de la temperatura promedio puede ser resuelto por medio de la inversión de matriz usando paquetes de cómputo comerciales. Sin embargo, en el presente trabajo la solución del sistema de ecuaciones se obtendrá mediante el desarrollo de un código numérico realizado en FORTRAN.

Para el cálculo de los coeficientes que aparecen en las matrices anteriormente mostradas se emplearon las correlaciones utilizadas por Ong (1995a).

### **2.3. Modelo matemático de los captadores Tipo I-V en estado transitorio**

En esta sección se presenta el desarrollo del modelo matemático en estado transitorio de manera detallada para obtener el sistema de ecuaciones que se debe resolver obteniéndose así el perfil de temperaturas a lo largo del CSA en cada uno de los componentes de interés para cada paso de tiempo.

En primer lugar, se debe aclarar que el desarrollo se realiza para el captador Tipo I, siguiendo una metodología similar para obtener los modelos matemáticos para los otros tipos de captadores solares de aire. Dicho lo anterior, en la Figura 2.12 se muestra el modelo físico representativo para el captador Tipo I en estado transitorio. En particular, se observa que las únicas diferencias con el modelo físico utilizado para el estado permanente (Figura 2.2) son la introducción de las siguientes dimensiones:

- El ancho del captador ( $W$ ).
- La longitud del captador ( $L$ ).
- El espesor de la cubierta de vidrio ( $e_{g1}$ ).
- El espesor de la placa absorbidora ( $e_{p1}$ ).

- El espesor del aislante ( $x_{bi}$ ), definido previamente.
- La distancia entre la cubierta de vidrio y la placa absorbedora ( $d_2$ ).

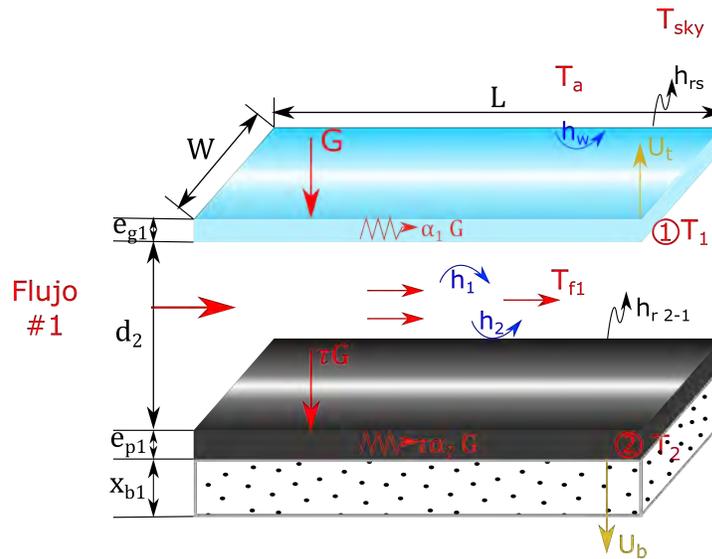


Figura 2.12: Modelo físico del CSA Tipo I

Adicionalmente, se muestran los coeficientes de transferencia de calor asociados al caso de estudio. De manera análoga surgen parámetros similares para los CSA Tipo II-V, como se muestra a continuación:

- El espesor de la cubierta de vidrio 2 ( $e_{g2}$ ).
- El espesor de la placa inferior ( $e_{p2}$ ).
- La distancia entre la placa absorbedora y la placa de la superficie inferior ( $d_3$ ).

### 2.3.1. Ecuaciones de balance de energía

El desarrollo del modelo matemático representativo del modelo físico estudiado (Figura 2.12) se realizará de manera similar al desarrollo del modelo matemático para el captador Tipo I en estado permanente. Por lo tanto, se parte de la premisa que el modelo físico del captador Tipo

I en estado transitorio (Figura 2.12) pueden ser representado mediante un circuito eléctrico resistivo, considerando las ecuaciones (2.1), (2.2) y (2.3). Así, el circuito eléctrico reducido para el captador *Tipo I* en estado transitorio se muestra en la Figura 2.13, se observa que las únicas diferencias con el circuito eléctrico en estado permanente son los **capacitores** que indican el almacenamiento de energía en cada elemento analizado ( $C_{pg}$ ,  $C_{pf1}$ ,  $C_{pp1}$ ). De la Figura 2.13 se obtienen los balances de energía para cada elemento del captador.

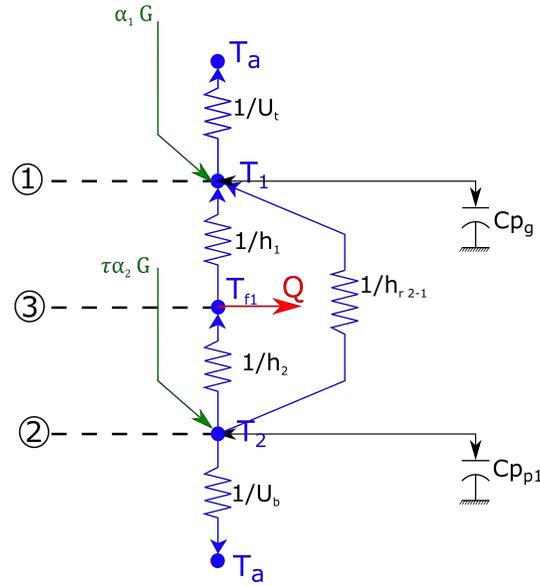


Figura 2.13: Circuito eléctrico resistivo reducido, captador Tipo I en estado transitorio

Por lo tanto, para obtener el modelo matemático se realizará un *balance de energía* y se aplicará la teoría de nodos, la cual parte de la ley de corrientes Kirchhoff. Así, al aplicar las ecuaciones (2.4) y (2.6) para los nodos 1,2,3 mostrados en la Figura 2.13 se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

- Nodo 1 (Cubierta de vidrio):

$$AS_1 + Ah_{r2-1} (T_2 - T_1) + Ah_1 (T_{f1} - T_1) + AU_t (T_a - T_1) = (\rho C_p V)_g \frac{dT_1}{dt} \quad (2.27)$$

- Nodo 2 (Placa absorbedora):

$$AU_b (T_a - T_2) + Ah_2 (T_{f1} - T_2) + Ah_{r2-1} (T_1 - T_2) + AS_2 = (\rho C_p V)_{p1} \frac{dT_2}{dt} \quad (2.28)$$

- Nodo 3 (Fluido de trabajo, Aire):

$$Ah_2 (T_2 - T_{f1}) = AQ_f + Ah_1 (T_{f1} - T_1) \quad (2.29)$$

Las ecuaciones (2.27 - 2.29) conforman el sistema de ecuaciones que debe ser resuelto en cada sección del captador para obtener la temperatura promedio de cada volumen de control analizado. Sin embargo, para poder resolverlo mediante un solver, como es el método de Jacobi, se deben desarrollar las ecuaciones, agrupar ciertos términos y aplicar un método implícito para integrar el término temporal de cada ecuación. Además, se deben realizar ciertas consideraciones para expresar el calor útil del fluido ( $Q_{f1,i}$ ), que se surge en la ec. (2.29), en términos de la temperatura del fluido.

### 2.3.2. Distribución de la temperatura a lo largo de la dirección del flujo

Con respecto a la formulación del calor útil del fluido en términos de la temperatura del mismo se realizará un balance de calor en el volumen de control analizado, a lo largo de la dirección del fluido. De este modo, se utilizará la Figura 2.14 como apoyo con el objetivo de entender dicho balance de energía. En la Figura 2.14 se muestra las entradas y salidas de calor en el elemento diferencial de espesor  $\delta y$ , correspondiente al canal 1 por donde circula el fluido de trabajo.

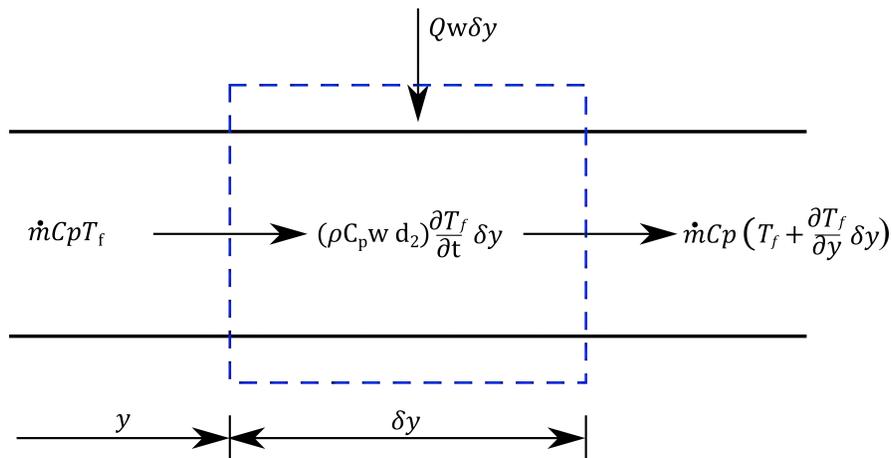


Figura 2.14: Balance de calor en el volumen de control a lo largo de la dirección del fluido

De la primera ley de la termodinámica:

$$\dot{E}_{in} + \dot{E}_g - \dot{E}_{out} = \dot{E}_{st} \quad (2.30)$$

Considerando que no existe generación de energía  $\left(\dot{E}_g = 0\right)$ . Por lo tanto, la ec. (2.30) se reduce a:

$$\dot{E}_{in} = \dot{E}_{out} + \dot{E}_{st} \quad (2.31)$$

en donde, la temperatura de la corriente de aire a una distancia  $y$  de la entrada del captador se asume como  $T_f$ . La temperatura se supone uniforme a través de la sección transversal. En consecuencia, a la salida de la sección  $(y + \delta y)$ , la temperatura media del fluido se determina mediante  $T_f + \frac{dT_f}{dy} \delta y$ . Además, el término de almacenamiento de energía se expresa mediante  $\dot{E}_{st} = (\rho C_p W t_1) \frac{\partial T_f}{\partial t} \delta y$ . Sustituyendo dichas consideraciones en la ec. (2.31), se obtiene:

$$\dot{m} C_p T_f + QW \delta y = \dot{m} C_p \left( T_f + \frac{\partial T_f}{\partial y} \delta y \right) + (\rho C_p W d_2) \frac{\partial T_f}{\partial t} \delta y \quad (2.32)$$

desarrollando,

$$\begin{aligned} \dot{m} C_p T_f + QW \delta y &= \dot{m} C_p T_f + \dot{m} C_p \frac{\partial T_f}{\partial y} \delta y + (\rho C_p W d_2) \frac{\partial T_f}{\partial t} \delta y \\ QW \delta y &= \dot{m} C_p \frac{\partial T_f}{\partial y} \delta y + (\rho C_p W d_2) \frac{\partial T_f}{\partial t} \delta y \end{aligned} \quad (2.33)$$

Asumiendo que el calor útil transferido al aire es uniforme a lo largo de la longitud de la sección captador analizada ( $L$ ), la temperatura media de la salida se puede obtener integrando la ec. (2.33).

$$\begin{aligned} \int_1^2 QW dy &= \int_{in}^{out} \dot{m} C_p \frac{\partial T_f}{\partial y} dy + \int_1^2 (\rho C_p W d_2) \frac{\partial T_f}{\partial t} dy \\ QW \int_1^2 dy &= \dot{m} C_p \int_{in}^{out} \frac{\partial T_f}{\partial y} dy + (\rho C_p W d_2) \frac{\partial T_f}{\partial t} \int_1^2 dy \\ QW (y_2 - y_1) &= \dot{m} C_p (T_{f,out} - T_{f,in}) + (\rho C_p W d_2) \frac{\partial T_f}{\partial t} (y_2 - y_1) \end{aligned}$$

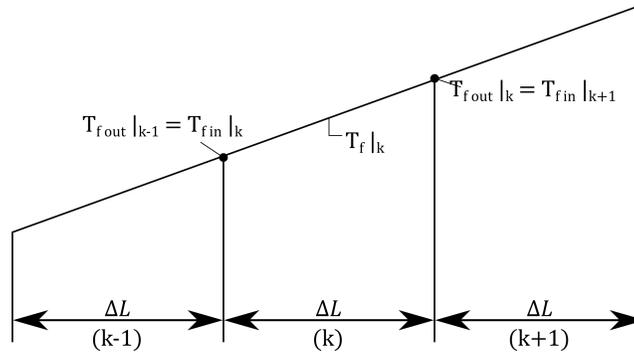
$$QWL = \dot{m}C_p (T_{f,out} - T_{f,in}) + (\rho C_p V)_{f1} \frac{\partial T_f}{\partial t} \quad (2.34)$$

La suposición anterior implica que la temperatura del aire varía linealmente a lo largo del captador (Figura 2.15). Esta suposición es válida para secciones de captador cortas. Por lo tanto, la temperatura media del aire es igual a la media aritmética (2.17).

$$T_f = \frac{T_{fin} + T_{fout}}{2} \quad (2.35)$$

Como se observa en la Figura 2.15 la temperatura del fluido de trabajo a la salida de la sección estudiada ( $T_{fout|k}$ ) será igual a la temperatura inicial de la siguiente sección ( $T_{fin|k+1}$ ). Por lo tanto, la diferencia de temperatura  $T_{fout} - T_{fin}$  se puede expresar en términos de la temperatura del fluido al centro del volumen de control, mediante la ec. (2.36).

$$T_{fout} - T_{fin} = 2(T_f - T_{fin}) \quad (2.36)$$



**Figura 2.15:** Variación lineal de la temperatura del fluido a lo largo del captador

Así, al sustituir la ec. (2.36) en (2.34), se obtiene:

$$QWL = 2\dot{m}C_p (T_f - T_{fin}) + (\rho C_p V)_{f1} \frac{\partial T_f}{\partial t} \quad (2.37)$$

La ec. (2.37) determina el calor útil del fluido de trabajo, por unidad de área, en términos de la temperatura del fluido a la entrada y al centro del volumen de control analizado en estado

transitorio. Por último, se sustituye la ec. (2.37) en (2.29)

$$\begin{aligned}
2\dot{m}C_p (T_{f1} - T_{fin}) + (\rho C_p V)_{f1} \frac{\partial T_{f1}}{\partial t} + Ah_1 (T_{f1} - T_1) &= Ah_2 (T_2 - T_{f1}) \\
Ah_2 (T_2 - T_{f1}) - 2\dot{m}C_p (T_{f1} - T_{fin}) Ah_1 (T_1 - T_{f1}) &= (\rho C_p V)_{f1} \frac{\partial T_{f1}}{\partial t} \\
Ah_2 (T_2 - T_{f1}) - 2\dot{m}C_p (T_{fin} - T_{f1}) Ah_1 (T_1 - T_{f1}) &= (\rho C_p V)_{f1} \frac{\partial T_{f1}}{\partial t} \quad (2.38)
\end{aligned}$$

### 2.3.3. Método completamente implícito

Las ecuaciones 2.27, 2.28 y 2.38 conforman el sistema de ecuaciones que debe ser resuelto para obtener los perfiles de temperatura en los principales del CSA Tipo I (cubierta de vidrio, fluido de trabajo y placa absorbadora). Sin embargo, se observa que el término temporal del lado derecho de las ecuaciones sigue expresado en términos de una derivada parcial con respecto al tiempo. Por lo tanto, se debe realizar una discretización del término temporal mediante la técnica de diferencias finitas, en concreto, se utilizó una **diferencia regresiva o atrasada** como se muestra a continuación:

- Nodo 1 (Cubierta de vidrio):

$$\begin{aligned}
(\rho C_p V)_{f1} \frac{\partial T_{f1}}{\partial t} &= Ah_2 (T_2 - T_{f1}) - 2\dot{m}C_p (T_{fin} - T_{f1}) + Ah_1 (T_1 - T_{f1}) \\
\frac{(\rho C_p V)_g T| - (\rho C_p V)_g T|_0}{\Delta t} &= Ah_2 (T_2 - T_{f1}) - 2\dot{m}C_p (T_{fin} - T_{f1}) \\
&= +Ah_1 (T_1 - T_{f1}) \quad (2.39)
\end{aligned}$$

Se observa que el error de truncamiento para esta aproximación (ec. 2.39) es de primer orden respecto al tiempo, por lo tanto, se requiere pasos de tiempo pequeños para asegurar la exactitud de los resultados. Desarrollando la ec. (2.39),

$$\begin{aligned}
\frac{(\rho C_p V)_g T_1}{\Delta t} - \frac{(\rho C_p V)_g T_1^0}{\Delta t} &= AS_1 + Ah_{r2-1}T_2 - Ah_{r2-1}T_1 + Ah_1T_{f1} - Ah_1T_1 \\
&+ AU_tT_a - AU_tT_1
\end{aligned}$$

dividiendo entre el área de captación ( $A$ ) y reagrupando términos:

$$\left( \frac{\rho_{g1} C_{p,g1} e_{g1}}{\Delta t} + h_1 + h_{r2-1} + U_t \right) T_1 - h_1 T_{f1} - h_{r2-1} T_2 = U_t T_a + S_1 + \frac{\rho_{g1} C_{p,g1} e_{g1}}{\Delta t} T_1^0 \quad (2.40)$$

de manera análoga se obtiene para el Nodo 2 y 3 las siguientes ecuaciones:

- Nodo 2 (Placa absorbadora):

$$-h_{r2-1} T_1 - h_2 T_{f1} + \left( \frac{\rho_{p1} C_{p,p1} e_{p1}}{\Delta t} + h_2 + h_{r2-1} + U_b \right) T_2 = S_2 + U_b T_a + \frac{\rho_{p1} C_{p,p1} e_{p1}}{\Delta t} T_2^0 \quad (2.41)$$

- Nodo 3 (Fluido de trabajo, Aire):

$$-h_1 T_1 + \left( \frac{\rho_{f1} C_{p,f1} d_2}{\Delta t} h_1 + h_2 + \Gamma_1 \right) T_{f1} - h_2 T_2 = \Gamma_1 T_{f1in} + \frac{\rho_{f1} C_{p,f1} d_2}{\Delta t} T_{f1}^0 \quad (2.42)$$

Conviene subrayar que el sistema de ecuaciones se resuelve seleccionando un paso de tiempo  $\Delta t$  posteriormente la solución de  $T$  se reasigna a  $T^0$  y el procedimiento se repite para avanzar en la solución con el siguiente paso de tiempo. Por lo tanto, se debe conocer el perfil de temperatura de todos los componentes en el tiempo  $t = t_0$

### 2.3.4. Matrices para las temperaturas de los captadores solares Tipo I-

#### V

Las ecuaciones (2.40), (2.41) y (2.42) conforman un sistema de 3 ecuaciones con 3 incógnitas o variables de interés ( $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_{f1}$ ), el cual puede ser ordenado de forma matricial como se muestra a continuación:

$$\begin{bmatrix} A_{11} & -h_1 & -h_{r2-1} \\ -h_1 & A_{22} & -h_2 \\ -h_{r2-1} & -h_2 & A_{33} \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} T_1 \\ T_{f1} \\ T_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

donde,

$$\begin{aligned} A_{11} &= \frac{\rho_{g1}C_{p,g1}e_{g1}}{\Delta t} + h_1 + h_{r2-1} + U_t & B_1 &= U_t T_a + S_1 + \frac{\rho_{g1}C_{p,g1}e_{g1}}{\Delta t} T_1^0 \\ A_{22} &= \frac{\rho_{f1}C_{p,f1}d_2}{\Delta t} + h_1 + h_2 + \Gamma_1 & B_2 &= \Gamma_1 T_{f1in} + \frac{\rho_{f1}C_{p,f1}d_2}{\Delta t} T_{f1}^0 \\ A_{33} &= \frac{\rho_{p1}C_{p,p1}e_{p1}}{\Delta t} + h_2 + h_{r2-1} + U_b & B_3 &= S_2 + U_b T_a + \frac{\rho_{p1}C_{p,p1}e_{p1}}{\Delta t} T_2^0 \end{aligned}$$

Se observa que se forma una matriz de  $3 \times 3$  para el captador Tipo I, dicha matriz puede ser utilizada para el captador Tipo 2 realizando ciertas consideraciones en el cálculo de los coeficientes y considerando  $S_2 = 0$ , debido a que la transmitancia ( $\tau$ ) de una superficie sólida se considera igual a cero.

Análogamente, para el captador Tipo III se forma la siguiente matriz de  $4 \times 4$ :

$$\begin{bmatrix} A_{11} & -(h_{nc} + h_{r2-1}) & 0 & 0 \\ -(h_{nc} + h_{r2-1}) & A_{22} & -h_3 & -h_{r2-3} \\ 0 & -h_3 & A_{33} & -h_4 \\ 0 & -h_{r2-3} & -h_4 & A_{44} \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_{f2} \\ T_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \\ B_4 \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

donde,

$$\begin{aligned} A_{11} &= \frac{\rho_{g1}C_{p,g1}e_{g1}}{\Delta t} + h_{nc} + h_{r2-1} + U_t & B_1 &= U_t T_a + S_1 + \frac{\rho_{g1}C_{p,g1}e_{g1}}{\Delta t} T_1^0 \\ A_{22} &= \frac{\rho_{p1}C_{p,p1}e_{p1}}{\Delta t} + h_{nc} + h_3 + h_{r2-1} + h_{r2-3} & B_2 &= S_2 + \frac{\rho_{p1}C_{p,p1}e_{p1}}{\Delta t} T_2^0 \\ A_{33} &= \frac{\rho_{f1}C_{p,f1}d_3}{\Delta t} + h_3 + h_4 + \Gamma_2 & B_3 &= \Gamma_2 T_{f2in} + \frac{\rho_{f1}C_{p,f1}d_3}{\Delta t} T_{f2}^0 \\ A_{44} &= \frac{\rho_{p2}C_{p,p2}e_{p2}}{\Delta t} + h_{r2-3} + h_4 + U_b & B_4 &= U_b T_a + \frac{\rho_{p2}C_{p,p2}e_{p2}}{\Delta t} T_3^0 \end{aligned}$$

Para el captador Tipo IV se forma la siguiente matriz de  $5 \times 5$ :

$$\begin{bmatrix} A_{11} & -h_1 & -h_{r2-1} & 0 & 0 \\ -h_1 & A_{22} & -h_2 & 0 & 0 \\ -h_{r2-1} & -h_2 & A_{33} & -h_3 & -h_{r2-3} \\ 0 & 0 & -h_3 & A_{44} & -h_4 \\ 0 & 0 & -h_{r2-3} & -h_4 & A_{55} \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} T_1 \\ T_{f1} \\ T_2 \\ T_{f2} \\ T_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \\ B_4 \\ B_5 \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

donde,

$$\begin{aligned} A_{11} &= \frac{\rho_{g1} C_{p,g1} e_{g1}}{\Delta t} + h_1 + h_{r2-1} + U_t & B_1 &= U_t T_a + S_1 + \frac{\rho_{g1} C_{p,g1} e_{g1}}{\Delta t} T_1^0 \\ A_{22} &= \frac{\rho_{f1} C_{p,f1} d_2}{\Delta t} + h_1 + h_2 + \Gamma_1 & B_2 &= \Gamma_1 T_{f1in} + \frac{\rho_{f1} C_{p,f1} d_2}{\Delta t} T_{f1}^0 \\ A_{33} &= \frac{\rho_{p1} C_{p,p1} e_{p1}}{\Delta t} + h_2 + h_3 + h_{r2-1} + h_{r2-3} & B_3 &= S_2 + \frac{\rho_{p1} C_{p,p1} e_{p1}}{\Delta t} T_2^0 \\ A_{44} &= \frac{\rho_{f2} C_{p,f2} d_3}{\Delta t} + h_3 + h_4 + \Gamma_2 & B_4 &= \Gamma_2 T_{f2in} + \frac{\rho_{f2} C_{p,f2} d_3}{\Delta t} T_{f2}^0 \\ A_{55} &= \frac{\rho_{p2} C_{p,p2} e_{p2}}{\Delta t} + h_{r2-3} + h_4 + U_b & B_5 &= U_b T_a + \frac{\rho_{p2} C_{p,p2} e_{p2}}{\Delta t} T_3^0 \end{aligned}$$

Por último, Para el captador Tipo V se forma la siguiente matriz de  $6 \times 6$ :

$$\begin{bmatrix} A_{11} & -(h_{nc} + h_{r2-1}) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -(h_{nc} + h_{r2-1}) & A_{22} & -h_1 & -h_{r3-2} & 0 & 0 \\ 0 & -h_1 & A_{33} & -h_2 & 0 & 0 \\ 0 & -h_{r3-2} & -h_2 & A_{44} & -h_3 & -h_{r3-4} \\ 0 & 0 & 0 & -h_3 & A_{55} & -h_4 \\ 0 & 0 & 0 & -h_{r3-4} & -h_4 & A_{66} \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_{f1} \\ T_3 \\ T_{f2} \\ T_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \\ B_4 \\ B_5 \\ B_6 \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

donde,

$$A_{11} = \frac{\rho_{g1} C_{p,g1} e_{g1}}{\Delta t} + h_{nc} + h_{r2-1} + U_t \quad B_1 = U_t T_a + S_1 + \frac{\rho_{g1} C_{p,g1} e_{g1}}{\Delta t} T_1^0$$

$$\begin{aligned}
A_{22} &= \frac{\rho_{g2}C_{p,g2}e_{g2}}{\Delta t} + h_{nc} + h_1 + h_{r2-1} + h_{r3-2} & B_2 &= S_2 + \frac{\rho_{g2}C_{p,g2}e_{g2}}{\Delta t}T_2^0 \\
A_{33} &= \frac{\rho_{f1}C_{p,f1}d_2}{\Delta t} + h_1 + h_2 + \Gamma_1 & B_3 &= \Gamma_1T_{f1in} + \frac{\rho_{f1}C_{p,f1}d_2}{\Delta t}T_{f1}^0 \\
A_{44} &= \frac{\rho_{p1}C_{p,p1}e_{p1}}{\Delta t} + h_2 + h_3 + h_{r3-2} + h_{r3-4} & B_4 &= S_3 + \frac{\rho_{p1}C_{p,p1}e_{p1}}{\Delta t}T_2^0 \\
A_{55} &= \frac{\rho_{f2}C_{p,f2}d_3}{\Delta t} + h_3 + h_4 + \Gamma_2 & B_5 &= \Gamma_2T_{f2in} + \frac{\rho_{f2}C_{p,f2}d_3}{\Delta t}T_{f2}^0 \\
A_{66} &= \frac{\rho_{p2}C_{p,p2}e_{p2}}{\Delta t} + h_{r3-4} + h_4 + U_b & B_6 &= U_bT_a + \frac{\rho_{p2}C_{p,p2}e_{p2}}{\Delta t}T_3^0
\end{aligned}$$

En general, las matrices (2.43), (2.44), (2.45) y (2.46) pueden ser expresadas de la siguiente forma:

$$[A] \cdot [T] = [B] \quad (2.47)$$

El vector de la temperatura promedio puede ser resuelto por medio de la inversión de matriz usando paquetes de cómputo comerciales. Sin embargo, en el presente trabajo la solución del sistema de ecuaciones se obtendrá mediante el desarrollo de un código numérico realizado en FORTRAN conformado por subrutinas independientes.

Para el cálculo de la mayoría de los coeficientes que aparecen en las matrices anteriormente mostradas se emplearon las correlaciones utilizadas por Ong (1995a).

## 2.4. Coeficientes de transferencia de calor y coeficientes globales de pérdidas

Para resolver las matrices resultantes, se deben calcular en primer lugar los coeficientes de transferencia de calor radiativo, convectivo y pérdidas globales que están involucrados en dichas matrices. Las correlaciones que se usaron se describen en esta sección y fueron empleadas por Ong (1995a).

1. Coeficiente de transferencia de calor por convección debido al viento ( $h_w$ ), obtenida por Watmuff *et al.* (1977).

$$h_w = 2.8 + 3.3V \quad (2.48)$$

2. Coeficiente de transferencia de calor por convección debido al viento ( $h_w$ ), obtenida por Mac Adams (1954).

$$h_w = 5.7 + 3.8V \quad (2.49)$$

3. Temperatura de la Bóveda celeste.

$$T_{sky} = 0.0552T_a^{1.5} \quad (2.50)$$

4. Coeficiente de transferencia de calor por radiación desde la superficie superior hacia la bóveda celeste  $h_{r,s}$ . El coeficiente radiativo de transferencia de calor desde la superficie superior hacia la bóveda celeste con referencia a la temperatura ambiente ( Duffie y Beckman, 2013) se determina de la siguiente ecuación.

$$h_{r,s} = \frac{\sigma \varepsilon (T_1 + T_{sky}) (T_1^2 + T_{sky}^2) (T_1 - T_{sky})}{(T_1 - T_a)} \quad (2.51)$$

5. Coeficiente de transferencia de calor por radiación  $h_{r,2-1}$ . El coeficiente de transferencia de calor por radiación desde la placa absorbadora hacia la cubierta ( Duffie y Beckman, 2013) se determina por:

$$h_{r,2-1} = \frac{\sigma (T_2^2 + T_1^2) (T_2 + T_1)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} \quad (2.52)$$

6. Coeficiente de transferencia de calor por radiación  $h_{r,2-3}$ . El coeficiente de transferencia de calor por radiación entre las placas 2-3 se calcula de la misma forma que para el coeficiente  $h_{r,2-1}$ , a partir de:

$$h_{r,2-3} = \frac{\sigma (T_3^2 + T_2^2) (T_3 + T_2)}{\frac{1}{\varepsilon_3} + \frac{1}{\varepsilon_4} - 1} \quad (2.53)$$

7. Coeficiente global de pérdidas de calor  $U_t$  referido a la parte superior del captador solar

de aire se puede determinar mediante:

$$U_t = h_w + h_{rs} \quad (2.54)$$

8. Coeficiente de pérdidas de calor inferior  $U_b$ . El coeficiente global de pérdidas de calor por la parte inferior está dado por:

$$U_b = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{x_{bi}}{k_{bi}} + \frac{1}{h_w}} \quad (2.55)$$

9. Flujos de calor absorbidos para una sola cubierta de vidrio.

El flujo de calor absorbido de la radiación solar por la cubierta de vidrio está dado por la siguiente ecuación:

$$S_1 = \alpha_1 G \quad (2.56)$$

Para el flujo de calor de la radiación solar absorbido por la placa absorbidora del captador solar de aire es:

$$S_2 = \tau_g \alpha_2 G \quad (2.57)$$

10. Flujos de calor absorbidos para dos cubiertas de vidrio.

El flujo de calor absorbido de la radiación solar por la cubierta de vidrio está dado por la siguiente ecuación:

$$S_1 = \alpha_1 G \quad (2.58)$$

Para el flujo de calor de la radiación solar absorbido por la segunda cubierta de vidrio del CSA es:

$$S_2 = \tau_g \alpha_1 G \quad (2.59)$$

Para el flujo de calor de la radiación solar absorbido por la placa absorbidora del captador solar de aire es:

$$S_2 = \tau_g^2 \alpha_2 G \quad (2.60)$$

11. Coeficiente de transferencia de calor por convección natural  $h_{nc}$ . Para obtener el coeficiente de transferencia de calor por convección natural entre dos placas inclinadas, (Hollands *et al.* 1976), recomiendan una relación que da el número de Nusselt como una función  $Ra \cos \psi$  y  $\psi$ , en el rango de  $0 < Ra < 10^5$  y  $0^\circ < \psi < 60^\circ$ .

$$Nu_{nc} = 1 + 1.44 \left[ 1 - \frac{1708 (\sin 1.8\psi)^{1.6}}{Ra \cos \psi} \right] \left[ 1 - \frac{1708}{Ra \cos \psi} \right]^+ + \left[ \left( \frac{Ra \cos \psi}{5830} \right)^{\frac{1}{3}} - 1 \right]^+ \quad (2.61)$$

Donde el número de Rayleigh esta dado por:

$$Ra = Gr \cdot Pr = \frac{g\beta\Delta T D_h^3}{\nu\alpha} \quad (2.62)$$

el coeficiente de expansión volumétrica se define como:

$$\beta = \frac{2}{T_1 + T_2} \quad (2.63)$$

El significado del exponente + en la ecuación (2.61) es, que solamente valores positivos de los términos en los corchetes cuadrados van a ser usados (es decir, use cero si el término es negativo). El diámetro hidráulico  $D_h$  de la ec. (2.61) se refiere a la distancia de separación entre las placas.

12. Coeficientes de transferencia de calor por convección forzada entre placas paralelas  $h_1, h_2, h_3, h_4$ .

En la región laminar para un número de Reynolds menor de 2300, se usa la siguiente ecuación para determinar el número de Nusselt para flujo laminar entre dos placas planas paralelas con un lado aislado y el otro sujeto a un flujo de calor constante se utiliza la correlación empírica de Heaton *et al.* 1964.

$$Nu = Nu_\infty + \frac{a [RePr \left(\frac{D_h}{L}\right)]^m}{1 + b [RePr \left(\frac{D_h}{L}\right)]^n} \quad (2.64)$$

Donde la constante  $a = 0.00190$ ,  $b = 0.00563$ ,  $m = 1.71$ ,  $n = 1.17$  y  $Nu_\infty = 5.4$  para el número de Prandtl,  $Pr = 0.7$ .

En la región de flujo en transición, Reynolds mayor de 2300 y menor de 10000, se empleó la correlación empírica de Hausen dada en 1943 para un número de Nusselt promedio entre el principio de la sección calentada y la posición final del captador.

$$Nu = 0.116 (Re^{2/3} - 125) Pr^{1/3} \times \left[ 1 + \left( \frac{D_h}{L} \right)^{2/3} \right] \left( \frac{Nu_f}{Nu_w} \right)^{0.14} \quad (2.65)$$

El número de Prandtl se puede determinar por medio de la siguiente ecuación:

$$Pr = \frac{C_p \mu}{k} \quad (2.66)$$

Para la región turbulenta, Reynolds mayor de 10000, se empleó la siguiente ecuación, (Nusselt, 1931):

$$Nu = 0.036 Re^{0.8} Pr^{1/3} \left( \frac{D_h}{L} \right)^{0.055} \quad (2.67)$$

Para flujos entre placas planas paralelas, el diámetro equivalente  $D_h$  es dos veces la separación entre placas. Las longitudes ( $L$ ) que se muestran en las ecuaciones (2.64), (2.65) y (2.67) cambiará a lo largo de la longitud del captador, correspondientes a la evaluación del número de Nusselt al centro del volumen de control. Los coeficientes de transferencia de calor por convección forzada se obtienen despejando los mismos de la definición del Número de Nusselt:

$$h_i = \frac{Nu \cdot k}{D_h} \quad (2.68)$$

## 2.5. Cálculo de eficiencia instantánea

La eficiencia de colección de calor instantánea del primer flujo de aire para el captador de longitud  $L$  está definido por:

$$\eta_1 = \frac{\dot{m}C_p (T_{f1,o} - T_a)}{HWL} \quad (2.69)$$

Para el segundo flujo de aire, si es que se considera, está definido por:

$$\eta_2 = \frac{\dot{m}C_p (T_{f2,o} - T_a)}{HWL} \quad (2.70)$$

Para los CSA Tipo IV y V, la eficiencia combinada de colección total, se obtiene al sumar las eficiencias individuales de los flujos de aire 1 y 2, y esta dada por:

$$\eta_c = \eta_1 + \eta_2 \quad (2.71)$$

## 2.6. Propiedades físicas del aire

Las correlaciones de las propiedades físicas del aire que fueron consideradas para la *Validación y Verificación* de los CSA Tipo I-IV fueron la propuestas por Ong (1995a). El autor estimó que las propiedades físicas del aire varían linealmente con la temperatura debido al intervalo de temperatura típico en el que operan los CSA ( $30 - 100^\circ\text{C}$ ). De este modo expresa estas propiedades como:

- *Viscosidad dinámica:*

$$\mu [1.983 + +0.00184 (T_f - 27)] \times 10^{-5} \quad (2.72)$$

- *Densidad:*

$$\rho = 1.1774 - 0.00359 (T_f - 27) \quad (2.73)$$

- *Conductividad térmica:*

$$k = 0.02624 + 0.0000758 (T_f - 27) \quad (2.74)$$

- *Calor específico:*

$$C_p = [1.0057 + 0.000066 (T_f - 27)] \times 10^3 \quad (2.75)$$

Sin embargo, en el presente trabajo se proponen nuevas correlaciones para estimar las *propiedades físicas del aire* con un mayor nivel de exactitud, al mejorar el coeficiente de correlación ( $R^2$ ) de las funciones propuestas por Ong (1995a), para ello se siguió una metodología similar a la mostrada en el Apéndice A en donde se muestra el desarrollo de un modelo polinomial para predecir una variable de interés. Por lo tanto, se obtuvieron nuevas correlaciones de las propiedades del aire con su respectiva varianza para el intervalo de temperaturas en el que fueron calculadas, es decir, de  $-40$  a  $120^\circ\text{C}$  dado que aunque se presenten condiciones extremas el CSA operará dentro de ese intervalo de temperatura, incluso en un intervalo más reducido.

En primer lugar, se debe destacar que la base de datos experimentales de las propiedades del aire fueron tomadas de la *Tabla A-9* mostrada en Cengel y Cimbala (2006), la cual presenta diversas propiedades del aire a 1 atm de presión, en un intervalo de temperatura de  $-150$  a  $2000^\circ\text{C}$ . De la fuente antes mencionada fueron extraídos los valores experimentales de la *densidad, viscosidad dinámica, conductividad térmica y calor específico* en el intervalo de temperaturas especificado.

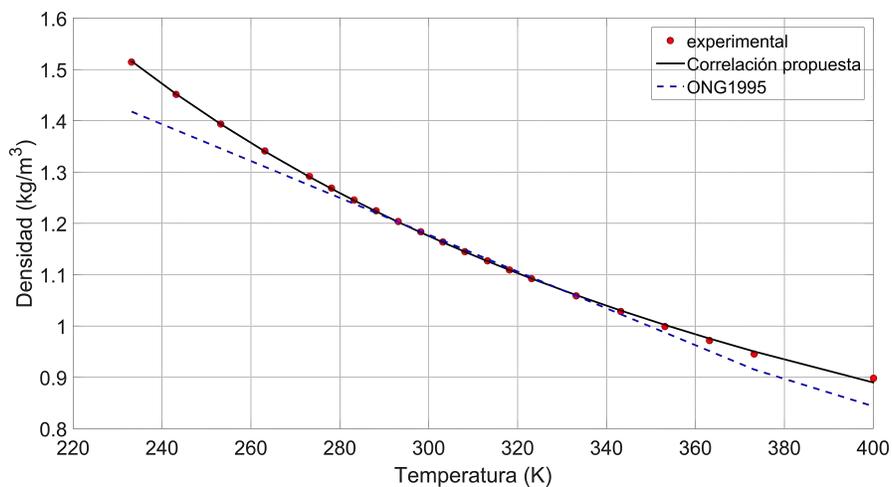
A continuación, se presentan las correlaciones para cada una de las propiedades del aire de interés. Así, la mejor correlación encontrada para la **Densidad** se muestra en la ec. (2.76), la cual tiene un coeficiente de correlación  $R^2 = 0.9997$  y una desviación estándar

$$\sigma = \pm 0.0026072.$$

$$\rho = 0.1619315 + 715.2863855T^{-1.15} \quad (2.76)$$

donde la temperatura ( $T$ ) se encuentra en Kelvin.

En la Figura 2.16 se muestran los datos experimentales de la densidad, así como los valores obtenidos al utilizar la correlación expuesta por Ong (1995a) (ec. 2.73) y la correlación propuesta en el presente trabajo (ec. 2.76). Se observa, que si bien la correlación propuesta por Ong (1995a) tiene un buen nivel de aproximación en un intervalo de 290 a 330 K, fuera de este intervalo presenta desviaciones significativas con respecto a los valores experimentales. Esto no ocurre al utilizar la correlación propuesta (ec. 2.76) dado que a lo largo del dominio de temperaturas analizado el valor estimado por dicha correlación es prácticamente el valor experimental, lo anterior concuerda con el alto coeficiente de correlación presentado por dicha función.



**Figura 2.16:** Correlación para la Densidad del aire a 1 atm de presión

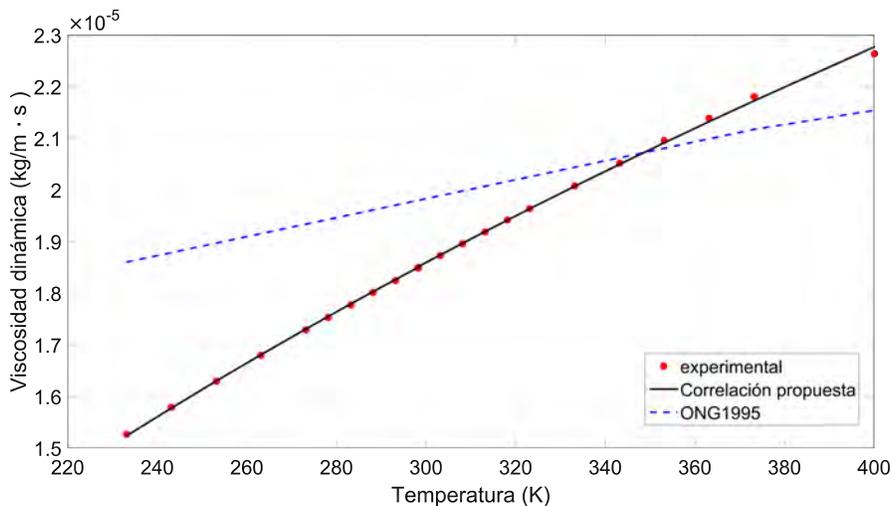
De manera análoga se obtuvieron las demás correlaciones para las otras propiedades del aire. En este sentido, la mejor correlación encontrada para la **Viscosidad dinámica** se muestra en la ec. (2.77), la cual tiene un coeficiente de correlación  $R^2 = 0.9995$  y una desviación

estándar  $\sigma = \pm 0.000000043466$ .

$$\mu = -0.000023411087657 + 0.000006394496773T^{0.33} \quad (2.77)$$

donde la temperatura ( $T$ ) se encuentra en Kelvin.

En la Figura 2.17 se muestran los datos experimentales de la viscosidad, así como los valores obtenidos al utilizar la correlación expuesta por Ong (1995a) (ec. 2.72) y la correlación propuesta en el presente trabajo (ec. 2.77). Se observa, que la correlación propuesta por Ong (1995a) presenta desviaciones significativas con respecto a los valores experimentales en todo el intervalo de temperaturas analizado, por lo cual se debe descartar como una buena aproximación de la viscosidad dinámica. Esto no ocurre al utilizar la correlación propuesta (ec. 2.77) dado que a lo largo del dominio de temperaturas analizado el valor estimado por dicha correlación es prácticamente el valor experimental, lo anterior concuerda con el alto coeficiente de correlación presentado por dicha función.



**Figura 2.17:** Correlación para la Viscosidad dinámica del aire a 1 atm de presión

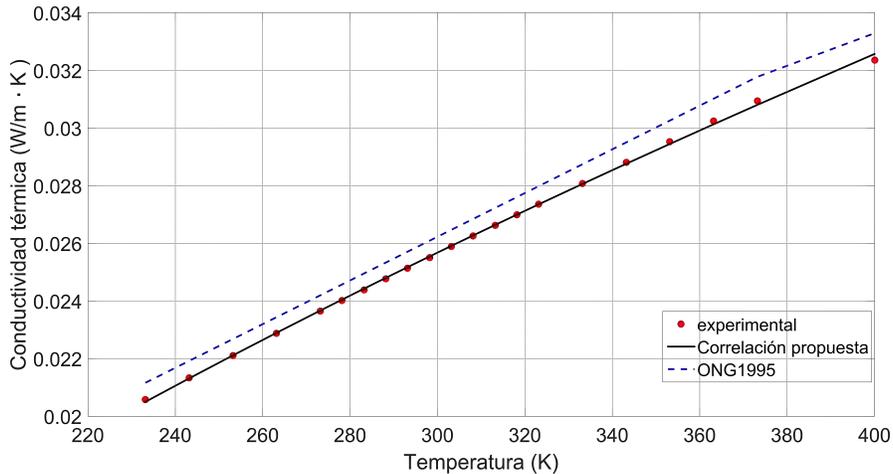
Así mismo, la mejor correlación encontrada para la **Conductividad térmica** se muestra en la ec. (2.78), la cual tiene un coeficiente de correlación  $R^2 = 0.9994$  y una desviación estándar

$$\sigma = \pm 0.000075307321.$$

$$k = -0.012999432 + 0.0014979685T^{0.57} \tag{2.78}$$

donde la temperatura ( $T$ ) se encuentra en Kelvin.

En la Figura 2.18 se muestran los datos experimentales de la conductividad térmica, así como los valores obtenidos al utilizar la correlación expuesta por Ong (1995a) (ec. 2.74) y la correlación propuesta en el presente trabajo (ec. 2.78). Se observa, que la correlación propuesta por Ong (1995a) presenta una ligera desviación con respecto a los valores experimentales en todo el intervalo de temperaturas analizado por lo cual si bien puede dar una idea general del comportamiento de la conductividad térmica del aire no puede considerarse como una buena aproximación. Esto no ocurre al utilizar la correlación propuesta (ec. 2.78) dado que a lo largo del dominio de temperaturas analizado el valor estimado por dicha correlación es prácticamente el valor experimental, lo anterior concuerda con el alto coeficiente de correlación presentado por dicha función.



**Figura 2.18:** Correlación para la Conductividad Térmica del aire a 1 atm de presión

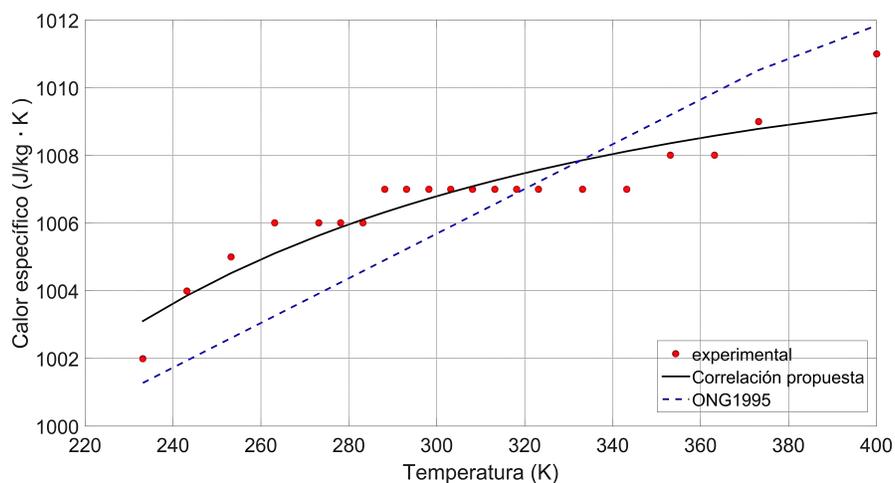
Por último, la mejor correlación encontrada para el **Calor específico** se muestra en la ec. (2.79), la cual tiene un coeficiente de correlación  $R^2 = 0.8503$  y una desviación estándar

$$\sigma = \pm 0.70033348.$$

$$C_p = 1012.422382422 - 506448.928597038T^{-2} \quad (2.79)$$

donde la temperatura ( $T$ ) se encuentra en Kelvin.

En la Figura 2.19 se muestran los datos experimentales del calor específico, así como los valores obtenidos al utilizar la correlación expuesta por Ong (1995a) (ec. 2.75) y la correlación propuesta en el presente trabajo (ec. 2.79). Se observa, que la correlación propuesta por Ong (1995a) presenta grandes desviaciones con respecto a los valores experimentales en todo el intervalo de temperaturas analizado por lo cual si bien puede dar una idea general del comportamiento del calor específico del aire no puede considerarse como una buena aproximación. En este sentido, al utilizar la correlación propuesta (ec. 2.79) se obtiene una mejor aproximación a los valores experimentales. Sin embargo, dada la poca resolución de los datos experimentales, en ciertos puntos parece que el  $C_p$  permanece constante, lo cual es erróneo dado que el calor específico debe cambiar a medida que lo hace la temperatura, dicho efecto no se aprecia porque los autores no capturaron suficientes números después del punto decimal, ocasionando que la correlación no se apegue tanto al comportamiento real del  $C_p$ .



**Figura 2.19:** Correlación para el Calor específico del aire a 1 atm de presión

---

---

## 2.7. Diagramas de flujo en estado permanente y transitorio

Para obtener la solución de los sistemas de ecuaciones algebraicas en estado permanente obtenidos para cada uno de los Tipos de captadores analizados en el presente trabajo se desarrollaron 5 códigos numéricos en lenguaje de programación FORTRAN. En la Figura 2.20a se muestra el diagrama de flujo general correspondiente a los códigos en estado permanente.

En general, los códigos numéricos realizados para obtener el perfil de temperatura de los captador Tipo I-V en estado permanente siguen los siguientes pasos. En primer lugar, se realiza una declaración de variables donde se establece que se trabajará con variables de doble precisión, además se reserva un espacio en la memoria del equipo para ser utilizadas posteriormente. En segundo lugar, se realiza una declaración de variables, en donde se establecen las dimensiones del captador, las propiedades térmicas y ópticas de los materiales utilizados, flujos mássicos, valores de operación, etcétera. A continuación, se genera la malla espacial utilizando el número de nodos previamente definido. En tercer lugar, se propone un perfil de temperaturas adivinado para la primer iteración. Posteriormente, se establece que se empezarán a realizar cálculos para la primera sección del captador  $k = 1$ . Seguidamente, se realiza el cálculo de las propiedades del fluido de trabajo utilizando la temperatura adivinada. Luego, se realiza el cálculo de todos los coeficientes de transferencia de calor involucrados en el sistema para posteriormente realizar una matriz de coeficientes la cual alimentará al solver utilizado, que para el programa desarrollado es el método de Jacobi sin relajación. Posteriormente, se genera un proceso iterativo, donde las nuevas temperaturas calculadas se comparan con las temperaturas previas. El proceso iterativo se repite hasta cumplir con un criterio de convergencia de  $0.01^{\circ}\text{C}$ , cuando se alcanza el criterio de convergencia se realiza un guardado de las temperaturas ya convergidas y se considera la siguiente sección. Para ello, se establece que la temperatura del fluido de trabajo a la salida de la sección ya convergida será igual a la temperatura del fluido de trabajo a la entrada de la sección analizada. El proceso iterativo se repite hasta terminar con el cálculo de las temperaturas de cada

---

---

una de las secciones consideradas del captador solar. Por último, se realiza el cálculo de la eficiencia del captador y se imprimen las temperatura obtenidas en un archivo .DAT.

A su vez, para obtener la solución de los sistemas de ecuaciones algebraicas obtenidos para los captadores solares de aire Tipo I-V en estado transitorio se desarrollaron 5 códigos numéricos en lenguaje de programación FORTRAN. En la Figura 2.20b se muestra el diagrama de flujo general correspondiente a los códigos en estado transitorio.

Así, los códigos numéricos desarrollado para los CSA Tipo I-V en estado transitorio siguen los mismos paso mencionados anteriormente para el estado permanente. Sin embargo, existen ciertas consideraciones que se deben tener en cuenta; en primer lugar, se debe definir el paso de tiempo que se utilizará ( $\Delta t$ ), además de ciertos criterios de convergencia para determinar si se alcanzó el estado permanente o bien para establecer un tiempo máximo de análisis. En segundo lugar, se debe conocer el perfil de temperaturas en el los fluidos de trabajo, la cubierta de vidrio, la placa absorbedora y la cubierta inferior en todo el captador para el tiempo inicial  $t = t_0$ . Posteriormente, se realiza un la división de la geometría del captador en el número de secciones previamente definido, es decir, se genera la malla computacional. A continuación, se propone un perfil de temperaturas adivinado para la primer iteración. Posteriormente, se establece que se empezarán a realizar cálculos para el primer tiempo  $t = t_1$ , a su vez se cargan los datos meteorológicos proporcionados por la CONAGUA. A continuación, se realizan los pasos del tercero al último mostrados en el diagrama de flujo general para los códigos desarrollados de los CSA en estado permanente. Por último, se inicia un proceso iterativo hasta alcanzar alguno de los criterios de convergencia temporal establecidos anteriormente.

En resumen, en el presente capítulo se presentaron los modelos físicos de los captadores solar de aire más comunes presentes en la literatura, es decir, de uno y dos canales. Los modelos matemáticos se desarrollaron en estado permanente y en estado transitorios en una

dimensión (1D), utilizando la técnica de balances globales de energía. En la siguiente sección se muestra una verificación y validación de los códigos numéricos desarrollados con los resultados presentados en la literatura.

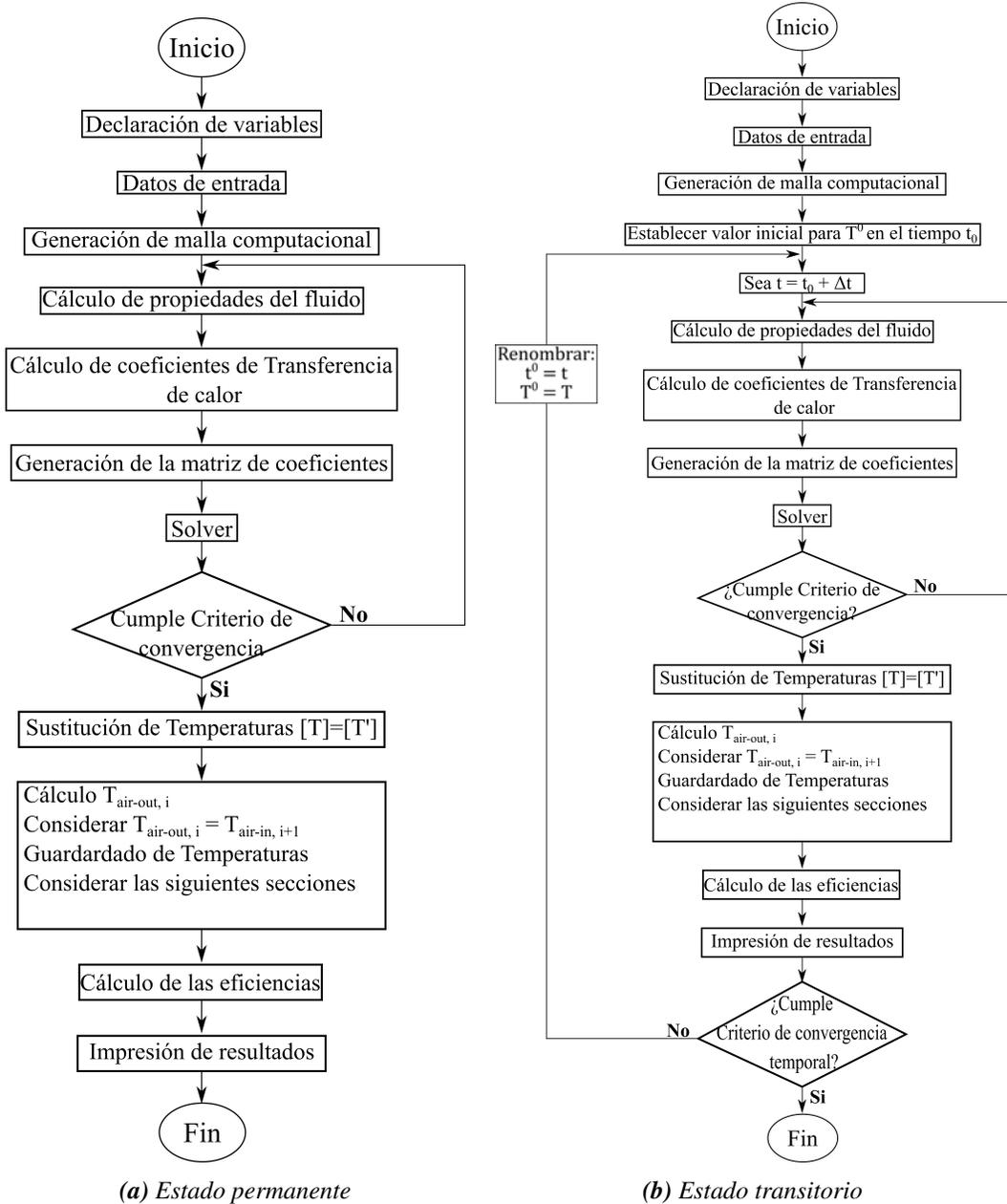


Figura 2.20: Driagrama de flujo general para los CSA

## CAPÍTULO 3

---

### Verificación y validación de los códigos numéricos desarrollados

---

En este capítulo se muestra la verificación y validación de los códigos numéricos desarrollados para los CSA Tipo I-IV en estado permanente. En particular, los códigos numéricos se verificaron con los resultados teóricos presentados por Ong (1995a), además, se validaron utilizando los resultados experimentales recopilados y presentados por Ong (1995b).

### 3.1. Verificación con el trabajo de Ong (1995a)

En esta sección se realizó una verificación tanto cualitativa como cuantitativa de los resultados obtenidos con los códigos numéricos desarrollados y los resultados mostrados por Ong (1995a). El objetivo de la verificación y validación de resultados es obtener un código numérico confiable que pueda ser modificado para obtener resultados en estado transitorio.

#### 3.1.1. Verificación cualitativa

En primer lugar, se realizó una verificación cualitativa de los resultados teóricos de los códigos desarrollados en el presente trabajo con los resultados teóricos reportados por Ong (1995a) para los CSA Tipo I-IV. En la Tabla 3.1 se muestran una serie de parámetros asumidos para las simulaciones realizadas por Ong (1995a), se observa que para las 4 configuraciones permanecieron constante la intensidad de radiación ( $H = 700 \text{ W/m}^2$ ), la temperatura ambiente ( $T_a = 27^\circ\text{C}$ ), velocidad del viento ( $V = 1.0 \text{ m/s}$ ), además se utilizaron dos flujos máscicos de  $0.04 \text{ kg/s}$  y de  $0.4 \text{ kg/s}$  correspondientes a un número de Reynolds de 4,000 y 40,000 respectivamente.

*Tabla 3.1: Lista de parámetros considerados por Ong (1995a) en las simulaciones*

Tipo de captador	Intensidad de Radiación $H \text{ (W/m}^2\text{)}$	Temperatura ambiente $T_a \text{ (}^\circ\text{C)}$	Velocidad del viento $V \text{ (m/s)}$	Flujo de aire Canal 1 $m_1 \text{ (kg/s)}$	Flujo de aire Canal 2 $m_2 \text{ (kg/s)}$
1	700	27	1.0	0.04	0.00
1	700	27	1.0	0.40	0.00
2	700	27	1.0	0.04	0.00
2	700	27	1.0	0.40	0.00
3	700	27	1.0	0.00	0.04
3	700	27	1.0	0.00	0.40
4	700	27	1.0	0.04	0.04
4	700	27	1.0	0.40	0.40

De este modo, en la Figura 3.1 se muestran los perfiles de temperatura teóricos en la cubierta de vidrio ( $T_{glass}$ ), la placa absorbadora ( $T_{absorber}$ ) y el fluido de trabajo ( $T_{air1}$ ). Así, como la

eficiencia térmica a lo largo de la longitud del captador Tipo I para un número de Reynolds  $Re = 4,000$ . Se observa que cualitativamente la tendencia de los perfiles de temperatura es similar al comparar los resultados obtenidos mediante el código desarrollado en el presente trabajo (Figura 3.1a) y los resultados reportados por Ong (1995a) (Figura 3.1b). Además, se observa que los valores puntuales en cada nodo son semejantes.

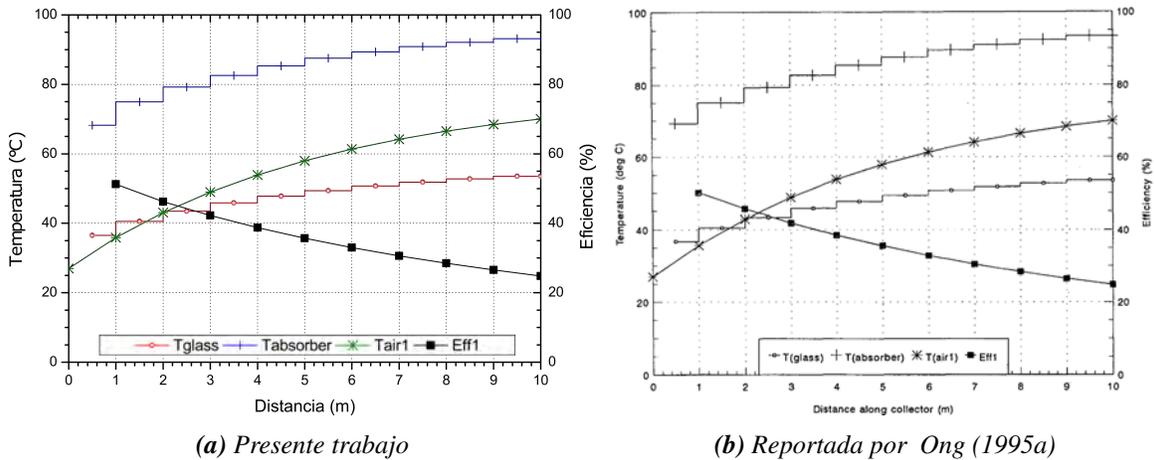


Figura 3.1: Variación de las temperaturas teóricas a lo largo del captador Tipo I para un  $Re = 4,000$

Por otra parte, en la Figura 3.2 se muestran los perfiles de temperatura teóricos y la eficiencia térmica a lo largo de la longitud del captador Tipo I para un número de Reynolds  $Re = 40,000$ . Se observa que cualitativamente los resultados obtenidos mediante el código numérico desarrollado (Figura 3.2a) son similares a los resultados reportados por Ong (1995a) (Figura 3.2b), debido a que los valores puntuales en cada nodo son semejantes. Lo anterior se comprobará de manera detallada en la verificación cuantitativa.

De manera similar, se presenta un análisis cualitativo del captador Tipo II para un número de Reynolds  $Re = 4,000$ . Así, en la Figura 3.3 se muestran los perfiles de temperatura teóricos en la placa absorbadora ( $T_{absorber}$ ), la cubierta inferior ( $T_{bottom}$ ) y el fluido de trabajo ( $T_{air1}$ ); así como la eficiencia térmica a lo largo de la longitud del captador Tipo II.

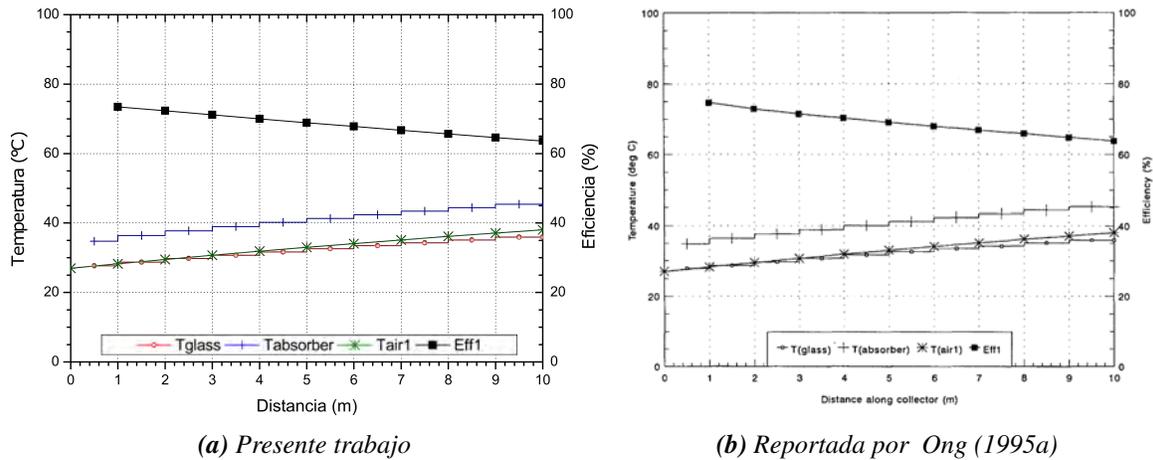


Figura 3.2: Variación de las temperaturas teóricas a lo largo del captador Tipo I para un  $Re = 40,000$

Por lo tanto, se muestra una verificación cualitativa de los perfiles de temperatura obtenidos mediante el código desarrollado en el presente trabajo (Figura 3.3a) y los resultados reportados por Ong (1995a) (Figura 3.3b). Se observa que la tendencia de los perfiles de temperatura es similar en ambos casos, además se aprecia que los valores puntuales en cada nodo son semejantes.

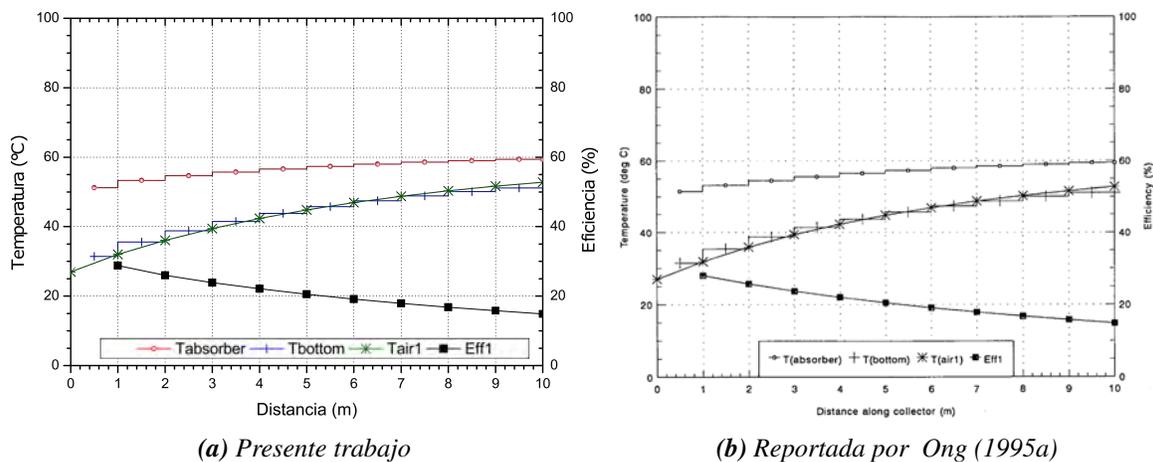
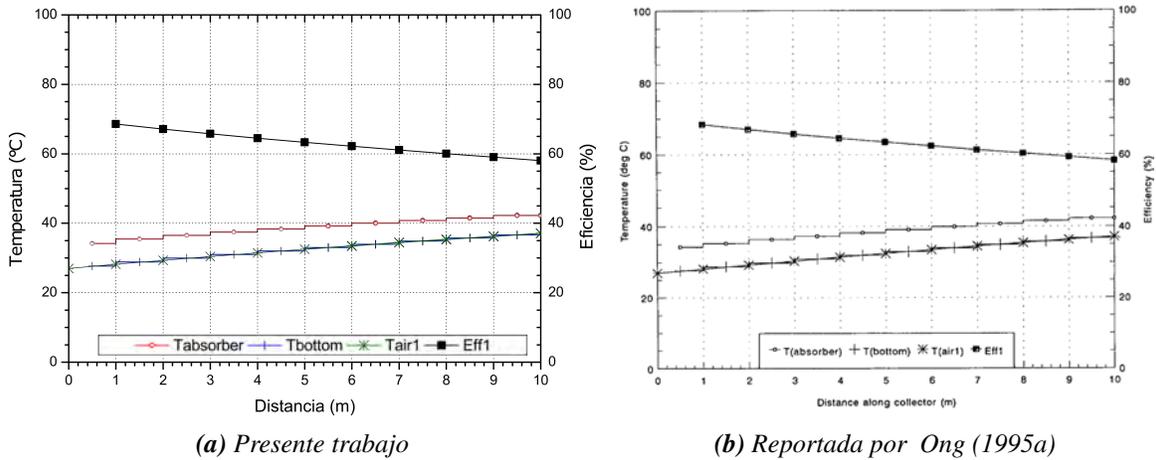


Figura 3.3: Variación de las temperaturas teóricas a lo largo del captador Tipo II para un  $Re = 4,000$

Posteriormente, en la Figura 3.4 se muestran los perfiles de temperatura teóricos y la efi-

ciencia térmica a lo largo de la longitud del captador Tipo II para un número de Reynolds  $Re = 40,000$ . En este sentido, se observa que cualitativamente los resultados obtenidos mediante el código numérico desarrollado (Figura 3.4a) son similares a los resultados reportados por Ong (1995a) (Figura 3.4b), debido a que los valores puntuales en cada nodo son semejantes.



**Figura 3.4:** Variación de las temperaturas teóricas a lo largo del captador Tipo II para un  $Re = 40,000$

Así mismo, para realizar la verificación cualitativa del código numérico desarrollado para el captador Tipo III, en la Figura 3.5 se muestran los perfiles de temperatura teóricos en la cubierta de vidrio ( $T_{glass}$ ), la placa absorbadora ( $T_{absorber}$ ), la cubierta inferior ( $T_{bottom}$ ), y el fluido de trabajo ( $T_{air2}$ ). Así, como la eficiencia térmica a lo largo de la longitud del captador Tipo III para un número de Reynolds  $Re = 4,000$ . Por lo tanto, se muestra una verificación cualitativa de los perfiles de temperatura obtenidos mediante el código desarrollado en el presente trabajo (Figura 3.5a) y los resultados reportados por Ong (1995a) (Figura 3.5b). Se observa que los resultados reportados por Ong (1995a) muestran un comportamiento ilógico, a la salida del captador (10 m), en la temperatura reportada para el fluido de trabajo debido a que se tiene una temperatura inferior que en el nodo anterior. Por otra parte, los resultados del código desarrollado muestran un tendencia más razonable debido a que la tendencia de la temperatura del fluido de trabajo es ir aumentando conforme este avanza en la longitud del

captador.

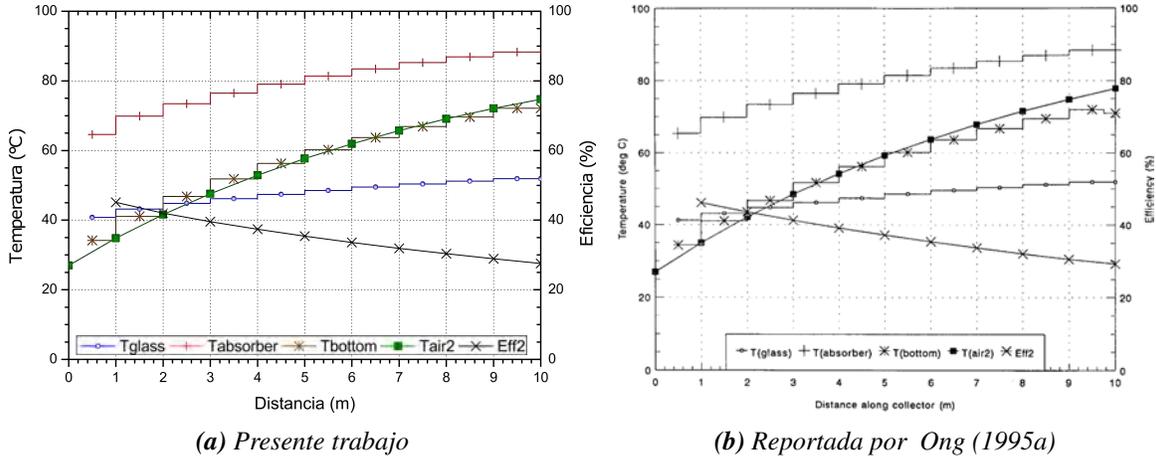


Figura 3.5: Variación de las temperaturas teóricas a lo largo del captador Tipo III para un  $Re = 4,000$

Análogamente, en la Figura 3.6 se muestran los perfiles de temperatura teóricos y la eficiencia térmica a lo largo de la longitud del captador Tipo III para un número de Reynolds  $Re = 40,000$ . Se observa que cualitativamente los resultados obtenidos mediante el código numérico desarrollado (Figura 3.6a) son similares a los resultados reportados por Ong (1995a) (Figura 3.6b), debido a que los valores puntuales en cada nodo son semejantes.

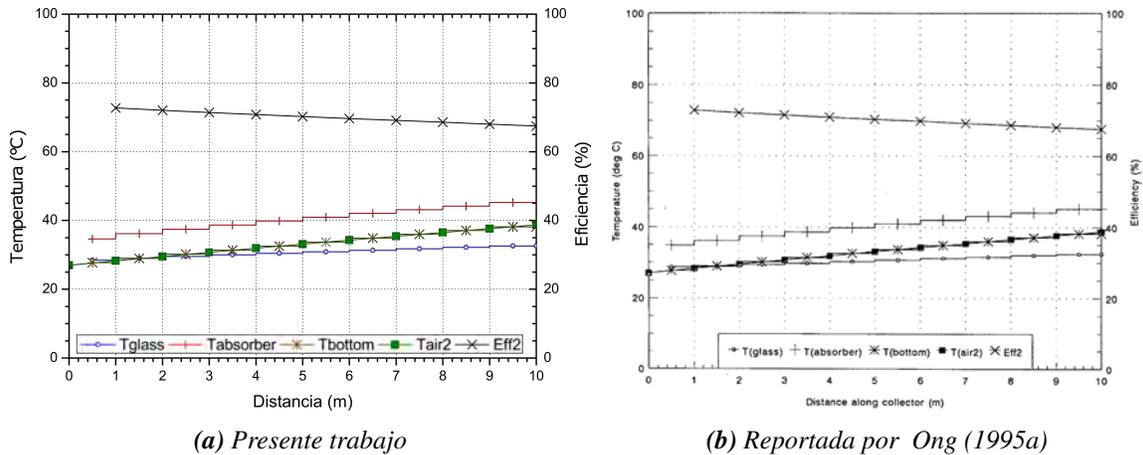


Figura 3.6: Variación de las temperaturas teóricas a lo largo del captador Tipo III para un  $Re = 40,000$

Posteriormente, en la Figura 3.7 se muestran los perfiles de temperatura teóricos en la cubierta

de vidrio ( $T_{glass}$ ), la placa absorbedora ( $T_{absorber}$ ), la cubierta inferior ( $T_{bottom}$ ), y los fluidos de trabajo ( $T_{air1}$ ,  $T_{air2}$ ). Así, como la eficiencia térmica a lo largo de la longitud del captador Tipo IV para un número de Reynolds  $Re = 4,000$ . Por lo tanto, se muestra una verificación cualitativa de los perfiles de temperatura obtenidos mediante el código desarrollado en el presente trabajo (Figura 3.7a) y los resultados reportados por Ong (1995a) (Figura 3.7b). Se observa que la tendencia de los perfiles de temperatura es similar en ambos casos, además se aprecia que los valores puntuales en cada nodo son semejantes.

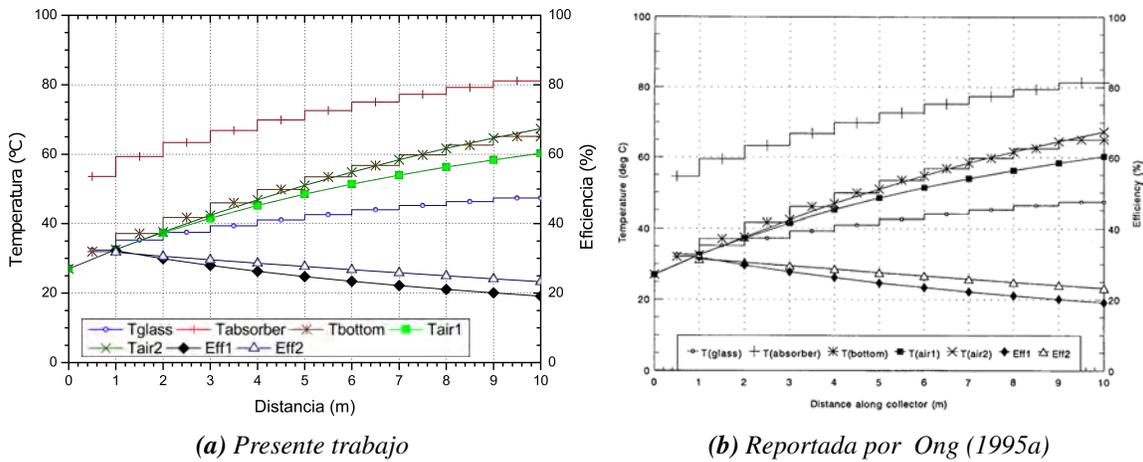


Figura 3.7: Variación de las temperaturas teóricas a lo largo del captador Tipo IV para un  $Re = 4,000$

Finalmente, en la Figura 3.8 se muestran los perfiles de temperatura teóricos y la eficiencia térmica a lo largo de la longitud del captador Tipo III para un número de Reynolds  $Re = 40,000$ . Se observa que cualitativamente los resultados obtenidos mediante el código numérico desarrollado (Figura 3.8a) son similares a los resultados reportados por Ong (1995a) (Figura 3.8b), debido a que los valores puntuales en cada nodo son semejantes. Lo anterior se comprobará de manera detallada en la verificación cuantitativa.

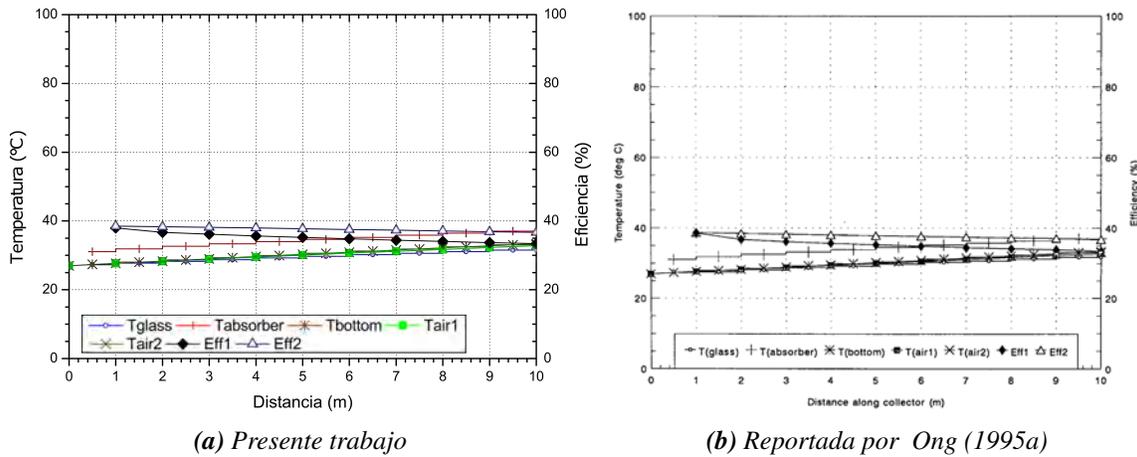


Figura 3.8: Variación de las temperaturas teóricas a lo largo del captador Tipo IV para un  $Re = 40,000$

Por lo tanto, una vez realizada la verificación cualitativa se puede concluir que los códigos numéricos desarrollados son confiables dado que reproducen perfectamente los resultados mostrados en la literatura, que fueron previamente aprobado por un comité científico.

### 3.1.2. Verificación cuantitativa

A continuación, se presenta una verificación cuantitativa de los resultados obtenidos mediante los códigos numéricos desarrollados y los reportados por Ong (1995a). En particular, se muestran los *Errores relativos* entre ambos resultados a lo largo de la longitud de los CSA Tipo I-IV. Recordando, el *Error relativo porcentual* esta definido por la ec. (3.1).

$$\epsilon = \frac{|Valor\ medido - Valor\ real|}{Valor\ real} \times 100\% \quad (3.1)$$

En las Tablas 3.2-3.9 se muestran los errores relativos porcentuales en cada componente estudiado del captador para cada uno los 11 nodos analizados. Así, en la Tabla 3.2 se observa que para el captador Tipo I trabajando con un número de Reynolds  $Re = 4,000$  el error máximo se presenta en la temperatura del fluido de trabajo ( $T_{air1}$ ) a 1 m de la entrada del captador y este corresponde a un valor de 1.694%. Así mismo, en la Tabla 3.3 se observa que para el captador Tipo I trabajando con un número de Reynolds  $Re = 40,000$  el error máximo

se presenta en la temperatura de la placa absorbadora ( $T_{abs}$ ) a 10 m de la entrada del captador y este corresponde a un valor de 1.752 %.

**Tabla 3.2:** Errores porcentuales para el captador Tipo I con  $Re = 4,000$

$L$ (m)	$T_{glass}$ (°C)		Error (%)	$T_{abs}$ (°C)		Error (%)	$L$ (m)	$T_{air1}$ (°C)		Error (%)
	Ong	Código		Ong	Código			Ong	Código	
0.50	36.512	36.496	0.042	68.951	68.236	1.036	0.00	27.000	27.000	0.000
1.50	40.170	40.557	0.963	74.561	74.932	0.497	1.00	35.292	35.890	1.694
2.50	43.097	43.481	0.891	78.951	79.227	0.350	2.00	42.609	43.048	1.029
3.50	45.536	45.846	0.681	82.122	82.584	0.562	3.00	48.463	48.974	1.055
4.50	47.487	47.792	0.642	85.048	85.299	0.295	4.00	53.341	53.897	1.041
5.50	49.195	49.409	0.436	87.243	87.529	0.327	5.00	57.487	57.982	0.859
6.50	50.414	50.751	0.668	89.195	89.366	0.192	6.00	60.902	61.373	0.772
7.50	51.634	51.859	0.436	90.658	90.876	0.240	7.00	63.829	64.186	0.558
8.50	52.609	52.782	0.327	92.122	92.128	0.006	8.00	66.268	66.512	0.369
9.50	53.341	53.546	0.384	93.341	93.163	0.190	9.00	68.219	68.440	0.323
10.00	53.341	53.862	0.976	93.341	93.592	0.269	10.00	69.926	70.036	0.156

**Tabla 3.3:** Errores porcentuales para el captador Tipo I con  $Re = 40,000$

$L$ (m)	$T_{glass}$ (°C)		Error (%)	$T_{abs}$ (°C)		Error (%)	$L$ (m)	$T_{air1}$ (°C)		Error (%)
	Ong	Código		Ong	Código			Ong	Código	
0.50	27.731	27.660	0.255	34.804	34.770	0.097	0.00	27.000	27.000	0.000
1.50	28.707	28.746	0.138	36.268	36.383	0.317	1.00	28.219	28.276	0.203
2.50	29.683	29.765	0.276	37.487	37.740	0.674	2.00	29.195	29.514	1.092
3.50	30.658	30.743	0.276	38.707	38.995	0.743	3.00	30.658	30.710	0.169
4.50	31.634	31.684	0.159	39.926	40.179	0.633	4.00	31.878	31.869	0.028
5.50	32.609	32.592	0.054	40.902	41.308	0.993	5.00	33.097	32.990	0.324
6.50	33.341	33.463	0.366	42.132	42.386	0.604	6.00	34.073	34.074	0.004
7.50	34.073	34.306	0.685	43.097	43.422	0.753	7.00	35.048	35.120	0.205
8.50	35.048	35.121	0.207	44.073	44.418	0.783	8.00	36.024	36.1331	0.3017
9.50	35.780	35.908	0.357	45.048	45.378	0.730	9.00	36.756	37.112	0.969
10.00	35.780	36.286	1.414	45.048	45.838	1.752	10.00	37.975	38.060	0.222

Posteriormente, en la Tabla 3.4 se observa que para el captador Tipo II trabajando con un número de Reynolds  $Re = 4,000$  el error máximo se presenta en la temperatura de la placa absorbadora ( $T_{abs}$ ) a 2.5 m de la entrada del captador y este corresponde a un valor de 1.063 %. Así mismo, en la Tabla 3.5 se observa que para el captador Tipo II trabajando con un número de Reynolds  $Re = 40,000$  el error máximo se presenta en la temperatura del

fluido de trabajo ( $T_{air1}$ ) a 2 m de la entrada del captador y este corresponde a un valor de 1.316 %.

**Tabla 3.4:** Errores porcentuales para el captador Tipo II con  $Re = 4,000$

$L$ (m)	$T_{abs}$ (°C)		Error (%)	$T_{bottom}$ (°C)		Error (%)	$L$ (m)	$T_{air1}$ (°C)		Error (%)
	Ong	Código		Ong	Código			Ong	Código	
0.50	51.146	51.202	0.109	31.655	31.450	0.645	0.00	27.000	27.000	0.000
1.50	52.853	53.312	0.867	35.574	35.565	0.026	1.00	31.900	31.998	0.306
2.50	54.073	54.648	1.063	38.759	38.796	0.096	2.00	36.064	36.032	0.087
3.50	55.292	55.715	0.764	41.453	41.505	0.124	3.00	39.494	39.442	0.129
4.50	56.024	56.603	1.033	43.903	43.801	0.233	4.00	42.433	42.349	0.198
5.50	56.756	57.356	1.057	45.863	45.758	0.227	5.00	44.883	44.829	0.119
6.50	57.487	57.997	0.885	47.577	47.431	0.308	6.00	46.842	46.952	0.233
7.50	58.219	58.544	0.558	49.047	48.860	0.380	7.00	48.802	48.769	0.067
8.50	58.707	59.009	0.514	50.272	50.074	0.394	8.00	50.517	50.325	0.379
9.50	59.195	59.409	0.361	51.252	51.118	0.260	9.00	51.742	51.654	0.169
10.00	59.195	59.582	0.655	51.252	51.571	0.622	10.00	52.967	52.792	0.329

**Tabla 3.5:** Errores porcentuales para el captador Tipo II con  $Re = 40,000$

$L$ (m)	$T_{abs}$ (°C)		Error (%)	$T_{bottom}$ (°C)		Error (%)	$L$ (m)	$T_{air1}$ (°C)		Error (%)
	Ong	Código		Ong	Código			Ong	Código	
0.50	34.324	34.200	0.362	27.488	27.669	0.659	0.00	27.000	27.000	0.000
1.50	35.301	35.464	0.463	28.709	28.831	0.425	1.00	27.976	28.192	0.769
2.50	36.521	36.507	0.040	29.929	29.940	0.034	2.00	28.953	29.334	1.316
3.50	37.254	37.459	0.550	30.906	31.004	0.318	3.00	30.418	30.430	0.039
4.50	38.230	38.352	0.317	32.127	32.030	0.300	4.00	31.638	31.486	0.480
5.50	39.207	39.189	0.045	33.103	33.008	0.289	5.00	32.615	32.506	0.335
6.50	39.939	39.996	0.140	34.080	33.961	0.349	6.00	33.347	33.488	0.420
7.50	40.916	40.767	0.363	35.057	34.881	0.499	7.00	34.568	34.436	0.382
8.50	41.648	41.508	0.337	36.033	35.770	0.729	8.00	35.545	35.352	0.542
9.50	42.381	42.219	0.381	37.010	36.629	1.029	9.00	36.521	36.237	0.779
10.00	42.381	42.567	0.438	37.010	37.050	0.107	10.00	37.498	37.092	1.083

De igual manera, en la Tabla 3.6 se observa que para el captador Tipo III trabajando con un número de Reynolds  $Re = 4,000$  el error máximo se presenta en la temperatura del fluido de trabajo ( $T_{air2}$ ) a 10 m de la entrada del captador y este corresponde a un valor de 4.331 %. Lo anterior concuerda con el análisis cualitativo, donde a simple vista se observaba que existe un error en el resultado mostrado por Ong (1995a) dado que la temperatura del fluido de

trabajo descendiendo a la salida del captador lo cual sería imposible dado el desarrollo del modelo matemático y la física del sistema estudiado. Así mismo, en la Tabla 3.7 se observa que para el captador Tipo III trabajando con un número de Reynolds  $Re = 40,000$  el error máximo se presenta en la temperatura de la superficie inferior ( $T_{bottom}$ ) a 10 m de la entrada del captador y este corresponde a un valor de 2.354 %.

**Tabla 3.6:** Errores porcentuales para el captador Tipo III con  $Re = 4,000$

L (m)	$T_{glass}$ (°C)		Error (%)	$T_{abs}$ (°C)		Error (%)	$T_{bottom}$ (°C)		Error (%)	L (m)	$T_{air2}$ (°C)		Error (%)
	Ong	Código		Ong	Código		Ong	Código			Ong	Código	
0.50	41.502	40.779	1.741	65.589	64.585	1.532	36.620	34.177	6.672	0.00	27.000	27.000	0.000
1.50	43.468	43.157	0.715	70.013	69.882	0.188	41.256	41.094	0.393	1.00	35.111	34.830	0.802
2.50	44.943	44.801	0.316	73.700	73.464	0.321	46.909	46.814	0.203	2.00	42.239	41.580	1.560
3.50	46.418	46.196	0.477	76.650	76.463	0.244	51.825	51.833	0.015	3.00	48.630	47.572	2.174
4.50	47.401	47.423	0.047	79.354	79.066	0.363	56.249	56.277	0.049	4.00	54.283	52.914	2.522
5.50	48.630	48.522	0.222	81.811	81.375	0.533	60.182	60.229	0.079	5.00	59.445	57.676	2.975
6.50	49.613	49.505	0.218	83.778	83.426	0.420	63.869	63.746	0.193	6.00	63.869	61.923	3.046
7.50	50.596	50.386	0.415	85.744	85.248	0.578	66.818	66.873	0.081	7.00	68.047	65.708	3.438
8.50	51.334	51.175	0.310	87.219	86.869	0.401	69.768	69.652	0.165	8.00	71.734	69.078	3.703
9.50	52.071	51.880	0.367	88.694	88.311	0.431	72.226	72.122	0.144	9.00	75.175	72.076	4.123
10.00	52.071	52.190	0.230	88.694	88.945	0.284	71.235	73.215	2.779	10.00	78.125	74.741	4.331

**Tabla 3.7:** Errores porcentuales para el captador Tipo III con  $Re = 40,000$

L (m)	$T_{glass}$ (°C)		Error (%)	$T_{abs}$ (°C)		Error (%)	$T_{bottom}$ (°C)		Error (%)	L (m)	$T_{air2}$ (°C)		Error (%)
	Ong	Código		Ong	Código		Ong	Código			Ong	Código	
0.50	28.721	28.442	0.972	34.865	34.624	0.691	27.492	27.712	0.800	0.00	27.000	27.000	0.000
1.50	28.967	29.024	0.197	36.094	36.159	0.179	28.967	28.961	0.021	1.00	28.229	28.265	0.126
2.50	29.212	29.536	1.108	37.323	37.464	0.377	30.195	30.181	0.046	2.00	29.212	29.505	1.000
3.50	29.458	29.996	1.826	38.552	38.678	0.325	31.179	31.378	0.639	3.00	30.687	30.725	0.122
4.50	30.195	30.452	0.850	39.781	39.845	0.160	32.408	32.556	0.459	4.00	31.670	31.924	0.801
5.50	30.441	30.895	1.490	40.764	40.974	0.514	33.391	33.715	0.972	5.00	32.899	33.105	0.624
6.50	30.933	31.328	1.276	41.748	42.073	0.778	34.620	34.856	0.683	6.00	34.128	34.267	0.406
7.50	31.179	31.752	1.839	42.731	43.144	0.968	35.603	35.978	1.054	7.00	35.111	35.411	0.852
8.50	31.670	32.170	1.576	43.714	44.192	1.094	36.586	37.083	1.357	8.00	36.340	36.536	0.539
9.50	32.162	32.581	1.302	44.943	45.218	0.612	37.815	38.169	0.937	9.00	37.323	37.644	0.860
10.00	32.162	32.782	1.927	44.943	45.722	1.733	37.815	38.705	2.354	10.00	38.307	38.735	1.118

Finalmente, en la Tabla 3.8 se observa que para el captador Tipo IV trabajando con un número de Reynolds  $Re = 4,000$  el error máximo se presenta en la temperatura de la placa absorbadora ( $T_{abs}$ ) a 0.5 m de la entrada del captador y este corresponde a un valor de 2.269 %. Así mismo, en la Tabla 3.9 se observa que para el captador Tipo IV trabajando con un número de Reynolds  $Re = 40,000$  el error máximo se presenta en la temperatura de uno de los fluido de trabajo ( $T_{air2}$ ) a 6 m de la entrada del captador y este corresponde a un valor de 2.375 %.

Tabla 3.8: Errores porcentuales para el captador Tipo IV con  $Re = 4,000$

L (m)	$T_{glass}$ (°C)		Error (%)	$T_{obs}$ (°C)		Error (%)	$T_{bottom}$ (°C)		Error (%)	L (m)	$T_{air1}$ (°C)		Error (%)	$T_{air2}$ (°C)		Error (%)
	Ong	Código		Ong	Código		Ong	Código			Ong	Código		Ong	Código	
0.50	32.672	32.443	0.700	54.868	53.623	2.269	32.179	31.938	0.749	0.00	27.000	27.000	0.000	27.000	27.000	0.000
1.50	35.385	35.285	0.282	59.801	59.354	0.747	37.112	37.165	0.144	1.00	32.672	32.602	0.214	32.672	32.513	0.487
2.50	37.358	37.488	0.348	63.500	63.388	0.176	41.797	41.757	0.095	2.00	37.358	37.383	0.065	37.605	37.629	0.065
3.50	39.331	39.394	0.159	66.952	66.817	0.201	46.236	45.972	0.572	3.00	41.551	41.560	0.021	42.537	42.416	0.285
4.50	41.057	41.093	0.085	69.912	69.853	0.085	49.936	49.864	0.144	4.00	45.250	45.234	0.036	46.976	46.875	0.216
5.50	42.537	42.618	0.189	72.871	72.572	0.410	53.635	53.454	0.336	5.00	48.456	48.488	0.065	50.922	51.017	0.186
6.50	44.017	43.993	0.053	75.338	75.024	0.415	56.841	56.761	0.140	6.00	51.415	51.383	0.063	54.868	54.852	0.029
7.50	45.250	45.238	0.025	77.311	77.242	0.088	59.801	59.800	0.000	7.00	53.882	53.969	0.161	58.321	58.390	0.118
8.50	46.236	46.367	0.282	79.283	79.251	0.041	62.513	62.588	0.119	8.00	56.348	56.285	0.110	61.527	61.646	0.193
9.50	47.223	47.392	0.358	81.256	81.073	0.226	64.980	65.140	0.246	9.00	58.321	58.367	0.078	64.486	64.635	0.230
10.00	47.223	47.857	1.343	81.256	81.899	0.791	64.980	66.306	2.041	10.00	60.294	60.241	0.087	67.199	67.373	0.259

Tabla 3.9: Errores porcentuales para el captador Tipo IV con  $Re = 40,000$

L (m)	$T_{glass}$ (°C)		Error (%)	$T_{obs}$ (°C)		Error (%)	$T_{bottom}$ (°C)		Error (%)	L (m)	$T_{air1}$ (°C)		Error (%)	$T_{air2}$ (°C)		Error (%)
	Ong	Código		Ong	Código		Ong	Código			Ong	Código		Ong	Código	
0.50	27.246	27.281	0.131	30.932	31.054	0.393	27.246	27.378	0.485	0.00	27.000	27.000	0.000	27.000	27.000	0.000
1.50	27.491	27.715	0.813	31.916	31.905	0.033	27.737	28.040	1.091	1.00	27.491	27.661	0.615	27.491	27.670	0.648
2.50	27.983	28.254	0.968	32.407	32.639	0.716	28.475	28.696	0.777	2.00	27.983	28.276	1.045	27.983	28.333	1.251
3.50	28.475	28.753	0.977	33.145	33.327	0.551	29.212	29.344	0.451	3.00	28.720	28.886	0.575	28.720	28.991	0.942
4.50	28.966	29.243	0.954	33.882	33.987	0.311	29.703	29.983	0.942	4.00	29.458	29.481	0.077	29.458	29.640	0.618
5.50	29.703	29.710	0.022	34.374	34.619	0.713	30.441	30.607	0.545	5.00	29.703	30.064	1.215	29.703	30.282	1.948
6.50	30.195	30.175	0.066	35.111	35.241	0.369	30.932	31.231	0.964	6.00	30.199	30.633	1.436	30.199	30.916	2.375
7.50	30.687	30.630	0.183	35.602	35.849	0.691	31.670	31.847	0.559	7.00	31.424	31.191	0.741	31.424	31.543	0.379
8.50	31.178	31.077	0.325	36.340	36.444	0.286	32.407	32.456	0.150	8.00	31.9161	31.739	0.553	31.916	32.163	0.773
9.50	31.670	31.515	0.490	36.831	37.027	0.532	32.899	33.057	0.480	9.00	32.407	32.277	0.400	32.407	32.774	1.133
10.00	31.670	31.735	0.205	36.831	37.319	1.324	32.899	33.359	1.397	10.00	33.145	32.806	1.020	33.145	33.379	0.706

Por lo tanto, una vez realizado la verificación cualitativa y cuantitativa de los resultados obtenidos mediante los códigos numéricos desarrollados se puede concluir que en general tienen un *Error relativo porcentual máximo* de 2.5 %. Lo anterior dejando de lado los resultados presentados por Ong (1995a) para el captador Tipo III con un número de Reynolds  $Re = 4,000$  donde se observa claramente un error. Además, estos errores se pueden deber principalmente a dos factores: en primer lugar, a la precisión utilizada por Ong, dado que en los códigos desarrollados los cálculos realizados ocuparon un formato en doble precisión. En segundo lugar, los datos puntuales de las gráficas de Ong fueron obtenidos con el programa computacional *Origin 8* en el cual se pueden presentar ciertos errores con respecto al valor real. Por consiguiente, los resultados de los códigos numéricos desarrollados son confiables. En la siguiente sección se presentará el estudio de independencia espacial.

### **3.2. Validación de resultados para los captadores Tipo II, III y IV**

Posteriormente, se determinó la malla espacial que se debe utilizar, en cada uno de los captadores, para que se cumpla el concepto de placa delgada como se muestra en el Apéndice C.1 para los CSA Tipo II-IV con un longitud de 9 m, velocidad de viento  $V = 1 \frac{m}{s}$ , temperatura ambiente  $T_a = 27^\circ\text{C}$ , radiación solar  $H = 700 \text{ W/m}^2$  y flujo másico  $\dot{m} = 0.04 \text{ kg/s}$ . Se obtuvieron los perfiles de temperatura de la cubierta de vidrio ( $T_{glass}$ ), la placa absorbedora ( $T_{absorber}$ ) y el fluido de trabajo ( $T_{air1}$ ) a lo largo de la longitud del CSA Tipo 1 para mallas computaciones de 11, 31, 51, 71, 101, 121, 151, 171, 201, 221, 251 y 301 nodos.

En este sentido, se determinó que para los captadores analizados, sujetos a las condiciones antes mencionadas, a partir de una malla computacional de 151 nodos existen variaciones de apenas centésimas de segundo entre los perfiles de temperaturas. Por lo tanto, se utilizará esta malla computacional para la validación de los códigos numéricos que se presenta a continua-

ción.

Se realizó una validación de los códigos numéricos desarrollados en el presente trabajo, para ello se compararon los resultados teóricos que se obtuvieron de los códigos numéricos con los resultados experimentales de Than (1980), Gan (1986) y Tan (1986), los cuales fueron recopilados por Ong (1995b). Los datos geométricos de los diseños experimentales, así como ciertas propiedades físicas son descritas a mayor detalle en Ong (1995b). Sin embargo, en la Tabla 3.10 se muestran los parámetros de operación de cada corrida experimental para cada tipo de CSA estudiado.

**Tabla 3.10:** Resumen de corridas experimentales extraídas de Than (1980), Gan (1986) y Tan (1986)

Corrida	Tipo de Captador	$m_1$ (kg/s)	$m_2$ (kg/s)	$V$ (m/s)	$T_a$ (°C)	$H$ (W/m <sup>2</sup> )	$Re$ (10 <sup>3</sup> )
1	IIa	0.026	0.0	0.63	33.5	900	3.30
2		0.114	0.0	0.56	32.3	900	14.5
3		0.315	0.0	0.27	30.0	900	40.0
4	IIb	0.027	0.0	0.62	33.7	900	3.40
5		0.132	0.0	0.53	31.7	900	16.7
6		0.310	0.0	0.61	31.5	900	39.3
7	III	0.0	0.026	0.48	34.1	900	3.33
8		0.0	0.120	1.41	33.4	900	15.2
9		0.0	0.307	1.26	32.8	900	38.9
10	IV	0.0129	0.0129	0.50	33.2	694	4.90
11		0.0334	0.0334	0.40	34.3	700	12.7

En particular, los captadores analizados experimentalmente por los autores son el captador Tipo II sin aislante (Tipo IIa), y con aislante (Tipo IIb); el captador Tipo III y el captador Tipo IV. De modo que se modificaron los códigos desarrollados con los parámetros de operación, la geometría utilizada por los autores en sus equipos experimentales utilizando una malla computacional de 151 nodos. Los datos experimentales utilizados para la validación cuantitativa y cualitativa se muestran en la Tabla 3.11 donde se muestra un resumen de los datos obtenidos por Than (1980), Gan (1986) y Tan (1986) en sus experimentos. En la Tabla

3.11 se muestra el valor de la temperatura en diversos puntos de la longitud del captador en cada uno de los componentes analizados y para cada tipo de CSA estudiado.

**Tabla 3.11:** Datos experimentales detallados ( Ong, 1995b)

Corrida	Tipo	L (m)	$T_{vidrio}$ (°C)	$T_{abs}$ (°C)	$T_{inferior}$ (°C)	$T_{air1}$ (°C)	$T_{air2}$ (°C)
1	IIa	0.00		33.5	33.5		33.5
		2.25		75.8	39.1		41.9
		4.50		77.5	42.7		47.8
		6.75		79.1	43.7		49.6
2	IIa	0.00		32.3	32.3		32.3
		2.25		61.4	35.8		38.0
		4.50		64.0	39.6		42.1
		6.75		67.2	42.4		45.5
		9.00		68.3	44.7		46.3
3	IIa	0.00		30.0	30.0		30.0
		2.25		48.5	32.0		33.1
		4.50		49.7	34.5		35.9
		6.75		51.6	37.8		38.1
		9.00		53.2	40.5		39.6
4	IIb	0.00		33.7	33.7		33.7
		2.25		75.3	43.3		46.9
		4.50		77.3	49.7		52.4
		6.75		80.0	54.3		56.2
		9.00		80.5	57.2		58.9
5	IIb	0.00		31.7	31.7		31.7
		2.25		61.6	35.5		37.0
		4.50		64.1	40.6		42.8
		6.75		65.6	45.2		46.0
		9.00		68.2	49.0		49.2
6	IIb	0.00		31.5	31.5		31.5
		2.25		50.7	33.1		34.5
		4.50		52.1	36.1		37.9
		6.75		53.3	40.0		40.6
		9.00		54.4	42.8		43.2
7	III	0.00		34.1	34.1		34.1
		2.25		107.0	53.3		55.8
		4.50		113.3	67.5		70.9
		6.75		122.3	78.6		80.0
		9.00		127.0	86.5		87.8
8	III	0.00		33.4	33.4		33.4

		2.25		71.7	38.9		40.3
		4.50		76.8	45.7		47.9
		6.75		80.9	52.2		52.7
		9.00		86.2	58.0		57.7
9	III	0.00		32.8	32.8		32.8
		2.25		54.3	34.6		35.8
		4.50		56.0	38.0		39.8
		6.75		57.5	42.1		42.6
		9.00		59.1	45.1		45.6
10	IV	0.00	33.2	33.2	33.2	33.2	33.2
		1.50	43.2	64.9	41.6	44.2	38.4
		3.00	46.2	68.3	48.8	51.7	48.5
		4.50	47.6	73.8	53.8	60.3	56.8
		5.90	52.9	76.1	57.3	63.0	58.9
11	IV	0.00	33.2	33.2	33.2	33.2	33.2
		1.50	43.2	64.9	41.6	44.2	38.4
		3.00	46.2	68.3	48.8	51.7	48.5
		4.50	47.6	73.8	53.8	60.3	56.8
		5.90	52.9	76.1	57.3	63.0	58.9

En la Figura 3.9 se muestra la variación, teórica y experimental, de la temperatura a lo largo del captador Tipo IIa para los parámetros de operación antes mencionados. Se observa que si bien los valores teóricos y experimentales no son exactamente los mismos, tienen una tendencia similar para las tres simulaciones realizadas para esta configuración del captador Tipo II (sin aislante).

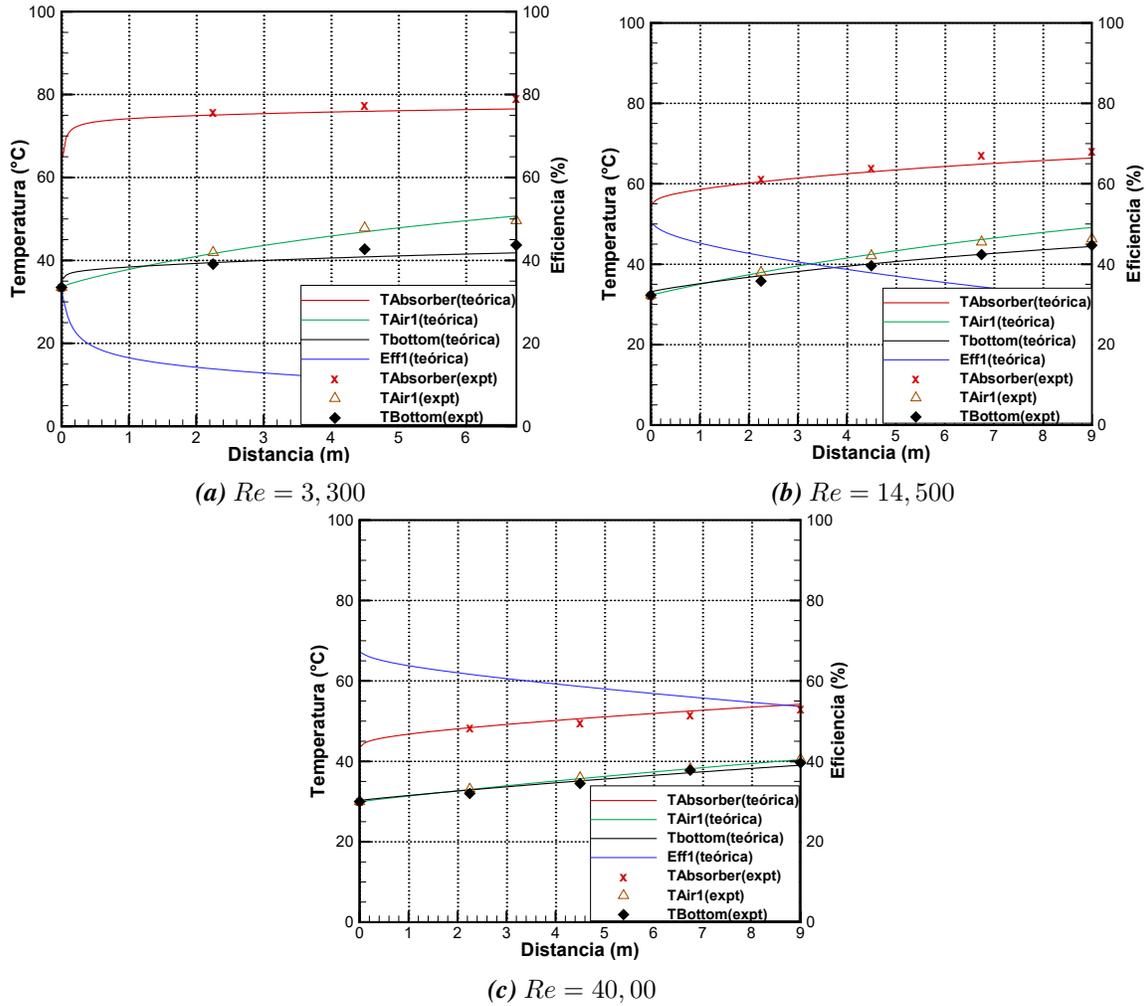


Figura 3.9: Variación de la temperatura lo largo del captador Tipo IIa

Así mismo, en la Figura 3.10 se muestra la variación, teórica y experimental, de la temperatura a lo largo del captador Tipo IIb para los parámetros de operación antes mencionados. Se observa que los valores teóricos y experimentales son aproximadamente iguales con ligeras desviaciones que serán cuantificadas más adelante. Sin embargo, se muestra en las imágenes una tendencia similar de ambos valores para las tres simulaciones realizadas para esta configuración del captador Tipo II (con aislante).

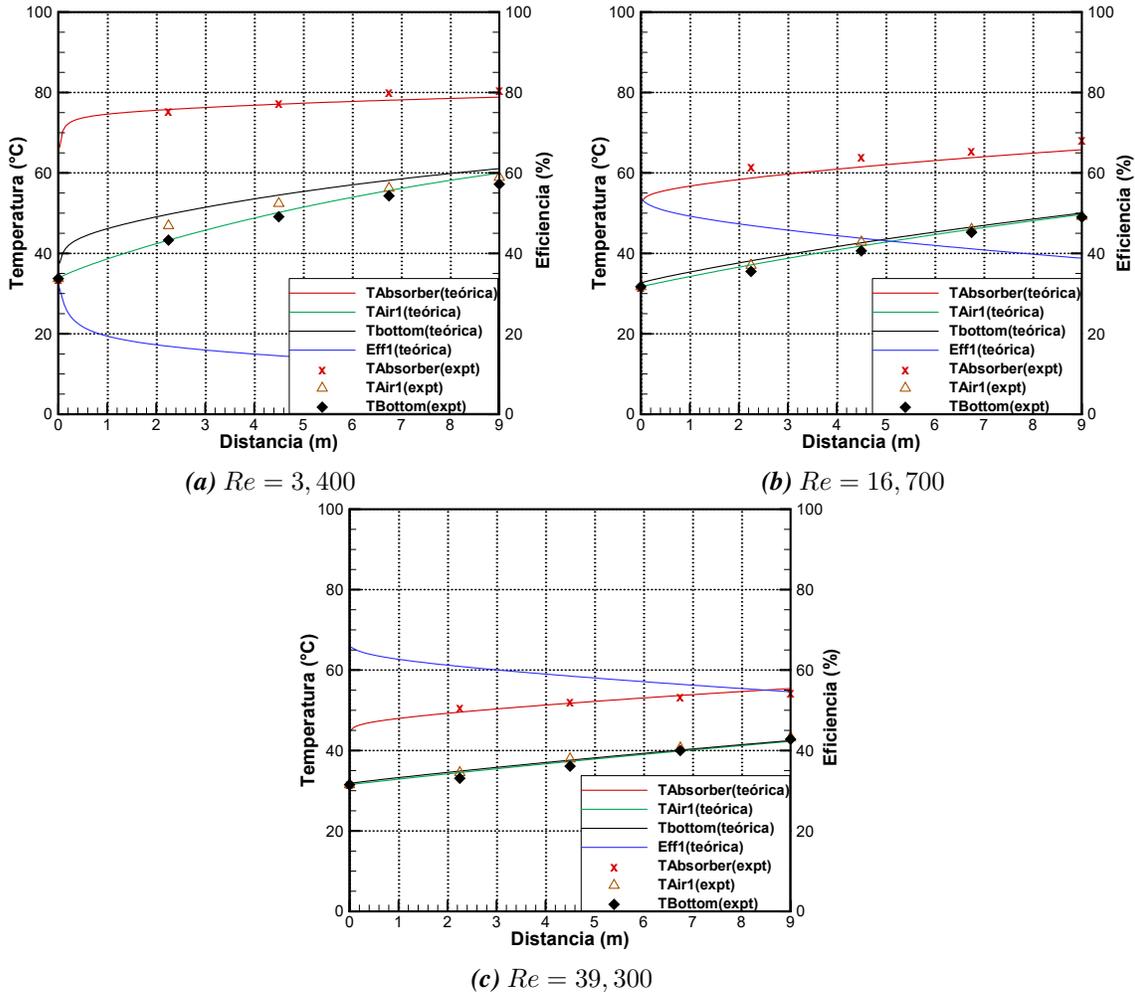


Figura 3.10: Variación de la temperatura lo largo del captador Tipo Ib

Por otra parte, en la Figura 3.11 se muestra la variación, teórica y experimental, de la temperatura a lo largo del captador Tipo III para los parámetros de operación mencionados en la Tabla 3.10. Se observa que la valores teóricos y experimentales son aproximadamente iguales con ligeras desviaciones que serán cuantificadas más adelante. Sin embargo, se observa que las desviaciones entre ambos valores se encuentra resaltada en mayor medida para números de Reynolds bajos, es decir,  $Re = 3,300$ . De este modo, a medida que el número de Reynolds aumenta la diferencia entre los datos experimentales y teóricos disminuye para esta configuración del captador Tipo III.

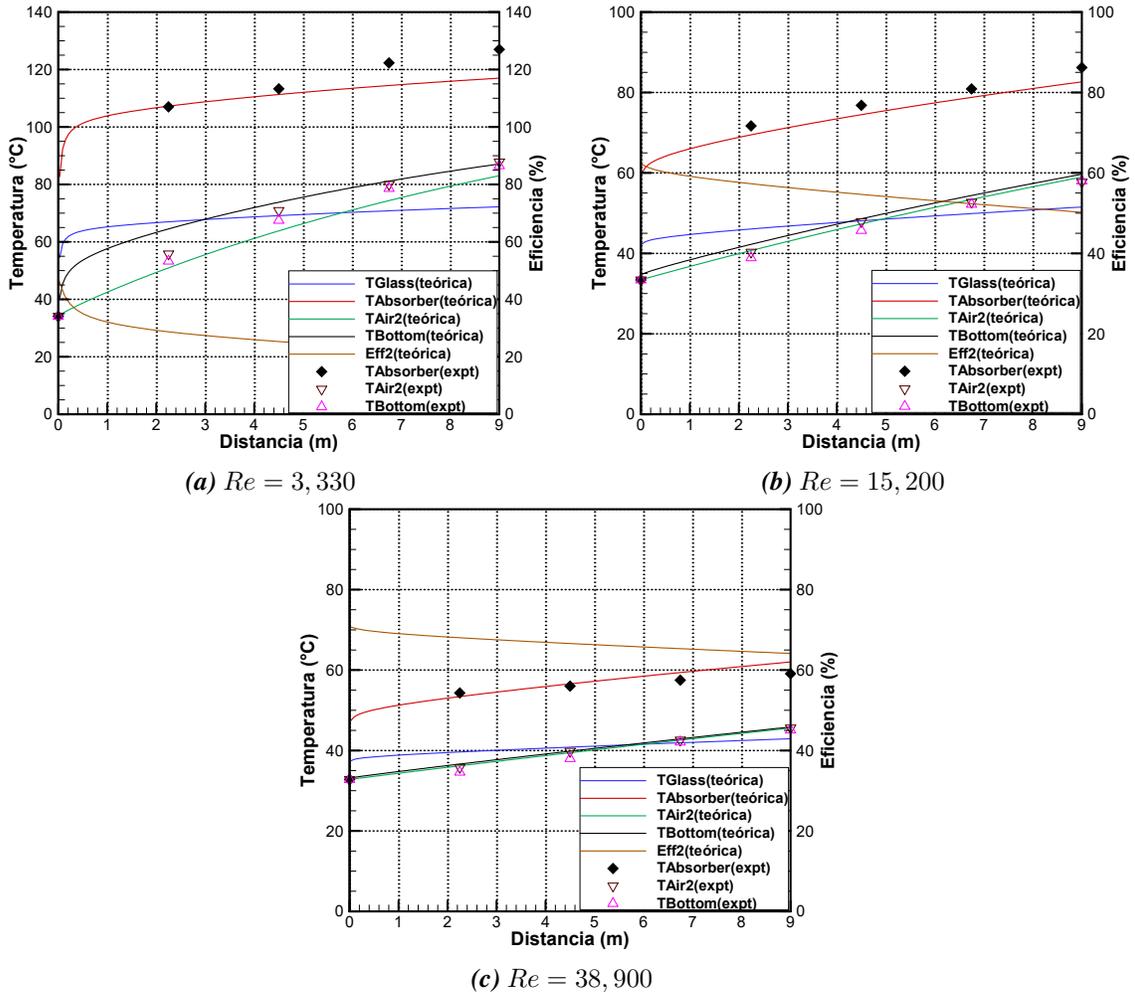


Figura 3.11: Variación de la temperatura lo largo del captador Tipo III

Posteriormente, en la Figura 3.12 se muestra la variación, teórica y experimental, de la temperatura a lo largo del captador Tipo IV para los parámetros de operación antes mencionados. Se observa que la valores teóricos y experimentales son aproximadamente iguales con ligeras desviaciones que serán cuantificadas más adelante. De manera semejante que para el captador Tipo III se observa que a medida que el número de Reynolds aumenta de 4,900 a 12,700, las diferencias entre los datos teóricos y experimentales disminuye para esta configuración del captador Tipo IV.

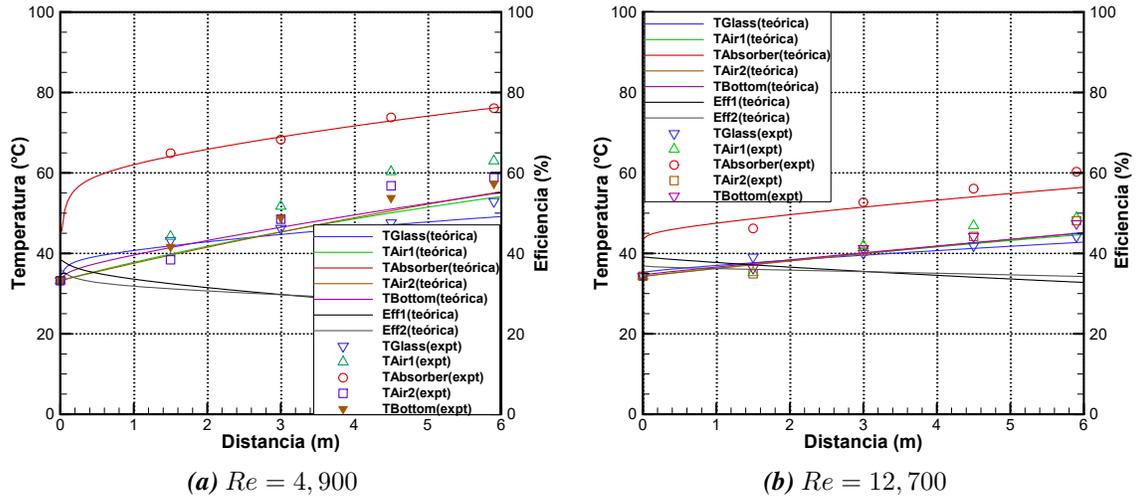


Figura 3.12: Variación de la temperatura lo largo del captador Tipo IV

En la Tabla 3.12 se muestran los *Errores relativos porcentuales*, mínimos y máximos, de los valores de temperatura teóricos obtenidos mediante los códigos desarrollados y los valores experimentales reportados por Than (1980), Gan (1986) y Tan (1986). En general, se observa que a medida que aumenta el número de Reynolds los errores disminuyen como se había estimado cualitativamente mediante las Figuras 3.9 a 3.12.

Tabla 3.12: Errores relativos porcentuales de valores de temperatura teórica vs valores experimentales de la Tabla 3.11

Corrida	Tipo	$\varepsilon_{T_{vidrio}}$ (%)		$\varepsilon_{T_{abs}}$ (%)		$\varepsilon_{T_{inferior}}$ (%)		$\varepsilon_{T_{air1}}$ (%)		$\varepsilon_{T_{air2}}$ (%)	
		Min	Max	Min	Max	Min	Max	Min	Max	Min	Max
1	IIa	-	-	0.981	3.244	0.942	4.293	-	-	0.588	2.202
2		-	-	1.486	3.442	0.165	3.740	-	-	0.114	6.160
3		-	-	0.276	1.863	1.414	2.754	-	-	0.194	0.570
4	IIb	-	-	0.263	2.402	4.860	8.110	-	-	1.026	7.721
5		-	-	2.752	4.674	2.033	7.469	-	-	0.014	2.240
6		-	-	0.648	2.295	0.271	5.351	-	-	0.016	2.139
7	III	-	-	0.240	7.882	0.700	20.022	-	-	5.451	9.965
8		-	-	2.597	4.127	2.888	8.587	-	-	0.987	2.218
9		-	-	1.018	4.943	1.881	5.844	-	-	0.054	1.085
10	IV	1.081	7.308	0.071	1.223	0.394	5.211	9.925	14.457	2.996	10.977
11		1.154	3.656	2.299	6.654	2.586	5.221	4.685	9.570	1.423	6.466

Además, se observa que el error relativo porcentual máximo entre todas las simulaciones

corresponde a la temperatura de la cubierta inferior ( $T_{inferior}$ ) con una diferencia de aproximadamente 12 °C. Sin embargo, existen diferencias mínimas de apenas una centésimas de grado. Por lo tanto, se concluye los datos teóricos obtenidos mediante el código numérico muestran una buena concordancia con los valores experimentales mostrados en la Tabla 3.11, presentándose errores mayores cuando el número de Reynolds es bajo. Estos errores se pueden deber a diversos factores entre los principales se encuentran: las correlaciones utilizadas para el cálculo de los coeficientes de transferencia de calor, las incertidumbres numéricas y de los instrumentos de medición.

En este capítulo se realizó una verificación y validación de los códigos numéricos desarrollados, se obtuvieron resultados favorables que indican que el método utilizado (*Balances Globales de Energía*) y los códigos numéricos son correctos y confiables. Por lo tanto, en el capítulo siguiente se presentarán los resultados obtenidos de los códigos numéricos en estado transitorio sujeto a una condición climática de la República Mexicana, adicionalmente, se realizará un estudio paramétrico variando el flujo másico.

## CAPÍTULO 4

---

### Resultados

---

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos para el CSA Tipo IV en estado transitorio bajo condiciones climáticas de Toluca de Lerdo, México. Se presenta un estudio del efecto de las condición inicial sobre los perfiles de temperatura obtenidos, un estudio paramétrico del efecto del flujo másico en la eficiencia térmica del captador, adicionalmente, se realizó la evaluación anual de los día más frío y más calidos de cada mes. Por último, se desarrolló un análisis de costos y el impacto ambiental del captador.

## 4.1. Parámetros de estudio

En esta sección se presentan los parámetros y propiedades (físicas y ópticas) utilizadas en el código numérico para obtener los perfiles de temperatura en el CSA Tipo IV en estado transitorio. Del mismo modo, se muestran los parámetros y propiedades utilizados en la literatura revisada, de las cuales se seleccionaron las más utilizadas por los autores.

### 4.1.1. Dimensiones físicas de CSA

En primer lugar, se determinó las dimensiones del CSA Tipo IV, para ello se extrajeron de los diversos trabajos revisados las dimensiones de los CSA. En la Tabla 4.1 se muestran las dimensiones (largo, ancho y alto) de cada uno de los CSA utilizados por los autores. Por último, se muestra la razón de aspecto de cada captador, es decir, la proporción entre el largo y el ancho del captador.

**Tabla 4.1:** Dimensiones físicas utilizados en la literatura para CSA

Autor	Ancho (mm)	Largo (mm)	Alto (mm)	Ra ( $L/A$ )
<b>Literatura internacional</b>				
Hussein <i>et al.</i> (1999)	780	2050	105	2.62
Al-Ajlan <i>et al.</i> (2003)	1120	2400	80	2.14
Karim y Hawlader (2004)	700	1800	70	2.57
Zhai <i>et al.</i> (2005)	500	1500	100-500	3.00
El-Sebaï y Al-Snani (2010)	1000	1000	120	1.00
Zima y Dziewa (2011)	1000	2000	100	2.00
Hamed <i>et al.</i> (2014)	1027	1941	88	1.88
Chang <i>et al.</i> (2015)	1000	2000	120	2.00
Bahremand y Ameri (2015)	1000	2000	100	2.00
<b>cenidet</b>				
Simá (1999)	1000	2000	130	2.00
Arce (2002)	700	2000	180	2.85
Reynoso (2011)	1000	2000	100	2.00
<b>CSA comerciales</b>				
Sunmate (Environmental Solar Systems)	889	1955	101	2.19
Sun Lizard (Alternative Fuels and Energy)	1220	1550	120	1.27
KW-Ecoair 220 (KW Solar)	700	2200	60	3.14
Solarheat 1500GS PV-DC (Your Solar Home)	1096	2210	97	2.01
Twinsolar Twin 2.0. (Grammer Solar)	1000	2000	100	2.00
Solar Max 240 (Cansolair)	1096	2210	97	2.01
SV30 (Solarventi)	102	300	75	2.94

---

---

Se observa que de los 19 captadores mostrados en la Tabla 4.1 el 57% de los autores utiliza una razón de aspecto cercana a dos, con diversas alturas que van desde los 97 hasta los 130 mm. Así, se determinó que las dimensiones del CSA Tipo IV analizado en el presente trabajo será de 1000 mm de ancho por 2000 mm de largo con una altura que dependerá de los espesores de los materiales utilizados (cubierta de vidrio, placa absorbadora, placa inferior y aislante térmico), así como del espesor de los canales por donde circula el fluido de trabajo.

#### **4.1.2. Propiedades termofísicas**

Posteriormente, se realizó una investigación de las propiedades físicas y ópticas de los materiales utilizados en CSA y sistemas relacionados. En la Tabla 4.2 se muestran las propiedades físicas y ópticas de las cubiertas superiores, placas absorbadoras y aislantes utilizadas por los autores, las cuales son requeridas naturalmente por el método de balances globales de energía. En particular, en la primera columna se muestran algunos de los trabajos revisados; en la segunda columna se muestra el material utilizado para la cubierta superior, su espesor, la transmisividad, absorptividad y emisividad del material; en la tercera columna se muestra el material utilizado para la placa absorbadora, su absorptividad y emisividad; en la última columna se muestra el material utilizado como aislante, su espesor y la conductividad térmica.

Por consiguiente, se observa que los autores utilizan diversos valores en las propiedades ópticas y físicas, las cuales dependen en gran medida de los materiales utilizados. Si embargo, en el presente trabajo se utilizarán las propiedades utilizadas por Arce (2002) debido a que las propiedades ópticas mostradas por el autor fueron medidas por un espectrofotómetro UV-3101PC-Shimadzu.

Por último, en la Tabla 4.3 se muestran todos los parámetros de entrada que fueron utilizados para las simulaciones numéricas. En este sentido, se agruparon las dimensiones y propiedades seleccionadas anteriormente. Además, se muestran los espesores de la placa absorbadora

( $e_{p1}$ ), la placa inferior ( $e_{p2}$ ), la distancia entre las placas que conforman el canal 1 y 2 ( $d_{c1,c2}$ ). En concreto, la conductividad térmica, densidad y calor específico de los diversos materiales se extrajeron de Incropera *et al.* (2006).

**Tabla 4.2:** Propiedades ópticas y físicas utilizados en la literatura para CSA

Autor	Cubierta Superior	Placa Absorbedora	Aislante
<i>Literatura internacional</i>			
Zima y Dziewa (2011)	Vidrio anti-reflejante Espesor 4 mm ( $\tau = 0.9$ , $\alpha = SE$ $\epsilon = SE$ )	Cobre pintado de negro ( $\alpha = 0.95$ , $\epsilon = 0.05$ )	Lana de mineral Espesor 50 mm
Hamed <i>et al.</i> (2014)	Vidrio sin hierro Espesor 3.2 mm ( $\tau = 0.9$ , $\alpha = SE$ $\epsilon = 0.89$ )	Cobre pintado de negro ( $\alpha = 0.95$ , $\epsilon = 0.05$ )	Lana de vidrio Espesor 40 mm
Bahreghmand y Ameri (2015)	Vidrio, Espesor SE ( $\tau = 0.88$ , $\alpha = 0.05$ $\epsilon = 0.88$ )	SE ( $\alpha = 0.95$ , $\epsilon = 0.95$ )	SE Espesor 60 mm ( $k = 0.06 \text{ W/m}^2$ )
<i>cenidet</i>			
Arce (2002)	Vidrio Espesor 4 mm ( $\tau = 0.80$ , $\alpha = 0.15$ $\epsilon = 0.90$ )	Aluminio pintado de negro ( $\alpha = 0.90$ , $\epsilon = 0.95$ )	Fibra de vidrio Espesor 60mm ( $k = 0.04 \text{ W/m}^2$ )
Reynoso (2011)	Vidrio Espesor 4 mm ( $\tau = 0.84$ , $\alpha = 0.06$ $\epsilon = 0.95$ )	SE pintado de negro ( $\alpha = 0.95$ , $\epsilon = 0.95$ )	SE
Tlatelpa-Becerro (2011)	Borosilicate Pirex Espesor 4 mm ( $\tau = 0.84$ , $\alpha = 0.06$ $\epsilon = 0.90$ )	Placa metálica pintada de negro ( $\alpha = 0.95$ , $\epsilon = 0.94$ )	SE
Vargas-López (2017)	Vidrio Espesor 6 mm ( $\tau = 0.77$ , $\alpha = 0.15$ $\epsilon = 0.83$ )	Placa metálica SE	SE
López-Chávez (2017)	Vidrio Espesor 6 mm ( $\tau = 0.78$ , $\alpha = 0.14$ $\epsilon = 0.85$ )	Pintura negra ( $\alpha = 0.95$ , $\epsilon = 0.94$ )	SE

\*SE: Sin Especificar

**Tabla 4.3:** Parámetros de entrada para las simulaciones

$W$	= 1000 (mm)	$L$	= 2000 (mm)	$\theta$	= 0°	$e_g$	= 4 (mm)
$e_{p1}$	= 1 (mm)	$e_{p2}$	= 1 (mm)	$e_{ins}$	= 50 (mm)	$d_{c1,c2}$	= 20 (mm)
$\epsilon_g$	= 0.90	$\epsilon_{pu}$	= 0.95	$\epsilon_{pl}$	= 0.95	$\epsilon_b$	= 0.25
$\alpha_g$	= 0.15	$\alpha_p$	= 0.90	$\tau_g$	= 0.80	$k_{ins}$	= 0.04 W/mK
$k_{al}$	= 205 W/mK	$\rho_g$	= 2500 kg/m <sup>3</sup>	$\rho_{al}$	= 2702 kg/m <sup>3</sup>	$Cp_g$	= 750 J/kgK
$Cp_{al}$	= 903 J/kgK						

---

---

## 4.2. Tratamiento de los datos meteorológicos

Posteriormente, se presenta el tratamiento de los datos climáticos que se utilizarán para el estudio en estado transitorio del captador solar de aire **Tipo IV**. En primer lugar, se definió la aplicación del presente trabajo y con base en dicha aplicación se definió el clima y lugar de la República Mexicana en donde se realizará el estudio. Así, se estableció que la aplicación del CSA seleccionado es *la climatización pasiva de edificaciones*, de este modo se planteó estudiar un clima templado húmedo o subhúmedo, los cuales se caracterizan por sus bajas temperaturas, adicionalmente se encuentra en un 2.7 y 20.5 % del territorio nacional, respectivamente (Hernández-Castillo, 2016). En este sentido, se escogió la ciudad de **Toluca de Lerdo** la cual está ubicada en el estado de México y presenta un clima templado subhúmedo según datos mostrados por la INEGI.

Posteriormente, se obtuvo una base de datos pertenecientes a dicha ciudad, los cuales fueron proporcionados por el CONAGUA de la estación *15126* ubicada en el municipio de Zinacantepec, México (latitud: 19.2911°, longitud: -99.7142°) a una altura de 2,726 msn. La estación meteorológica mencionada anteriormente forma parte de las Estaciones Sinópticas Meteorológicas Automáticas (ESIMEs), las cuales se encuentran instaladas en toda la República Mexicana con transmisión vía Internet, estas estaciones meteorológicas censan las diferentes variables cada *10 minutos*. Los datos más actuales que se tienen de dicha estación meteorológica son del año 2014.

Una vez obtenida la base de datos se le dio el siguiente tratamiento:

1. Extraer las variables de interés (Radiación solar global horizontal, temperatura ambiente y velocidad del viento).
2. Separar los datos en bloques correspondientes a cada mes.
3. Determinar los días más fríos y más cálidos de cada mes con base en la temperatura

promedio de cada día, la cual fue calculada mediante la ec. (4.1).

$$\bar{T}_{amb} = \frac{\sum_{i=1}^n T_{amb}}{n} \quad (4.1)$$

adicionalmente, se gráfico la radiación solar global en dichos días si el comportamiento presenta demasiados picos (provocados por nubosidades) se escogía el segundo o tercer día, más frío o más cálido, que presentara un comportamiento más ideal (onda senoidal). Lo anterior con el objetivo de facilitar la creación de funciones que representen el comportamiento de la radiación solar global en el día seleccionado.

A continuación, en la Tabla 4.4 se presentan la temperatura ambiente promedio de los días más fríos y más cálidos que fueron seleccionados en cada mes del año 2014 en la ciudad de Toluca, siguiendo los pasos descritos anteriormente.

**Tabla 4.4:** Temperatura ambiente promedio de los días más fríos y más cálidos de cada mes seleccionados del año 2014 en Toluca, México.

Mes	Día más Frío ( $\bar{T}_{amb}$ °C)		Día más Cálido ( $\bar{T}_{amb}$ °C)	
		Seleccionado		Seleccionado
<b>Enero</b>	<b>18</b> (6.40°C)	<b>17</b> (7.15°C)	<b>28</b> (11.24°C)	<b>25</b> (10.67°C)
<b>Febrero</b>	<b>01</b> (10.23°C)		<b>25</b> (14.30°C)	<b>27</b> (13.07°C)
<b>Marzo</b>	<b>09</b> (10.71°C)	<b>08</b> (11.37°C)	<b>23</b> (16.88°C)	
<b>Abril</b>	<b>08</b> (12.89°C)		<b>14</b> (17.76°C)	
<b>Mayo</b>	<b>08</b> (10.79°C)	<b>04</b> (13.85°C)	<b>13</b> (16.74°C)	
<b>Junio</b>	<b>02</b> (13.15°C)	<b>01</b> (13.58°C)	<b>14</b> (16.95°C)	
<b>Julio</b>	<b>23</b> (13.24°C)		<b>19</b> (15.94°C)	
<b>Agosto</b>	<b>08</b> (12.13°C)	<b>09</b> (12.69°C)	<b>02</b> (16.07°C)	<b>27</b> (15.71°C)
<b>Septiembre</b>	<b>19</b> (13.22°C)		<b>28</b> (15.46°C)	<b>15</b> (15.32°C)
<b>Octubre</b>	<b>31</b> (10.44°C)		<b>01</b> (14.96°C)	
<b>Noviembre</b>	<b>27</b> (8.06°C)		<b>06</b> (14.01°C)	
<b>Diciembre</b>	<b>08</b> (8.45°C)		<b>30</b> (11.27°C)	

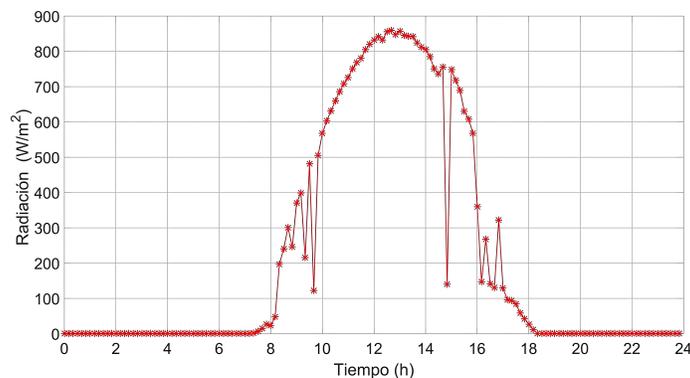
En la Tabla 4.4 se observa que en algunos meses el día más frío o más cálido presentó un comportamiento ideal en la radiación (onda senoidal) y por ende fue seleccionado para el presente estudio (Febrero, Marzo, Abril, etc.). Sin embargo, en otros meses como por ejemplo Enero, se tuvo que seleccionar otro día debido a que el comportamiento de la radiación en

el día más frío o más cálido presenta demasiados saltos o picos ocasionados por la nubosidad, dicho día corresponde al segundo o tercer día más frío o cálido de dicho mes.

Una vez seleccionados los días más fríos y más cálidos de cada mes que serían analizados en el presente estudio, se procedió a desarrollar funciones que predigan el comportamiento de la radiación solar global o la temperatura ambiente en función del tiempo.

#### 4.2.1. Correlaciones de la radiación solar global horizontal

A continuación, se muestra de manera detallada los pasos que fueron llevados a cabo para determinar las correlaciones de la **radiación solar global horizontal** ( $\text{W/m}^2$ ) en función del tiempo (s). Para ello se tomará como ejemplo el día *17 de Enero* que corresponde al día más frío de dicho mes. En primer lugar, se gráfica el comportamiento de la radiación solar global con respecto al tiempo, como se muestra en la Figura 4.1.

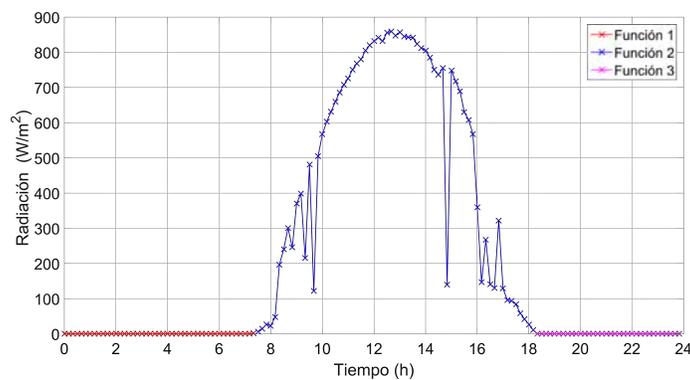


**Figura 4.1:** Radiación Solar global horizontal del 17 de Enero del 2014

En la Figura 4.1 se observa que en las primeras horas del día (00:00-07:20 h) no existe radiación solar global, es decir, el valor de la misma es cero. Posteriormente, a partir de las 7:30 a las 18:10 h se presentan valores de radiación captados por el sensor. Adicionalmente, en este intervalo se observa que existen fluctuaciones del valor de la radiación, es decir, por momentos el valor de la radiación desciende o incrementa de manera desproporcionada, lo

anterior se debe a la nubosidad del día analizado. Sin embargo, para el presente estudio serán considerados como valores atípicos y por ende eliminados del análisis. Por último, se observa que el valor de la radiación solar global se vuelve cero desde las 18:20 a las 23:50 h debido a la puesta del sol.

En la Figura 4.2 se muestra la división realizada a los tres diferentes comportamientos de la radiación solar global durante el día. Dado que el valor de la radiación solar global para la función 1 es un valor constante no se requiere llevar a cabo un tratamiento de los datos, dado que el valor de la radiación solar global en esta sección será  $0 \text{ W/m}^2$  en todo el intervalo, del mismo modo que para la función 3.

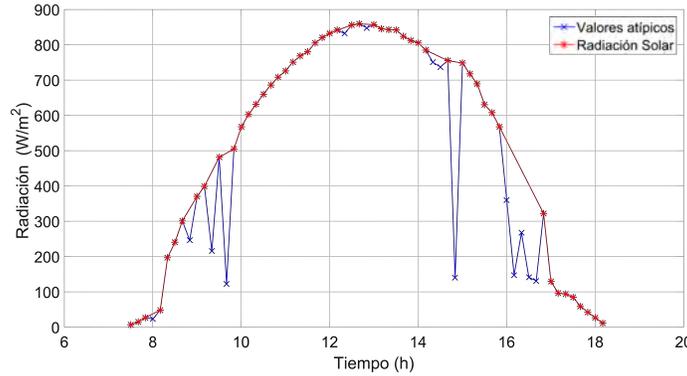


**Figura 4.2:** Seccionamiento de la Radiación Solar global horizontal del 17 de Enero del 2014

Sin embargo, en el caso de la función 2, es decir, el intervalo de lecturas de radiación comprendido desde las 7:30 a las 18:10 h presentan un comportamiento sinoidal, con ciertos decrementos bruscos en el valor de la radiación ocasionados por la nubosidad que fue registrada en el día estudiado. Así, para la presente investigación dichos valores serán considerados como valores atípicos bajo la premisa que se estudiará un día ideal sin nubosidades, facilitando de este modo el desarrollo de una correlación que prediga el comportamiento de la radiación en función del tiempo.

En la Figura 4.3 se muestran de color azul y una  $x$  los valores atípicos del día estudiado,

dichos valores fueron eliminados del vector de datos, formando un nuevo conjunto de datos que se muestran de color rojo y un \*, dichos valores fueron utilizados para realizar una correlación de la radiación solar global horizontal en función del tiempo.



**Figura 4.3:** Identificación de valores atípicos en la Radiación Solar global horizontal del 17 de Enero del 2014

Para el desarrollo de la correlación antes mencionada se utilizó la herramienta computacional *Curve Fitting Tool* la cual pertenece al software comercial *MATLAB*, se realizaron diversas formas de aproximación (lineal, cuadrática, senoidal, etc.) obteniéndose que la mejor aproximación es la mostrada en la ec. (4.2).

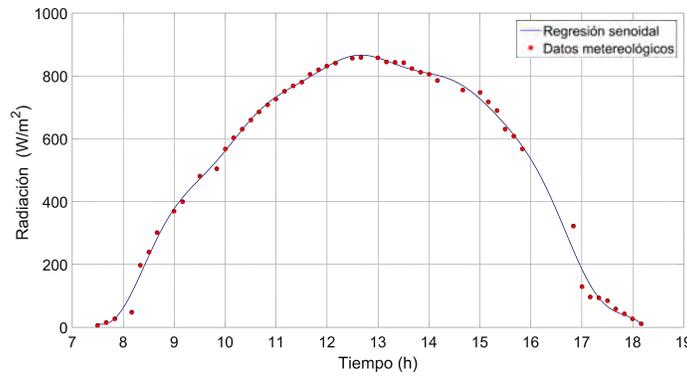
$$RS(t) = a_1 \sin(b_1 t + c_1) + a_2 \sin(b_2 t + c_2) + a_3 \sin(b_3 t + c_3) + a_4 \sin(b_4 t + c_4) + a_5 \sin(b_5 t + c_5) + a_6 \sin(b_6 t + c_6) \quad (4.2)$$

donde

$a_1 = 743.8$	$b_1 = 7.227 \times 10^{-05}$	$c_1 = -1.654$
$a_2 = 151.7$	$b_2 = 0.0001454$	$c_2 = 0.6723$
$a_3 = 489.4$	$b_3 = 0.0007679$	$c_3 = 1.509$
$a_4 = 116.2$	$b_4 = 0.0006985$	$c_4 = 1.561$
$a_5 = 394$	$b_5 = 0.000785$	$c_5 = 10.14$
$a_6 = 26.95$	$b_6 = 0.0003608$	$c_6 = 0.4125$

La ecuación (4.2) tiene un coeficiente de correlación  $R^2 = 0.9960$  con respecto a los valores

censados de la radiación solar global en su componente horizontal para el día 17 de Enero del 2014 en la ciudad de Toluca, México. Así mismo, el tiempo ( $t$ ) que se encuentra inmerso en la ec. (4.2) se encuentra en segundos. En la Figura 4.4 se muestra mediante una recta continua (color azul) el comportamiento de la regresión senoidal mostrada en la ec. (4.2) y mediante puntos (color rojo) se muestran los datos meteorológicos censados por la estación meteorológica. Se observa que la regresión se ajusta en gran medida a los valores censados, lo anterior tiene lógica dado el alto valor del coeficiente de correlación.



**Figura 4.4:** Regresión senoidal de la Radiación Solar global horizontal del 17 de Enero del 2014

Por lo tanto, para conocer la componente horizontal del radiación solar global el día más frío de Enero (17 de Enero del 2014) se tienen el siguiente sistema de ecuaciones con su respectivo intervalo de tiempo en segundos:

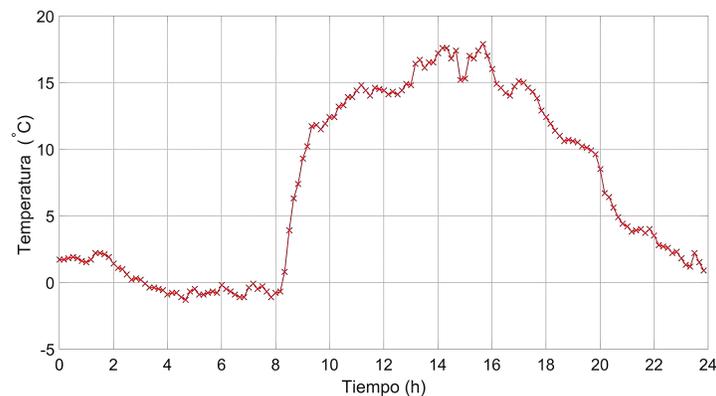
$$RS(t) = \begin{cases} 0, & \text{si } 0 \leq t < 27000 \\ a_1 \sin(b_1t + c_1) + a_2 \sin(b_2t + c_2) + a_3 \sin(b_3t + c_3) \\ + a_4 \sin(b_4t + c_4) + a_5 \sin(b_5t + c_5) + a_6 \sin(b_6t + c_6), & \text{si } 27000 \leq t \leq 65400 \\ 0, & \text{si } 65400 < t < 86400 \end{cases}$$

De manera análoga se pueden obtener las correlaciones de radiación solar global en su componente horizontal para los demás días seleccionados en la Tabla 4.4. Así, en el Apéndice B.1 se muestran todas las correlaciones para la *radiación solar global* obtenidas para cada uno de los días analizados en el presente estudio con sus respectivos coeficientes, así como

el coeficiente de correlación ( $R^2$ ) que tienen cada uno de los polinomios obtenidos.

### 4.2.2. Correlaciones de la temperatura ambiente

De manera análoga, se muestra de manera detallada los pasos realizados para desarrollar las correlaciones correspondientes a la **Temperatura ambiente** ( $^{\circ}\text{C}$ ) en función del tiempo (s). Se tomará como ejemplo el día *17 de Enero* que corresponde al día más frío del primer mes del año analizado (2014). En primer lugar, se gráfica el comportamiento de la temperatura ambiente con respecto al tiempo, como se muestra en la Figura 4.5.



**Figura 4.5:** Temperatura ambiente del 17 de Enero del 2014

En la Figura 4.5 se observa que en las primeras horas del día (04:00 - 08:00) se presentan los valores mínimos de temperatura ambiente, aumentando conforme lo hace la radiación solar global. Sin embargo, se observa que el valor máximo de temperatura ambiente no se presenta al mismo tiempo que lo hace la radiación solar global (Figura 4.4) dado que la temperatura ambiente puede estar afectada por diversos factores (radiación solar global, velocidad del viento, humedad del aire, etcétera). Además, se observa que la temperatura ambiente sigue bajando gradualmente después de las 18:00 h (puesta del sol) por lo tanto se concluye que existe cierta inercia térmica. Adicionalmente, se aprecia que no existen valores atípicos dado que el valor de la temperatura ambiente no presenta cambios bruscos. De este modo, para obtener la correlación de la temperatura ambiente en función del tiempo se utilizan los 144

datos de temperatura ambientes capturados por la estación meteorológica para un día típico.

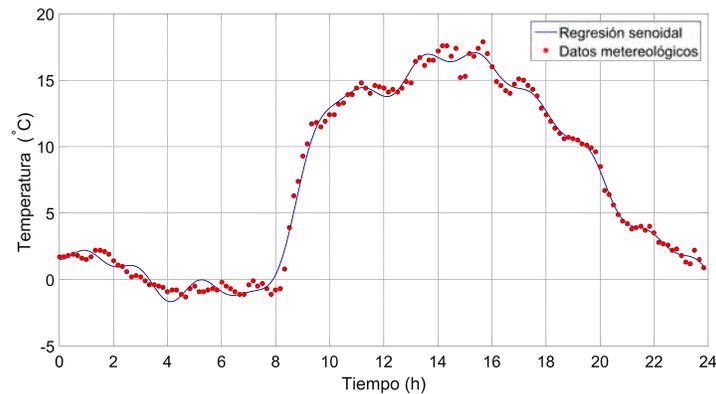
Para el desarrollo de la correlación mostrada en la ec. (4.3) se utilizó la misma herramienta computacional mencionada en la sección anterior, se realizaron diversas formas de aproximación (lineal, cuadrática, senoidal, etc.) obteniéndose que la mejor aproximación es la mostrada en la ec. (4.3).

$$T_{amb}(t) = a_1 \sin(b_1 t + c_1) + a_2 \sin(b_2 t + c_2) + a_3 \sin(b_3 t + c_3) + a_4 \sin(b_5 t + c_5) \\ + a_5 \sin(b_5 t + c_5) + a_6 \sin(b_6 t + c_6) + a_7 \sin(b_7 t + c_7) \quad (4.3)$$

donde

$a_1 = 11.45$	$b_1 = 2.857 \times 10^{-05}$	$c_1 = -0.06926$
$a_2 = 1.42$	$b_2 = 0.0002092$	$c_2 = -0.1929$
$a_3 = 1.057$	$b_3 = 0.0003059$	$c_3 = -3.277$
$a_4 = 1.043$	$b_4 = 0.0004058$	$c_4 = -0.457$
$a_5 = 6.365$	$b_5 = 0.0001029$	$c_5 = -3.679$
$a_6 = 0.5329$	$b_6 = 0.0005085$	$c_6 = -3.397$
$a_7 = 0.5221$	$b_7 = 0.0008397$	$c_7 = -1.275$

La ecuación (4.3) tiene un coeficiente de correlación  $R^2 = 0.9926$  con respecto a los valores censados de la temperatura para el día 17 de Enero del 2014 en la ciudad de Toluca, México. Así mismo, el tiempo ( $t$ ) que se encuentra inmerso en la ec. (4.3) se encuentra en segundos. En la Figura 4.6 se muestra mediante una recta continua (color azul) el comportamiento de la regresión senoidal mostrada en la ec. (4.3) y mediante puntos (color rojo) se muestran los datos meteorológicos censados por la estación meteorológica. Se observa que la regresión se ajusta en gran medida a los valores censados, lo anterior tiene lógica dado el alto valor del coeficiente de correlación.



**Figura 4.6:** Regresión senoidal de la temperatura ambiente del 17 de Enero del 2014

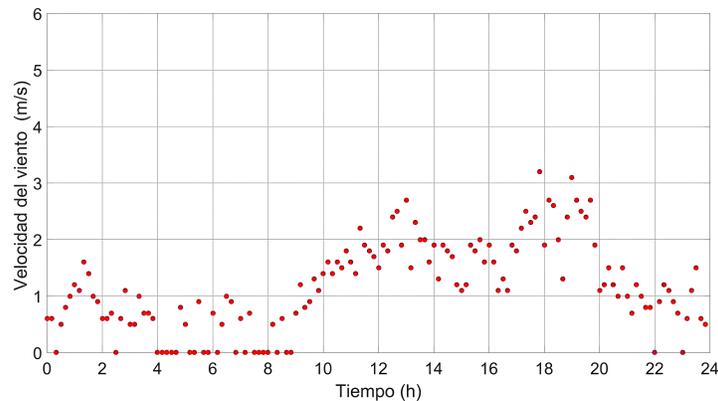
Por lo tanto, para conocer el valor de la temperatura ambiente el día más frío de Enero (17 de Enero del 2014) se tiene que evaluar el tiempo deseado (en segundos) en la ec. (4.3).

De manera análoga se pueden obtener las correlaciones de la temperatura ambiente para los demás días seleccionados en la Tabla 4.4. Así, en el Apéndice B.2 se muestran todas las correlaciones para la *temperatura ambiente* obtenidas para cada uno de los días analizados en el presente estudio con sus respectivos coeficientes, así como el coeficiente de correlación ( $R^2$ ) que tienen cada uno de los polinomios obtenidos.

### 4.2.3. Tratamiento de la velocidad del viento

Con respecto a los datos de la velocidad del viento se debe realizar un tratamiento especial dado el comportamiento de los mismo. Lo anterior tiene sentido dado que en la vida cotidiana se puede apreciar como por momentos se presenta una velocidad mínima de viento y esta puede ir variando a lo largo del día con rachas con velocidades o momentos del día donde prácticamente no existe una velocidad del viento. De manera que, para explicar el tratamiento realizado a los datos de *velocidad de viento* se tomará como ejemplo el día *17 de Enero* que corresponde al día más frío de dicho mes.

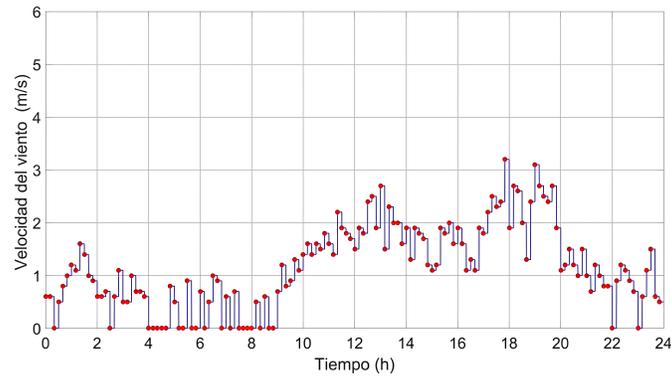
En primer lugar, en la Figura 4.7 se muestra el comportamiento que presenta la velocidad del viento a lo largo del día, se observa que hay momentos del día donde no existe velocidad del viento (0 m/s), sin embargo de un momento a otro se presentan rachas con valores de velocidad de 2 m/s.



**Figura 4.7:** Velocidad del viento del 17 de Enero del 2014

Dado el comportamiento de la velocidad del viento es imposible encontrar un función que pueda predecir dicho comportamiento, es por ello que en el presente trabajo se considerará que la velocidad del viento permanecerá constante durante los diez minutos en que la estación meteorológica tarda en censar otro dato. En este sentido, se guardo una base de datos de la velocidad del viento cada segundo, partiendo de la premisa expuesta anteriormente como se observa en la Figura 4.8.

La línea continua mostrada en la Figura 4.8 corresponde a la velocidad del viento cada segundo el 17 de Enero del 2014 en la ciudad de Toluca, México. Así, se guardaron un total de 86,399 datos correspondientes a la velocidad del viento a cada segundo desde las 00:00 h hasta las 23:59:59 h del día analizado.



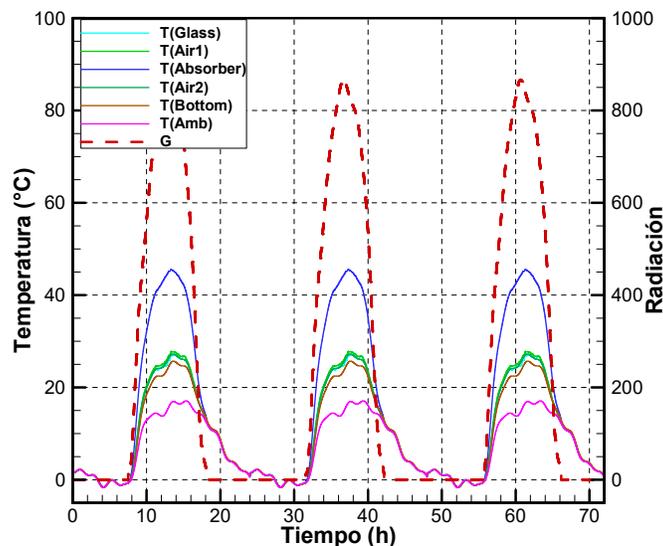
*Figura 4.8: Base de datos de la velocidad del viento del 17 de Enero del 2014*

### 4.3. Análisis del efecto de la condición inicial

Posteriormente, se realizó un análisis del efecto de la condición inicial en los perfiles de temperatura obtenidos debido a que el código numérico en estado transitorio parte del supuesto que los perfiles de temperatura del CSA Tipo IV en el tiempo cero son conocidos. Sin embargo, en las simulaciones estos datos son adivinados dado que es un estudio teórico, es por ello que es importante realizar un análisis del efecto de la condición inicial adivinada en los perfiles de temperatura.

En la literatura se establece que si no se cuenta con el perfil de temperaturas en el tiempo inicial se pueden seguir 2 opciones: en primer lugar, se puede realizar una modelación con el día anterior y utilizar los perfiles de temperatura al final de dicho día como condición inicial para la modelación del día de interés. En segundo lugar, se puede utilizar una condición inicial adivinada y realizar una segunda o tercer corrida en donde la condición inicial de esta corrida corresponderá a los perfiles de temperatura al final de la corrida anterior, es decir, se realizará una corrida donde el código numérico dará dos o tres vueltas con los mismos datos meteorológicos. En el presente trabajo la primer opción quedó descartada debido a que ya se contaban con las correlaciones para los días seleccionados, por lo tanto se eligió la segunda opción.

En la Figura 4.9 se muestra las temperaturas promedio de la cubierta de vidrio ( $\bar{T}_{glass}$ ), la paca absorbedora ( $\bar{T}_{absorber}$ ) y la placa inferior ( $\bar{T}_{bottom}$ ), así como la temperatura a la salida del canal 1 y 2 ( $T_{air1,air2}$ ), la temperatura ambiente ( $T_{amb}$ ) y la irradiancia solar ( $G$ ) para tres ciclos del código numérico, con las mismas condiciones meteorológicas (17 de enero del 2014), en donde la condición inicial a partir del segundo día corresponde a la los perfiles de temperatura al final del día anterior. Adicionalmente, se utilizaron los parámetros de operación mostrados en la Tabla 4.3 y se fijó el flujo másico en 0.05 kg/s. De manera cualitativa no se puede apreciar una diferencia entre utilizar una condición inicial adivinada con la corrección obtenida de la inercia térmica al realizar un segundo o tercer ciclo, sin embargo, esto se debe a las escalas mostradas en la Figura 4.9.



**Figura 4.9:** Efecto de la condición de inicial en el perfil de temperatura del CSA Tipo IV

Se realizó un acercamiento en los puntos de interés. Así, en la Figura 4.10 se muestra un acercamiento en el tiempo  $0 + \Delta t$  (5 s) en cada uno de los 3 días analizados. Se observa que en el día 1 (Figura 4.10a), es decir, con la condición inicial adivinada, los perfiles de temperatura en cada uno de los componentes es la misma y su valor se encuentra muy cercano a la temperatura ambiente. Posteriormente, en el segundo día (Figura 4.10b), al utilizar los perfiles de temperatura al final del día anterior como condición inicial del día analizado, se

observa que los perfiles de temperatura muestran el efecto de la inercia térmica dado que existen variaciones entre los diversos componentes del CSA, además se observa que dichos valores son diferentes de la temperatura ambiente. Por ultimo, se observa que para un tercer día (Figura 4.10c) del código numérico no existen variaciones en los perfiles temperatura con respecto a solo realizar dos ciclos en el código numérico.

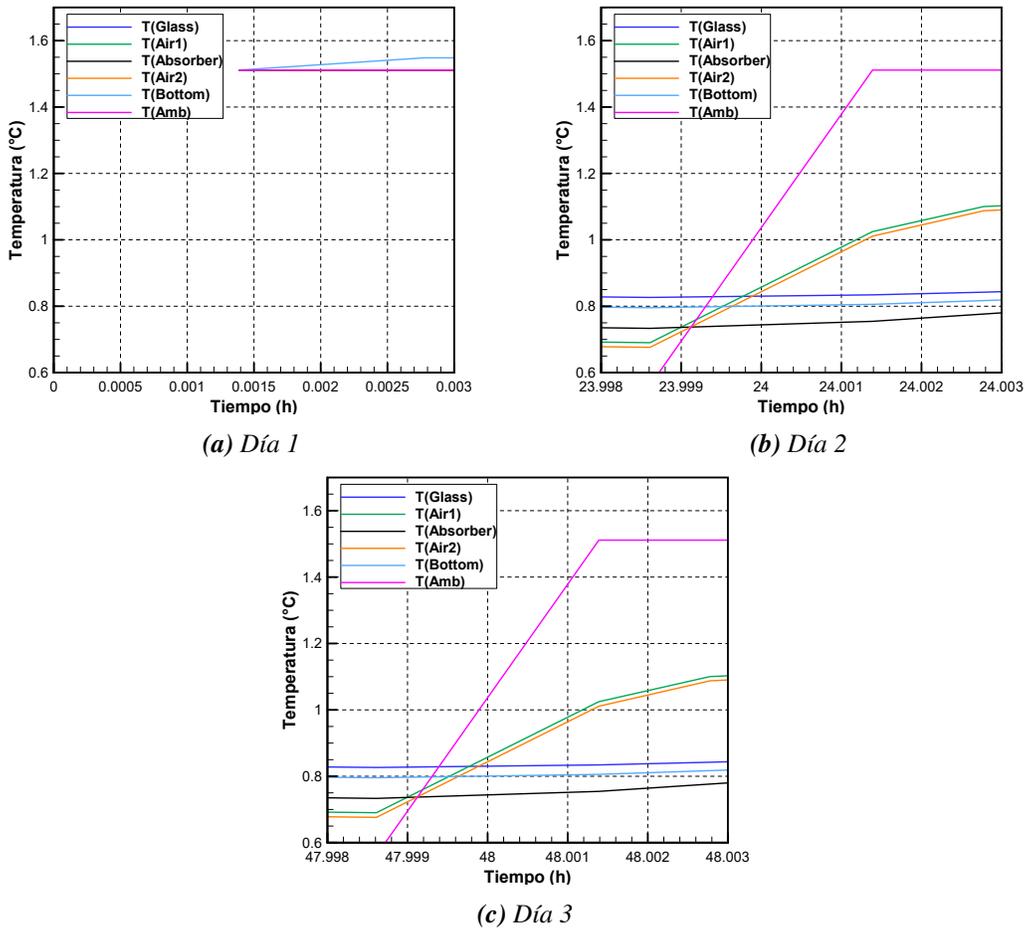


Figura 4.10: Acercamiento del efecto de la condición de inicial en el perfil de temperatura

Es importante señalar, que el efecto de la condición inicial se ve maximizado en los tiempos inmediatamente posteriores al tiempo cero y cuando no existe efecto de la irradiancia solar. Lo anterior se puede afirmar debido a que no existen cambios significativos en los perfiles de temperatura cuando se presenta la irradiancia solar y en el tiempo posterior a esta. Para

observar lo mencionado anteriormente, en la Table 4.5 se realizó un análisis de errores relativos porcentuales para los siguientes instantes de tiempo: 5 s, 13 : 00 y 20 : 00 h, los cuales corresponden a periodos de tiempo posteriores a la condición inicial, un punto de irradiancia solar elevada y un punto posterior a la puesta de sol donde no existe irradiancia solar.

En la Tabla 4.5 se observa como la condición adivinada en el primer día de simulación del código numérico puede afectar los perfiles de temperatura inmediatamente posteriores a la condición inicial hasta en un 100 %. Además, se observa que las desviaciones entre realizar un segundo y un tercer ciclo son prácticamente despreciable en el orden de  $1 \times 10^{-12}$ . Por último, se observa que el efecto de la condición inicial solo afecta a los perfiles de temperatura inmediatamente posteriores a la condición inicial, dado que los mismos no son afectos en los periodos de tiempo donde existe radiación y el periodo posterior a la puesta de sol.

**Tabla 4.5:** Errores relativos porcentuales para diversos instantes de tiempo

Variable	Día 1	Día 2	Día 3	$\epsilon$ (%) Día 1-2	$\epsilon$ (%) Día 2-3
<b>00:0014 h</b>					
$\bar{T}_{glass}$	1.511	0.834	0.834	81.145	0.000
$T_{air1}$	1.511	1.025	1.025	47.415	0.000
$\bar{T}_{absorber}$	1.511	0.754	0.754	100.304	0.000
$T_{air2}$	1.511	1.011	1.011	49.382	0.000
$T_{bottom}$	1.511	0.805	0.805	87.636	0.000
<b>13:00 h</b>					
$\bar{T}_{glass}$	26.182	26.182	26.182	0.000	0.000
$T_{air1}$	26.957	26.957	26.957	0.000	0.000
$\bar{T}_{absorber}$	45.151	45.151	45.151	0.000	0.000
$T_{air2}$	26.389	26.389	26.389	0.000	0.000
$T_{bottom}$	24.574	24.574	24.574	0.000	0.000
<b>20:00 h</b>					
$\bar{T}_{glass}$	8.539	8.539	8.539	0.000	0.000
$T_{air1}$	8.358	8.358	8.358	0.000	0.000
$\bar{T}_{absorber}$	8.446	8.446	8.446	0.000	0.000
$T_{air2}$	8.357	8.357	8.357	0.000	0.000
$T_{bottom}$	8.746	8.746	8.746	0.000	0.000

Por lo tanto, para futuros resultados mostrados en el presente trabajo se realizaron dos ciclos en el código numérico, en donde la condición inicial del día analizado corresponde a los perfiles de temperatura al final del día del ciclo anterior, al dejar constantes las condiciones

---

---

meteorológica (temperatura ambiente, irradiancia solar y velocidad del viento) en ambos días.

## 4.4. Estudio paramétrico

En esta sección se presenta un estudio paramétrico, en donde se varía el flujo másico desde 0.01 hasta 0.5 kg/s y se observa el efecto de estas variaciones sobre los perfiles de temperatura del CSA Tipo IV en estado transitorio. Adicionalmente, se presenta la influencia de las variaciones del flujo másico sobre la eficiencia térmica del CSA de aire.

En primer lugar, se presenta el efecto que tiene las variaciones del flujo másico en los perfiles de temperatura del CSA Tipo IV. Es importante destacar que el estudio se realizó para los días más fríos y más cálidos de cada mes, se emplearon los parámetros de simulación mostrados en la Tabla 4.3, la malla espacial corresponde a la seleccionada en el apéndice C.1 (41 nodos computacionales) y un paso de tiempo de 5 segundos el cual fue determinado en la sección C.2. En este sentido, se emplearon 6 flujos másicos (0.01, 0.05, 0.1, 0.2, 0.04, 0.5 kg/s), es decir, se realizaron un total de 144 corridas del código numérico.

En la Figura 4.11 se muestra los perfiles de temperatura para el CSA Tipo IV en estado transitorio para un día de simulación para flujos másicos desde 0.01 hasta 0.5 kg/s circulado por cada canal. En particular, se muestran la temperatura promedio de la cubierta de vidrio ( $\overline{T}_{glass}$ ), la placa absorbadora ( $\overline{T}_{absorber}$ ) y la placa inferior ( $\overline{T}_{bottom}$ ). Además, se muestra la temperatura a la salida del canal 1 y 2 ( $T_{air1,air2}$ ), la temperatura ambiente ( $T_{amb}$ ) y la irradiancia solar durante el 31 de octubre del 2014. Además, se muestra una franja de color azul la cual corresponde a los límites máximos y mínimos de la temperatura de confort que se muestran la Tabla D.1.

En la Figura 4.11a se presentan las mayores temperaturas en el fluido de trabajo a la sali-

---

---

da del captador. Sin embargo, como se mostró en la verificación de los códigos numéricos en estado permanente, a menores flujos máxicos la eficiencia térmica del captador es menor. Por lo tanto, se debe realizar un análisis de las ganancias y pérdidas de calor en el captador durante el día de operación.

Por otra parte, se observa que el día mostrado en el análisis la temperatura ambiente se encuentra por debajo de la zona de confort a lo largo del día. Por lo tanto, el CSA se utilizaría para acondicionar un recinto proporcionando cierta carga térmica de calentamiento. Sin embargo, se observa que la temperatura del fluido de trabajo a la salida del captador se encuentra en la zona de confort en diferentes intervalos de tiempo dependiendo del flujo máxico empleado. Además, se observa que, independiente del flujo máxico utilizado, en los periodos donde no existe radiación solar el captador no puede suministrar energía debido a la mínima capacidad de almacenamiento de energía que tiene la placa absorbadora.

En particular, en la Figura 4.11a se observa dos intervalos en donde la temperatura del fluido de trabajo se encuentra en la zona de confort: el primero se presenta de las 7:55 hasta las 8:10 h y el segundo de las 16:27 hasta las 16:56 h. En consecuencia, durante el periodo de tiempo de las 8:10 hasta las 16:27 h se presentan temperaturas superiores a la temperatura de confort. Sin embargo, esta energía adicional puede ser aprovechada al implementar un material con una mayor capacidad de almacenamiento de energía.

De manera análoga, en la Figura 4.11b se observa dos intervalos en donde la temperatura del fluido de trabajo se encuentra en la zona de confort: el primero se presenta de las 8:39 hasta las 9:16 h y el segundo de las 15:30 hasta las 16:12 h. Por consiguiente, la energía excedente en el sistema se presenta en el intervalo de tiempo de las 9:16 hasta las 15:30 h, se observa que esta energía térmica es mucho menor que al utilizar un flujo máxico de 0.01 kg/s.

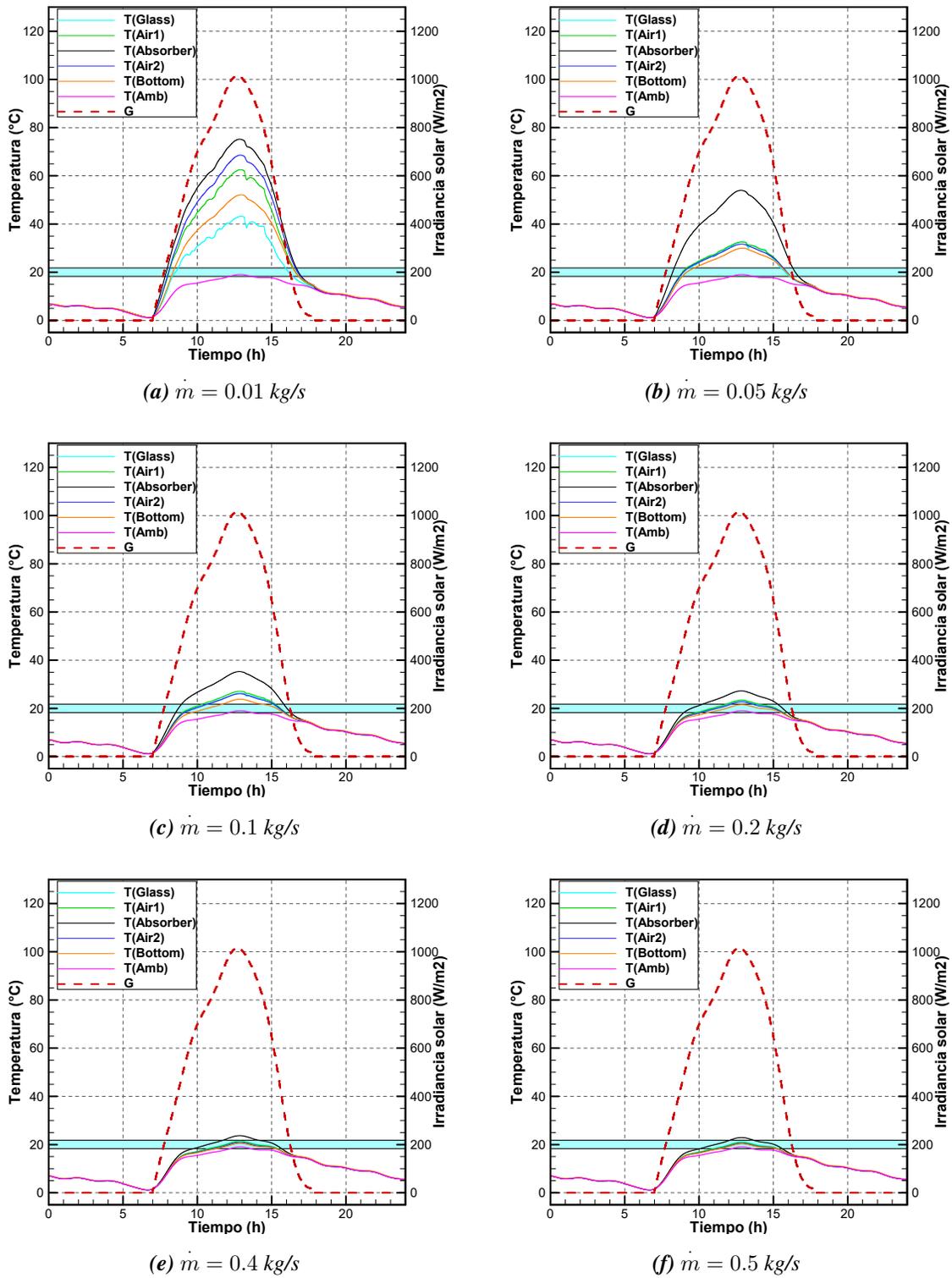


Figura 4.11: Perfiles de temperatura del CSA Tipo IV en estado transitorio, 31 de Octubre del 2014

Así mismo, en la Figura 4.11c se observa dos intervalos en donde la temperatura del fluido de trabajo se encuentra en la zona de confort: el primero se presenta de las 9:00 hasta las 10:40 h y el segundo de las 15:09 hasta las 15:51 h. De igual modo, en la Figura 4.11d se observa dos intervalos en donde la temperatura del fluido de trabajo se encuentra en la zona de confort: el primero se presenta de las 9:51 hasta las 12:09 h y el segundo de las 13:36 hasta las 15:38 h.

Por otra parte, en la Figura 4.11e se observa un solo intervalo en donde la temperatura del fluido de trabajo se encuentra en la zona de confort, de las 10:42 hasta las 15:22 h. De manera análoga, en la Figura 4.11f se observa un solo intervalo en donde la temperatura del fluido de trabajo se encuentra en la zona de confort, de las 11:00 hasta las 15:18 h.

Para simplificar, en la Tabla 4.6 se muestran el condensado de las horas en donde la temperatura del fluido de trabajo se encuentra dentro de la zona de confort para los diferentes flujos máscicos utilizados. En este sentido, se observa que el CSA Tipo IV bajo las condiciones climáticas de la ciudad de Toluca, México el día 31 de Octubre del 2014 se obtendrían las mismas horas de confort al utilizar un flujo máscico de 0.2 o 0.4 kg/s. Sin embargo, sería recomendable utilizar un flujo máscico de 0.4 kg/s (1300 m<sup>3</sup>/h) en cada uno de los canales del captador, debido a que no se desperdiciaría energía y se podría acondicionar una habitación más grande.

**Tabla 4.6:** Horas de confort suministradas por el CSA Tipo IV, 31 de Octubre del 2014

<i>Flujo máscico (kg/s)</i>	<i>Horas de confort</i>
0.01	0:45
0.05	1:19
0.1	2:22
0.2	4:40
0.4	4:40
0.5	4:18

#### 4.4.1. Eficiencia térmica del CSA Tipo IV

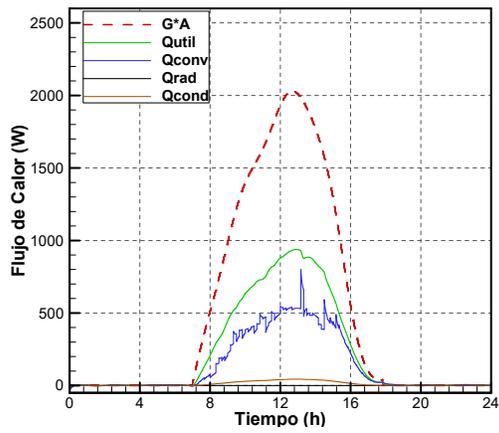
A continuación, se muestran las ganancias y pérdidas de calor del CSA Tipo IV bajo las condiciones de operación antes descritas. Es decir, se muestran las ganancias y pérdidas de calor correspondientes a los perfiles de temperatura mostrados para flujos másicos desde 0.01 hasta 0.5 kg/s. Además, se presenta el efecto que tiene el flujo másico en la eficiencia del captador.

En la Figura 4.12 se muestran los flujos de calor para el CSA Tipo IV en estado transitorio para un día de simulación para flujos másicos desde 0.01 hasta 0.5 kg/s circulado por cada canal. En particular, se muestran el calor suministrado al captador ( $G \cdot A$ ), las pérdidas de calor por convección en la cubierta de vidrio ( $Q_{conv}$ ), por conducción de la placa inferior al ambiente ( $Q_{cond}$ ), por radiación entre la cubierta de vidrio y la bóveda celeste ( $Q_{rad}$ ) y el calor útil ( $Q_{util}$ ) el cual es la energía que retira el fluido de trabajo de la placa absorbidora.

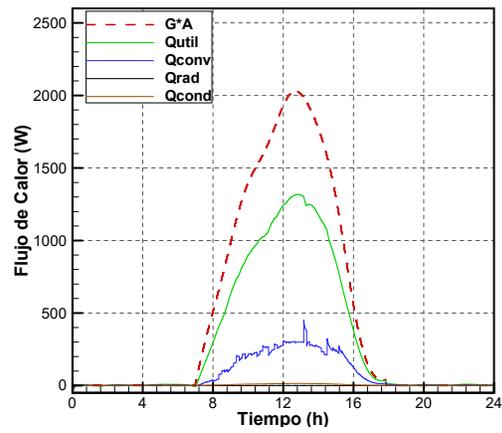
En general, se observa que a medida que el flujo másico aumenta las pérdidas de calor por convección entre la cubierta de vidrio y el medio ambiente disminuyen, ocasionando que el calor útil que el CSA puede suministrar aumente. Adicionalmente, se observa que las pérdidas de calor por conducción y por radiación son despreciables en comparación con las pérdidas por convección.

Por otra parte, se observa que las pérdidas por convección muestran un comportamiento errático con muchas fluctuaciones, el cual corresponde en gran medida al comportamiento de la velocidad del viento presente en el día de evaluación. Además, dado que se cuenta con la energía de salida ( $Q_{util}$ ) del CSA y la energía neta suministrada al mismo ( $G \cdot A$ ) se puede calcular fácilmente la eficiencia térmica del captador mediante la ec. (4.4).

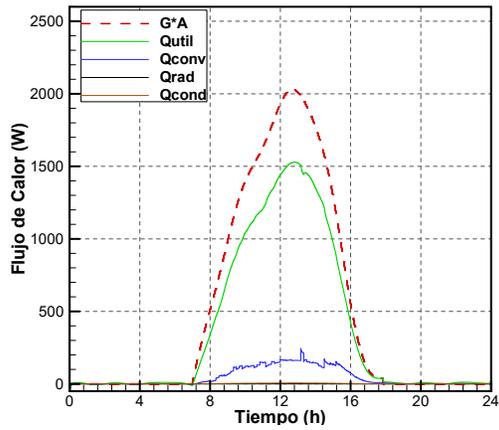
$$\eta = \frac{E_{salida}}{E_{suministrada}} \cdot 100 \% = \frac{Q_{util}}{G \cdot A} \cdot 100 \% \quad (4.4)$$



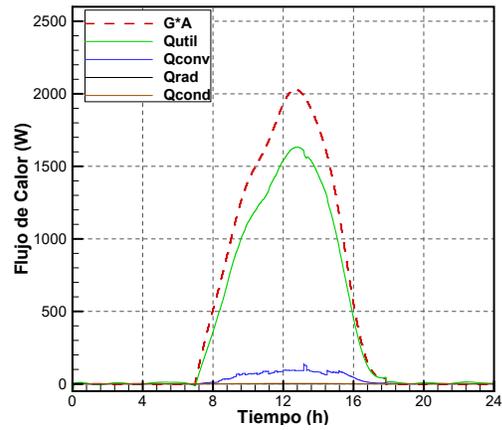
(a)  $\dot{m} = 0.01 \text{ kg/s}$



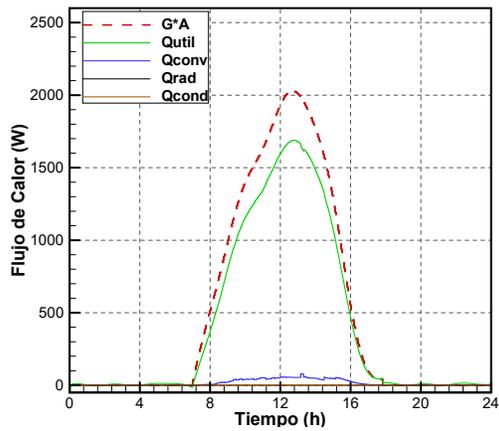
(b)  $\dot{m} = 0.05 \text{ kg/s}$



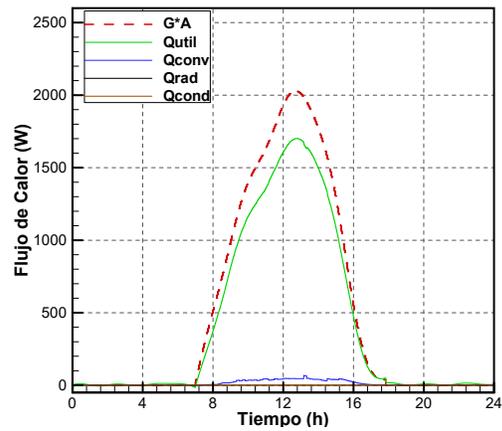
(c)  $\dot{m} = 0.1 \text{ kg/s}$



(d)  $\dot{m} = 0.2 \text{ kg/s}$



(e)  $\dot{m} = 0.4 \text{ kg/s}$



(f)  $\dot{m} = 0.5 \text{ kg/s}$

Figura 4.12: Flujos de calor del CSA Tipo IV en estado transitorio, 31 de Octubre del 2014

De manera que, para obtener tanto la energía de salida como la energía suministrada al CSA se calculó el área bajo la curva de cada una de ellas, mediante una integración numérica utilizando la regla del trapecio (ec. 4.5). Así, se obtuvo que la eficiencia térmica del CSA Tipo IV en estado transitorio bajo los parámetros de operación antes mencionados, se agruparon los resultados obtenidos para cada uno de los flujos máscicos utilizados en la Tabla 4.7.

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{b-a}{n} \left[ \frac{f(a) + f(b)}{2} + \sum_{k=1}^{n-1} f\left(a + k \frac{b-a}{n}\right) \right] \quad (4.5)$$

**Tabla 4.7:** Eficiencia térmica el CSA Tipo IV, 31 de Octubre del 2014

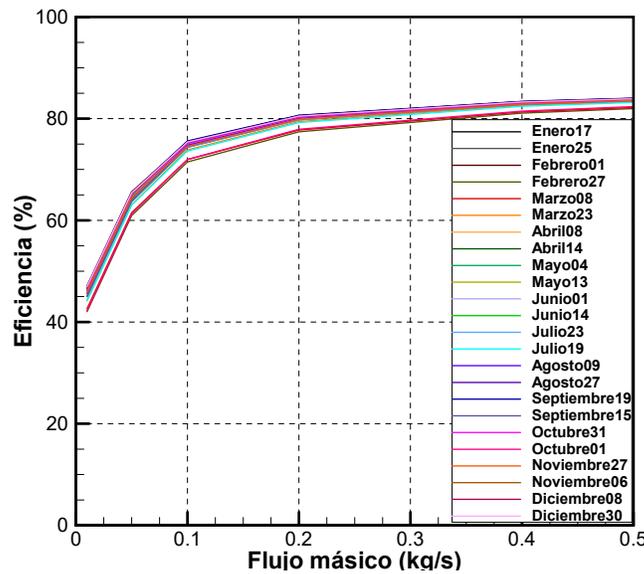
<b>Flujo máscico (kg/s)</b>	<b>Energía suministrada (Wh/m<sup>2</sup>)</b>	<b>Energía de salida (Wh/m<sup>2</sup>)</b>	<b>Eficiencia térmica (%)</b>
0.01	6,127.3	2,844.5	46.42
0.05		3,985.8	65.05
0.1		4,602.0	75.11
0.2		4,918.7	80.28
0.4		5,092.9	83.12
0.5		5,133.4	83.78

En la Tabla 4.7 se observa que a medida que el flujo máscico se incrementa en el CSA la cantidad de energía de salida proporcionada por el captador incrementa, lo cual ya se observaba de manera cualitativa en la Figura 4.12. Por lo tanto, se observa que al utilizar un flujo máscico de 0.5 kg/s el captador logra proporcionar un total de 6,127.3 Wh/m<sup>2</sup> a lo largo del día estudiado, lo cual corresponde a una eficiencia térmica de 83.78 %.

Análogamente, en la Figura 4.13 se muestra la eficiencia térmica del CSA Tipo IV en estado transitorio bajo condiciones climáticas de los días más fríos y más cálidos de cada mes del año 2014 de la ciudad de Toluca, México. Así, en la Figura 4.13 se observa que el comportamiento de la eficiencia térmica del CSA, al modificar el flujo máscico de 0.01 hasta 0.5 kg/s, sigue la misma tendencia. Es decir, la eficiencia térmica aumenta de manera proporcio-

nal al incrementar el flujo másico; con ciertas desviaciones ocasionadas por las condiciones climáticas (irradiancia solar, temperatura ambiente y velocidad del viento) del día analizado.

Por último, se observa que las ganancias significativas en la energía de salida del CSA Tipo IV se presenta al modificar el flujo másico de 0.01 hasta 0.2 kg/s, en este caso en particular se obtienen un incremento del 35 % en la eficiencia térmica del captador analizado. Posteriormente, al incrementar el flujo másico desde 0.2 hasta 0.5 kg/s solo se obtiene una ganancias de 4 % en la eficiencia térmica del captador.



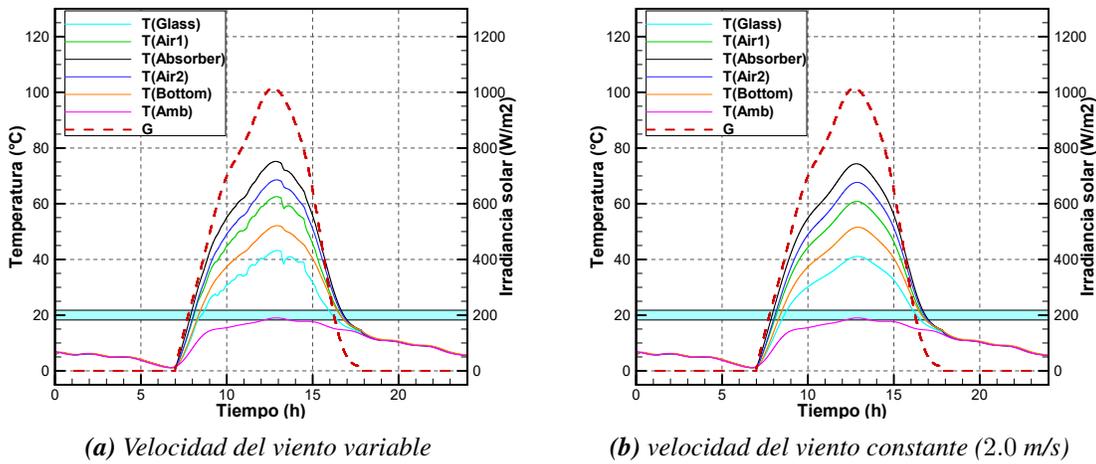
*Figura 4.13: Eficiencia térmica del CSA Tipo IV para los días más fríos y más cálidos de cada mes del 2014 en la ciudad de Toluca, México*

#### 4.4.2. Efecto de la velocidad del viento sobre los perfiles de temperatura

Posteriormente, se realizó un estudio del efecto de la velocidad del viento en los perfiles de temperatura ya que al utilizar flujos másicos pequeños (0.01 kg/s) se observaban oscilaciones en la temperatura de la cubierta de vidrio las cuales no corresponden al comportamiento de la irradiancia solar o la temperatura ambiente. Además, dichas oscilaciones se disminuyen a medida que se acerca a la placa absorbadora, es decir, se ve maximizado en la cubierta de

vidrio, disminuyen en el fluido de trabajo en el canal 1 y apenas se aprecian en el perfil de temperatura de la placa absorbedora, como se observa en la Figura 4.11a.

Además, se observó que estas variaciones coinciden en gran medida con las pérdidas de calor por convección en la cubierta de vidrio que se muestran en la Figura 4.12a. Por consiguiente, se realizó una corrida bajo las mismas condiciones climáticas de la ciudad de Toluca, México el día 31 de octubre del 2014 en donde se fijó la velocidad del viento a 2.0 m/s.



**Figura 4.14:** Efecto de la velocidad del viento sobre los perfiles de temperatura del CSA Tipo IV, 31 de Octubre del 2014

En la Figura 4.14b se observa que al dejar constante la velocidad del viento no se presentan fluctuaciones en los perfiles de temperatura tanto en la cubierta de vidrio como el fluido de trabajo del canal 1 desaparecen, al contrario de los resultados obtenidos con la velocidad del viento variable. En consecuencia, se determinó que la velocidad del viento juega un papel fundamental en el comportamiento térmico del CSA, sin embargo el efecto de la misma se ve potenciado en los componentes más cercanos al medio ambiente (cubierta de vidrio, canal 1 y placa absorbedora), y su efecto es prácticamente imperceptible en los demás componentes.

En particular, la eficiencia térmica del CSA utilizando una velocidad del viento constante

---

---

de 2.0 m/s disminuyó a 45.84 %. Lo anterior se produce debido a que existen periodos de tiempo donde la velocidad del viento es de 0 m/s por lo cual en momentos puntuales la ganancia de energía fue mayor al considerar un velocidad de viento constante.

## **4.5. Perfiles de temperatura del CSA Tipo IV para los días más fríos y más cálidos de cada mes**

En esta sección se presentan los perfiles de temperatura obtenidos mediante la modelación del captador tipo IV en esta transitorio sometido a condiciones climáticas de Toluca de Lerdo, México en el año 2014. En concreto, se presentarán los perfiles de temperatura de los días más fríos y más cálidos de cada mes.

A continuación, se presentan los perfiles de temperatura del CSA Tipo IV bajo las condiciones climáticas antes mencionadas, se utilizó una malla espacial de 41 nodos computacionales, un paso de tiempo de 5 segundos y se utilizaron los parámetros de entrada mostrados en la Tabla 4.3. Además, se fijó el flujo másico a 0.05 m/s debido a que del estudio paramétrico se observó que a estos flujos másicos el captador obtiene una eficiencia térmica aceptable (67 %) con temperaturas del fluido de trabajo máximas de 40°C.

### **4.5.1. Días más fríos de cada mes**

Para empezar, en las Figuras 4.15 y 4.16 se presentan los perfiles de temperatura obtenidos para los días más fríos de cada mes. Se observa que el CSA presenta una tendencia similar en cada uno de los días analizados. Esto es, la temperatura máxima en el fluido de trabajo se encuentra entre el rango de 30 a 40°C, dicha fluctuaciones se deben en gran medida a las condiciones climáticas presentes (irradiancia solar, temperatura ambiente y velocidad del viento). En particular, se observa que se tiene un claro excedente de energía útil la cual puede ser aprovechada para diferentes propósitos.

Además, se observa que en ciertos días (01 de febrero, 04 de mayo, etc.) la temperatura ambiente, en las horas de radiación, se encuentra en el intervalo de temperatura de confort mostrado. Por lo tanto, este excedente de energía se debe utilizar para alcanzar la temperatura de confort en las horas que no existe radiación al utilizar algún otro material en la placa absorbadora que tenga una capacidad de almacenamiento de energía mayor.

Una vez analizados cualitativamente los perfiles de energía se obtuvieron los valores de energía útil que se pueden suministrar y la eficiencia térmica del captador en cada uno de los días analizados como se muestra en la Tabla 4.8.

En la Tabla 4.8 se observa que la mayor ganancia de energía, para los días más fríos de cada mes, se presentó el día *09 de Agosto* donde se obtuvo un total de 6 kWh/m<sup>2</sup>. Sin embargo, la eficiencia térmica máxima se presentó el *17 de Enero* (65.58%). Por lo tanto, el CSA Tipo IV bajo condiciones climáticas de Toluca, México, en los día más fríos, puede suministrar desde 3.6 hasta 6 kWh/m<sup>2</sup> de energía para el calentamiento de una vivienda.

**Tabla 4.8:** Eficiencia térmica el CSA Tipo IV de los días más fríos de cada mes del 2014

<i>Día</i>	<i>Energía de salida (Wh/m<sup>2</sup>)</i>	<i>Eficiencia térmica (%)</i>
17 de Enero	3,739.7	65.58
01 de Febrero	3,737.5	64.98
08 de Marzo	4,463.2	61.50
08 de Abril	4,004.0	64.73
04 de Mayo	4,179.8	64.71
01 de Junio	5,862.6	64.70
23 de Julio	5,782.3	63.81
09 de Agosto	6,001.9	64.38
19 de Septiembre	3,631.7	65.34
31 de Octubre	3,985.8	65.05
27 de Noviembre	3,766.3	64.45
08 de Diciembre	3,292.3	65.50

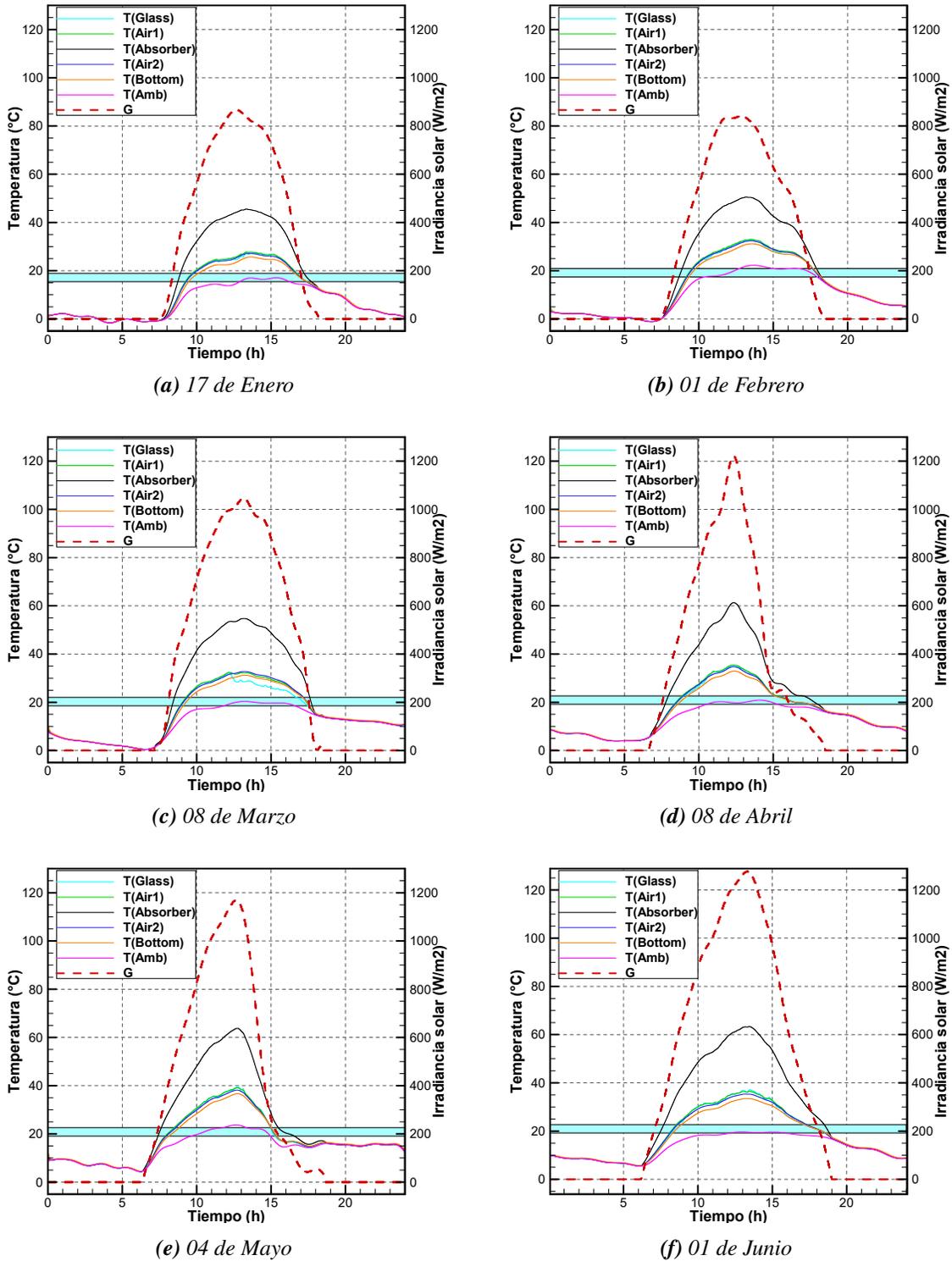


Figura 4.15: Perfiles de temperatura del CSA Tipo IV en estado transitorio para los días más fríos (Enero-Junio 2014) con  $\dot{m} = 0.05$  kg/s

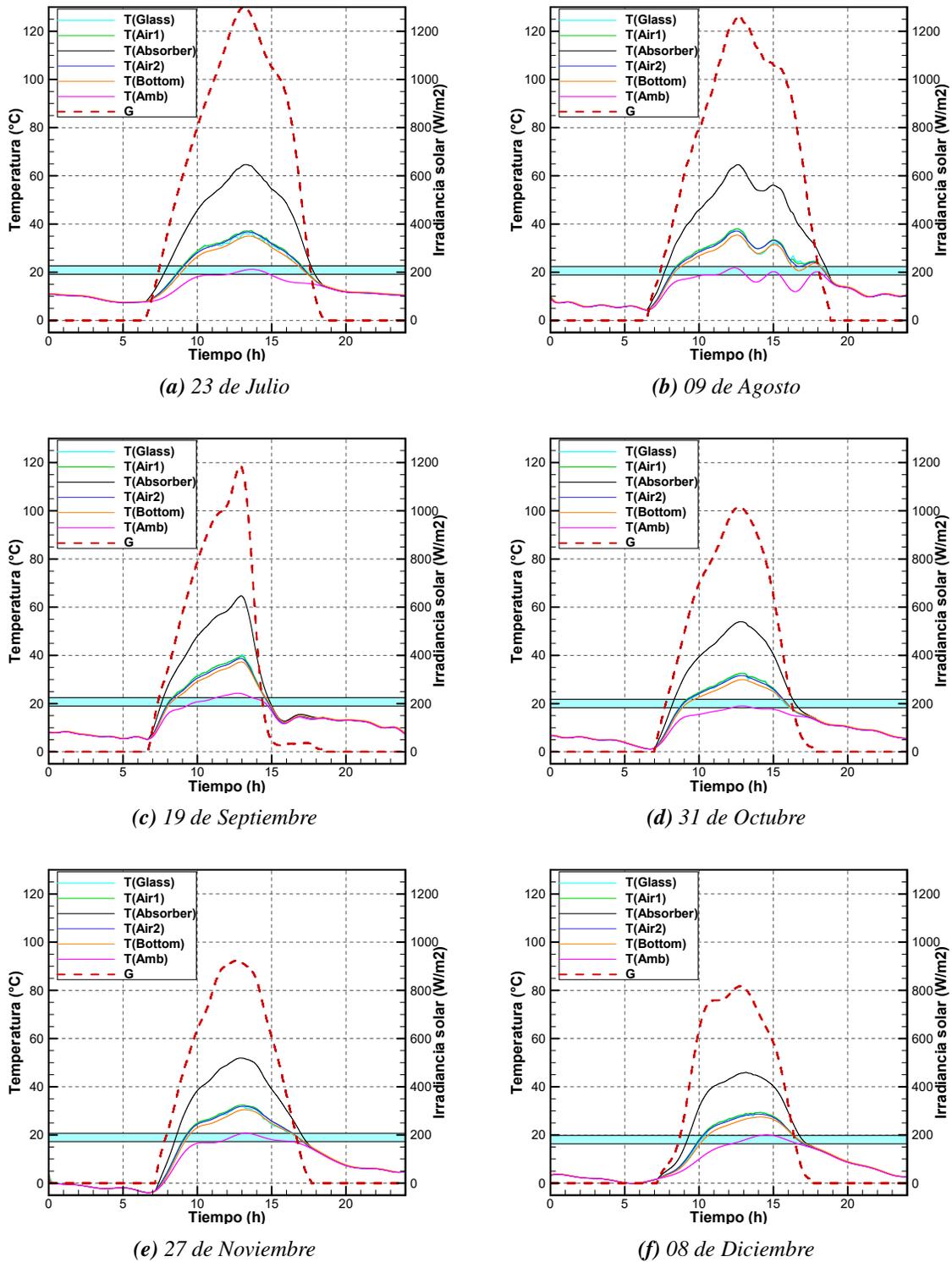


Figura 4.16: Perfiles de temperatura del CSA Tipo IV en estado transitorio para los días más fríos (Julio-Diciembre 2014) con  $\dot{m} = 0.05 \text{ kg/s}$

---

---

### 4.5.2. Días más cálidos de cada mes

En las Figuras 4.17 y 4.18 se presentan los perfiles de temperatura obtenidos para los días más cálidos de cada mes. Se observa que el CSA presenta una tendencia similar en cada uno de los días analizados. Esto es, la temperatura máxima en el fluido de trabajo se encuentra entre el rango de 35 a 40°C, dicha fluctuaciones se deben en gran medida a las condiciones climáticas presentes (irradiación solar, temperatura ambiente y velocidad del viento). Por consiguiente, se observa que se tiene un claro excedente de energía útil la cual puede ser aprovechada para diferentes propósitos.

Además, se observa que en los día más cálidos de cada mes la temperatura ambiente, en las horas de radiación, se encuentra en el intervalo de temperatura de confort mostrado. Por lo tanto, el excedente de energía que proporciona el captador se debe utilizar para alcanzar la temperatura de confort en las horas que no existe radiación al utilizar algún otro material en la placa absorbadora que tenga una capacidad de almacenamiento de energía mayor.

Una vez analizados cualitativamente los perfiles de energía se obtuvieron los valores de energía útil que se pueden suministrar y la eficiencia térmica del captador en cada uno de los días analizados como se muestra en la Tabla 4.9.

En la Tabla 4.9 se observa que la mayor ganancia de energía, para los días más fríos de cada mes, se presentó el día *14 de Junio* donde se obtuvo un total de 5.6 kWh/m<sup>2</sup>. Sin embargo, la eficiencia térmica máxima se presentó el *25 de Enero* (65.58%). Por lo tanto, el CSA Tipo IV bajo condiciones climáticas de Toluca, México, en los día más cálidos, puede suministrar desde 3.4 hasta 5.6 kWh/m<sup>2</sup> de energía para el calentamiento de una vivienda.

Por lo tanto, del estudio realizado se determinó que el captador tiene la capacidad incrementar la temperatura del fluido de trabajo, dicho incremento dependerá en gran medida del

flujo másico utilizado. Además, se observó que dado que la placa absorbadora tiene muy poca capacidad de almacenamiento de energía se deben utilizar tecnologías alternativas (materiales de cambio de fase) para aprovechar la energía excedente que proporciona el captador e incrementar la energía térmica del fluido de trabajo en horas donde no existe radiación solar.

**Tabla 4.9:** Eficiencia térmica el CSA Tipo IV de los días más cálidos de cada mes del 2014

<i>Día</i>	<i>Energía de salida (Wh/m<sup>2</sup>)</i>	<i>Eficiencia térmica (%)</i>
25 de Enero	3,481.6	65.58
27 de Febrero	4,162.8	60.94
23 de Marzo	4,911.7	63.06
14 de Abril	5,016.6	63.70
13 de Mayo	5,376.4	64.15
14 de Junio	5,637.2	64.85
19 de Julio	5,404.7	62.99
27 de Agosto	5,225.8	65.11
15 de Septiembre	5,413.7	63.88
01 de Octubre	4,468.2	61.27
06 de Noviembre	3,790.5	65.23
30 de Diciembre	3,390.8	65.40

Sin embargo, se aprecia que el CSA Tipo IV puede proporcionar hasta un total de 6 kWh/m<sup>2</sup> de energía, en un día de operación, lo cual disminuye en gran medida la cantidad de energía que debería suministrar un calentador eléctrico, disminuyendo en este sentido los costos por consumo eléctrico de este tipo de dispositivos.

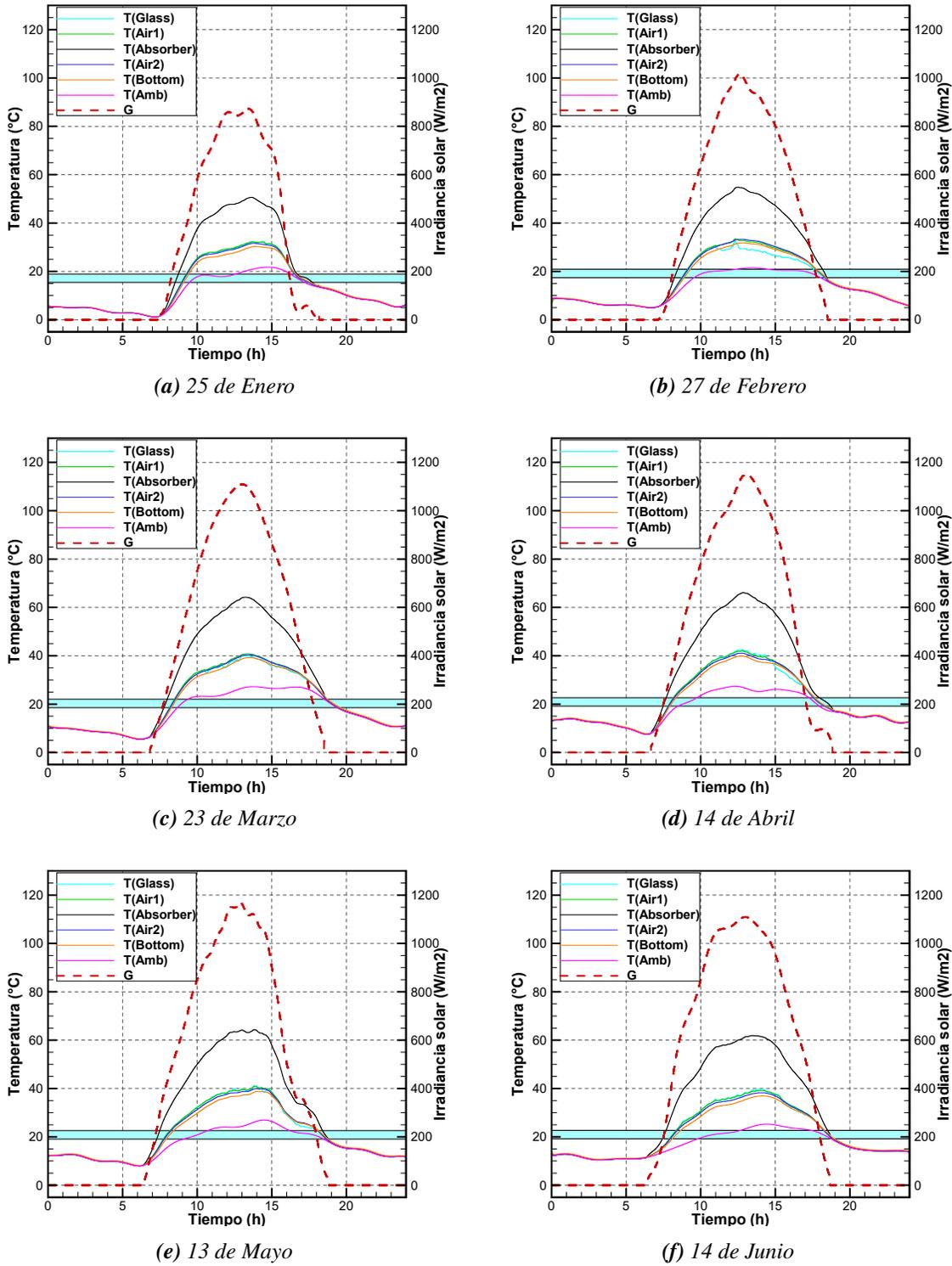
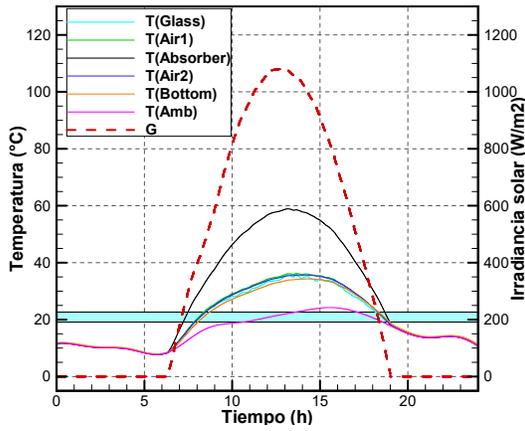
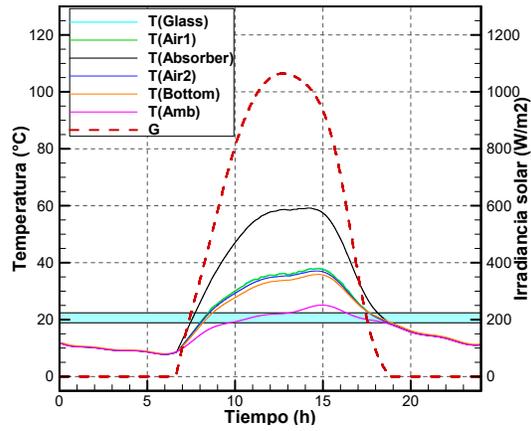


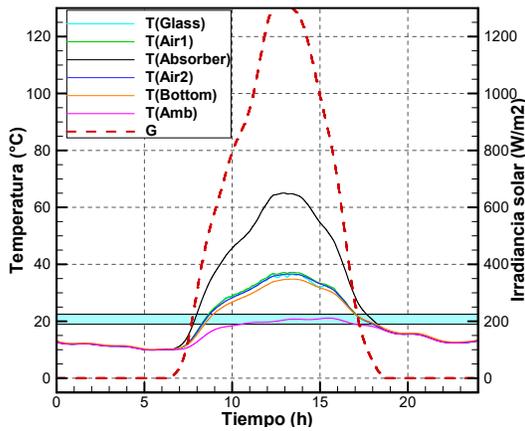
Figura 4.17: Perfiles de temperatura del CSA Tipo IV en estado transitorio para los días más cálidos (Enero-Junio 2014) con  $m= 0.05$  kg/s



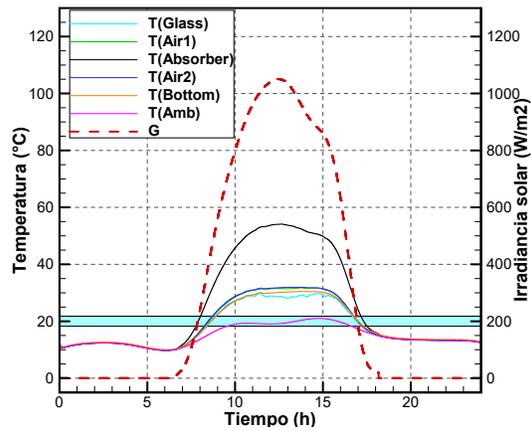
(a) 19 de Julio



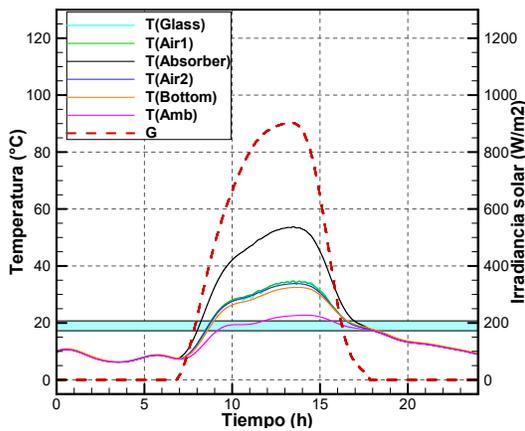
(b) 27 de Agosto



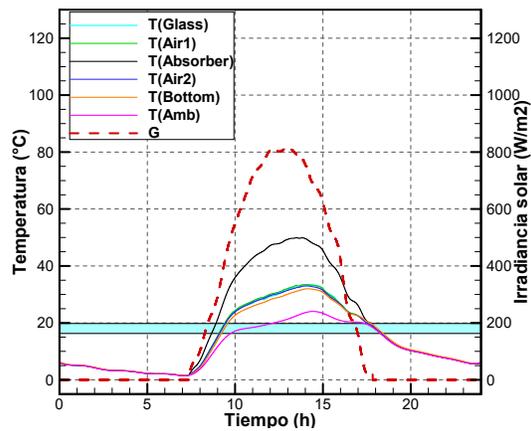
(c) 15 de Septiembre



(d) 01 de Octubre



(e) 06 de Noviembre



(f) 30 de Diciembre

Figura 4.18: Perfiles de temperatura del CSA Tipo IV en estado transitorio para los días más cálidos (Julio-Diciembre 2014) con  $\dot{m} = 0.05 \text{ kg/s}$

## 4.6. Análisis de costos

En esta sección se presenta el análisis de costo anual del consumo de energía eléctrica que se puede lograr con la implementación del CSA Tipo IV a partir de los datos de la Sección 4.5. Para realizar el análisis se consideró un captador de 1 m<sup>2</sup> y un periodo de operación 10 años. Para el presente estudio, se consideró la carga de energía total para el día más frío y el más cálido de cada mes. Así, en la Tabla 4.11 se presenta la tarifa de energía eléctrica, carga térmica y el costo generado para un captador de 1 m<sup>2</sup>.

En primer lugar, se debe tener claro que la Comisión Federal de Electricidad (CFE, 2017) considera un total de 7 tarifas de consumo de electricidad para consumo doméstico, de las cuales siete (de la 1 a la 1F) se aplican a las distintas regiones del país, de acuerdo con la temperatura promedio mensual mínima en verano de la localidad (Tabla 4.10). Es decir, la tarifa que se aplica a las ciudades como CDMX o Puebla es muy distinta a la que se aplica en ciudades como Sinaloa o Mérida, pues, entre más calor la tarifa será más baja. Además, cada una de las 7 tarifas tiene diferentes costos de acuerdo al consumo de energía (básico, intermedio y excedente). En las regiones más cálidas del país se aplica una tarifa de verano, que va desde abril hasta septiembre.

**Tabla 4.10:** División de las tarifas de consumo eléctrico de la CFE

<i>Tarifa</i>	<i>Temperatura promedio mensual mínima en verano (°C)</i>
1	< 25°
1A	25°
1B	28°
1C	30°
1D	31°
1E	32°
1F	33°

---

---

En particular, la CFE establece que la ciudad de Toluca de Lerdo, México tiene una *Tarifa 01* que permanece constante todo el año. Sin embargo, la tarifa 01 se divide en tres cuotas dependiendo el consumo: consumo básico de 0.820 pesos por los primeros 150 kWh consumidos en el bimestre, consumo intermedio de 0.992 pesos por los siguientes 65 kWh consumidos y consumo excedente de 2.901 pesos por cada kWh adicional a los anteriores.

Es necesario recalcar que el análisis de costos se realizó considerando que el consumo de energía eléctrica se determinó multiplicando la tarifa de energía por la carga térmica, teniendo en cuenta la siguiente consideración: para climatizar la edificación se utiliza un calentador resistivo eléctrico, que tiene una eficiencia de 100 %, por lo tanto, toda la energía eléctrica se convierte en calor. Además, en el presente estudio se calculará el período de recuperación estático (SSP por sus siglas en inglés), el cual no considera la tasa de inflación y la tasa de interés respectiva de la inversión inicial. El SSP se puede calcular fácilmente mediante la ec. (4.6). En donde,  $I_o$  es la inversión inicial del proyecto y  $F$  es el valor de los flujos de cajas anuales.

$$SSP = \frac{I_o}{F} \quad (4.6)$$

Así, en la Tabla 4.11 se observa que, en las columnas dos y tres se presentan los fluxes de calor que el captador puede suministrar en el días más frío y el día más cálido de cada mes. Posteriormente, en la columna tres y cuatro se consideró que el mes se comporta en 15 días fríos (16 días fríos para los meses con 31 días) y 15 días cálidos y con base a los datos de las columnas anteriores se determinó la energía en esos periodos de tiempo. Adicionalmente, en la columna seis se presenta la energía bimestral que suministra el captador, debido a que los recibos de luz se pagan en bimestres. En las columnas 7-9 se calculó el costo de los kilowatts-hora que produce el captador dependiendo de la tarifa que corresponde. Finalmente, en la última columna se muestra el costo de los kilowatts-hora producidos por el captador en el bimestre.

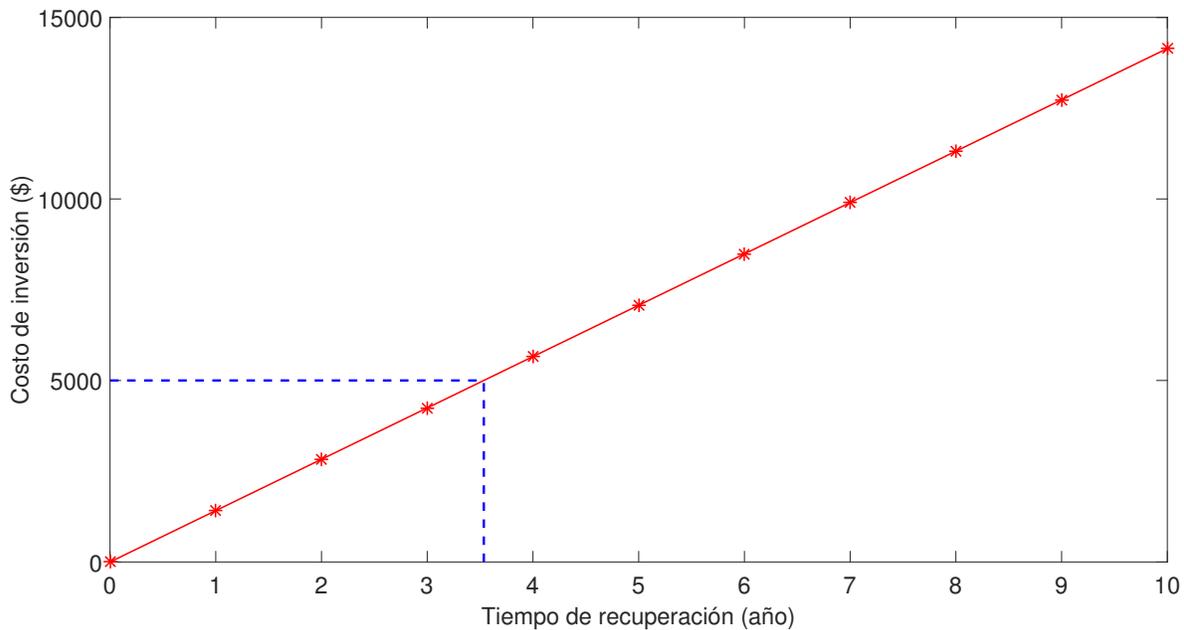
Se observa que cada metro cuadrado del CSA Tipo IV bajo las condiciones meteorológicas de la ciudad de Toluca de Lerdo, México puede suministrar un total de 1,654.451 kWh anualmente, con un valor de \$2182.15 MXN. Sin embargo, este monto no es la ganancia anual real del sistema puesto que el captador requiere un dispositivo para suministra el flujo másico de entrada al captador, el cual consume cierta cantidad de energía eléctrica, adicionalmente se debe considerar el mantenimiento anual del captador. Se consideró un ventilador centrífugo modelo CEB-800 de 127 V, 60 Hz, 1/20 HP (37.285 W), el cual puede suministrar un caudal máximo de 800 m<sup>3</sup>/h. Además, se consideró que el captador requerirá dos mantenimientos anuales con un costo de \$500.00 MXN.

**Tabla 4.11:** Costo de consumo eléctrico para el CSA Tipo IV

Mes	Energía proporcionada por el CSA (Wh/m <sup>2</sup> )		Energía proporcionada por el CSA por periodos (Wh/m <sup>2</sup> )			Costo de energía eléctrica por m <sup>2</sup> (\$ = $q \cdot A \cdot tarifa/1000$ )			Costo bimestral (\$)
	Día frío	Día cálido	Días frío	Días cálido	Bimestre	C. básico	C. intermedio	C. excedente	
Enero	3,739.7	3,481.6	59,835.2	52,224.0	222,663.4	123	64.48	22.23	209.71
Febrero	3,737.5	4,162.8	52,325.0	58,279.2					
Marzo	4,463.2	4,911.7	71,411.2	73,675.5	280,395.7			189.71	377.19
Abril	4,004.0	5,016.6	60,060.0	75,249.0					
Mayo	4,179.8	5,376.4	66,876.8	80,646.0	320,019.8			304.66	492.14
Junio	5,862.6	5,637.2	87,939.0	84,558.0					
Julio	5,782.3	5,404.7	92,516.8	81,070.5	348,004.7			385.85	573.33
Agosto	6,001.9	5,225.8	96,030.4	78,387.0					
Septiembre	3,631.7	5,413.7	54,475.5	81,205.5	266,476.8			149.33	336.81
Octubre	3,985.8	4,468.2	63,772.8	67,023.0					
Noviembre	3,766.3	3,790.5	56,494.5	56,857.5	216,890.8			5.49	192.97
Diciembre	3,292.3	3,390.8	52,676.8	50,862.0					
<b>Total</b>					<b>1,654,451.2</b>				<b>2182.15</b>

Por lo tanto, se debe restar al costo anual de los kWh producidos por el captador el costo anual de mantenimiento (\$500.00 MXN) y el consumo eléctrico del ventilador centrífugo (\$267.82 MXN). De manera que, la ganancia anual real del captador es \$1,414.33 MXN. Además, se estima que el costo de fabricación del CAS Tipo IV por metro cuadrado es \$2,300.00 MXN y el costo del ventilador centrífugo es \$2,700.00 MXN, generando una inversión inicial de \$5,000.00 MXN.

En la Figura 4.19 se muestra tiempo de recuperación de la inversión inicial, se observa que el CSA Tipo IV tiene un tiempo de recuperación de 3 años y medio. Por lo tanto, después de este periodo de recuperación el usuario tendrá un ahorro sustancial de aproximadamente el doble de su inversión inicial.



*Figura 4.19: Tiempo de recuperación de la inversión*

## 4.7. Impacto ambiental

En esta sección se determinará la reducción en la huella de carbono que se obtiene al utilizar energías renovables mediante un sistema de captación solar (CSA Tipo IV) a diferencia de las energías tradicionales. Así, se determinará los kilogramos de dióxido de carbono ( $CO_2$ ) que se dejarían de emitir al año utilizando el captador analizado en el presente trabajo.

Según la Comisión Reguladora de Energía (CRE) el *Factor de Emisión del Sistema Eléctrico*

Nacional en el año 2018 está dado por la ec. (4.7).

$$1kWh = 0.527kg CO_2 \quad (4.7)$$

Por lo tanto, si se consideran los resultados obtenidos en la sección 4.6 donde se determinó que el CSA Tipo IV en un año de operación puede producir un total de 1,654.451 kWh/m<sup>2</sup> de energía limpia. Entonces, al utilizar este captador se estaría evitando que se generarán 871,895 kg CO<sub>2</sub> por cada metro cuadrado de instalación.

En este sentido, se observa que al utilizar el CSA Tipo IV se puede reducir en casi una tonelada las emisiones de dióxido de carbono hacia la atmósfera, reduciendo de esta manera el efecto invernadero que es uno de los grandes problemas de las sociedad actual.

## CAPÍTULO 5

---

### Conclusiones y Recomendaciones

---

En este capítulo se muestran las conclusiones finales del trabajo desarrollado con base a la información presentada en los capítulos anteriores. Además se presentan algunas recomendaciones para trabajos futuros, con la finalidad de que se expanda el conocimiento en el tema que corresponde al ahorro energético en las edificaciones al utilizar captadores solares de aire para la climatización de las mismas.

---

---

## 5.1. Conclusiones

En este trabajo, se estudió un captador solar de aire de dos canales mediante la técnica de *Balances globales de energía*, en concreto la configuración Tipo IV. El estudio fue realizado en estado transitorio en una dimensión (1D) sometido a condiciones meteorológicas de la ciudad de Toluca de Lerdo, México en el año 2014.

De acuerdo a los resultados presentados se puede afirmar que el objetivo general, los objetivos específicos y alcances del trabajo se cumplieron satisfactoriamente. Con base a los resultados presentados se concluye lo siguiente:

- ✎ El utilizar un captador solar de aire de dos canales (Tipo IV), con una placa absorbidora fabricada de aluminio, para la climatización pasiva de edificaciones en zonas con clima templados subhúmedo resulta ser una alternativa viable para obtener una temperatura de confort al interior de la edificación en la horas de radiación.
- ✎ El utilizar una condición inicial adivinada puede afectar hasta en un 100 % los perfiles de temperatura de los tiempos inmediatamente posteriores al tiempo inicial donde no existe radiación. Por lo tanto, se debe considerar el efecto de inercia térmica del día anterior al realizar una segunda corrida con los mismos datos meteorológicos donde la condición inicial de esta corrida corresponde a los perfiles de temperatura al final del día anterior.
- ✎ El flujo másico tiene un efecto importante sobre la eficiencia térmica del captador. En este sentido, al utilizar un flujo másico de 0.01 kg/s se puede tener un 42 – 47 % de eficiencia en el captador, al incrementar el flujo másico se incrementa el calor útil ( $Q_{util}$ ) producido por el captador, y con esto se incrementa la eficiencia térmica del CSA. Se obtiene un incremento del 35 % de eficiencia al incrementar de un flujo másico de 0.01 a 0.2 kg/s. Por otra parte, solo se obtiene un incremento de 4 % al incrementar el flujo másico de 0.2 a 0.5 kg/s.

- ✎ La placa absorbidora utilizada para la evaluación del CSA Tipo IV no tiene la capacidad de almacenamiento de energía. Por lo tanto, el captador solo funciona en las horas de radiación, presentando temperaturas en el fluido de trabajo de hasta 15 °C superiores a la temperatura de confort al utilizar un flujo másico de 0.01 kg/s (32.5 m<sup>3</sup>/h).
- ✎ La velocidad del viento produce oscilaciones en los perfiles de temperatura, las cuales se ven maximizadas en la cubierta de vidrio, disminuyen en la cubierta de vidrio y apenas son perceptibles en la placa absorbidora. Sin embargo, estas oscilaciones solo se presentan para flujos másicos pequeños 0.01 kg/s debido a que el fluido se encuentra en régimen laminar y se ve afectado en mayor medida para las condiciones ambientales al exterior del captador (velocidad del viento, temperatura ambiente).
- ✎ El CSA Tipo IV analizado en el presente trabajo tiene un tiempo de recuperación de 3 años y medios. Además, resulta ser una alternativa viable, si se considera un tiempo de vida de 10 años, se puede obtener hasta el doble de dinero de la inversión inicial (\$5,000.00 MXN) en los seis años y medio posteriores, lo cual resulta en un ahorro sustancial para el usuario.
- ✎ El CSA Tipo IV tiene la capacidad de producir 1,654.451 kWh/m<sup>2</sup> de energía limpia anualmente, lo cual es equivalente a dejar de producir 871,895 kg CO<sub>2</sub> por cada metro cuadrado de instalación. Por lo tanto, el utilizar este tipo de dispositivos genera una disminución en la emisión de los gases de efecto invernadero.

## 5.2. Recomendaciones

Con el objetivo de dar seguimiento y continuidad al presente trabajo de investigación, se presentan algunas recomendaciones que se pueden tomar en cuenta para futuros trabajos, con la finalidad de que se pueda complementar los resultados obtenidos en este trabajo.

- ✎ Hacer una evaluación térmica del comportamiento del CSA Tipo IV bajo otras condiciones climáticas.
- ✎ Realizar un estudio en donde el captador se encuentre acoplado a una edificación.
- ✎ Hacer una evaluación térmica del CSA Tipo V en estado transitorio bajo condiciones climáticas de la República Mexicana.
- ✎ Realizar pruebas experimentales a escala real, bajo condiciones de laboratorio o ambientales con el fin de validar el código numérico desarrollado.
- ✎ Implementar un material de cambio de fase en la placa absorbadora que tenga la capacidad de almacenar energía y suministrarla en los periodos donde no existe radiación.

## Referencias bibliográficas

---

---

Al-Ajlan S. A., Al Faris H. y Khonkar H. (2003), ‘A simulation modeling for optimization of flat plate collector design in riyadh, saudi arabia’, *Renewable Energy*, Vol. 28, 1325–1339.

Álvarez G., Arce J., Lira L. y Heras M. R. (2004), ‘Thermal performance of an air solar collector with an absorber plate made of recyclable aluminum cans’, *Solar Energy*, Vol. 77, 107–113.

Arce J. (2002), Rediseño, construcción y caracterización de un colector solar de aire para un sistema de secado de grano, Master’s thesis, cenidet.

Bahrehmand D. y Ameri M. (2015), ‘Energy and exergy analysis of different solar air collector systems with natural convection’, *Renewable Energy*, Vol. 74, 357–368.

Canavos G. C. (1988), *Probabilidad y Estadística Aplicaciones y Métodos*, McGraw-Hill.

Cengel Y. A. y Cimbala J. M. (2006), *Mecánica de Fluidos: Fundamentos y Aplicaciones*, 1 ed, McGraw-Hill, México, D.F.

CFE (2017), ‘Esquema tarifario vigente’.

**URL:** *Accedido el 07-11-2019 a [app.cfe.mx/Aplicaciones/CCFE/Tarifas/TarifasCRECasa/Casa.aspx](http://app.cfe.mx/Aplicaciones/CCFE/Tarifas/TarifasCRECasa/Casa.aspx)*

Chang W., Wang Y., Li M., Luo X., Ruana Y., Hong Y. y Zhang S. (2015), ‘The theoretical and experimental research on thermal performance of solar air collector with finned absorber’, *Energy Procedia*, Vol. 70, 13–22.

- Duffie J. A. y Beckman W. A. (2013), *Solar Engineering of Thermal Processes*, 4 ed, John Wiley & Sons, Hoboken, New Jersey.
- El-Sebaï A. y Al-Snani H. (2010), 'Effect of selective coating on thermal performance of flat plate solar air heaters', *Energy*, Vol. 35, 1820–1828.
- Hamed M., Fellah A. y Brahim A. B. (2014), 'Parametric sensitivity studies on the performance of a flat plate solar collector in transient behavior', *Energy Conversion and Management*, Vol. 78, 938–947.
- Hernández-Castillo P. (2016), Análisis térmico del efecto de la razón de aspecto área vidriada-pared (ravp) en el consumo energético de edificaciones no residenciales, Master's thesis, cenidet.
- Hernández J. (2009), Diseño, construcción y evaluación térmica de un captador solar de aire de superficie absorbadora formada con ductos aleteados de material reciclable, Master's thesis, cenidet.
- Hernández Del Valle A. y Hernández-Lerma O. (2003), *Elementos de probabilidad y estadística*, 1st ed, Sociedad matemática mexicana.
- Hirunlabh J., Wachirapuwadon S., Pratinthong N. y Khedari J. (2001), 'New configurations of a roof solar collector maximizing natural ventilation', *Building and Environment*, Vol. 36, 383–391.
- Humphreys M. A. y Nicol F. (1998), 'Understanding the adaptive approach to thermal comfort', *ASHRAE Technical Data Bulletin*, Vol. 14, 1–14.
- Hussein H., Mohamad M. y El-Asfour A. (1999), 'Transient investigation of a thermosyphon flat-plate solar collector', *Applied Thermal Engineering*, Vol. 19, 789–800.
- Incropera F. P., Dewitt D. P., Bergman T. L. y Lavine A. S. (2006), *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*, 6 ed, John Wiley & Sons, Hoboken, New Jersey.

- Kammaing W. (1985), 'The approximate temperatures within a flat-plate solar collector under transient conditions', *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 28, 433–440.
- Karim M. y Hawlader M. (2004), 'Development of solar air collectors for drying applications', *Energy Conversion and Management*, Vol. 45, 329–344.
- Leon M. A. y Kumar S. (2007), 'Mathematical modeling and thermal performance analysis of unglazed transpired solar collectors', *Solar Energy*, Vol. 81, 62–75.
- Liu T., Lin W., Gao W., Luo C., Li M., Zheng Q. y Xia C. (2007), 'A parametric study on the thermal performance of a solar air collector with a v-groove absorber', *International Journal of Green Energy*, Vol. 4, 601–622.
- López-Chávez J. (2017), Estudio teórico de una chimenea solar con diferentes placas absorbedoras, Master's thesis, cenidet.
- Montgomery D. C., Peck E. A. y Geoffrey V. (2006), *Introducción al Análisis de Regresión Lineal*, 3rd ed, Grupo Patria Cultural.
- Montgomery D. C., Peck E. A. y Vining G. G. (2001), *Introduction to linear regression analysis*, 3rd ed, Jhon Wiley & Sons. Inc.
- Montgomery D. C. y Runger G. C. (1996), *Probabilidad y Estadística Aplicadas a la Ingeniería*, McGraw-Hill.
- Moo C. M. (2005), Construcción y evaluación de un secador solar de granos, Master's thesis, cenidet.
- Nieves A. y Domínguez F. C. (2010), *Probabilidad y estadística para ingeniería un enfoque moderno*, McGraw-Hill.
- Ong K. S. (1995a), 'Thermal performance of solar air heaters: mathematical model and solution procedure', *Solar Energy*, Vol. 55, 93–109.

Ong K. S. (1995b), 'Thermal performance of solar air heaters-experimental correlation', *Solar Energy*, Vol. 55, 209–220.

Ozgen F., Esen M. y Esen H. (2009), 'Experimental investigation of thermal performance of a double-flow solar air heater having aluminium cans', *Renewable Energy*, Vol. 34, 2391–2398.

Peña D. (2002), *Análisis de Datos Multivariantes*, McGraw-Hill.

Reynoso E. (2011), Análisis térmico de un captador solar de aire ubicado en el techo de una habitación con fines de ventilación, Master's thesis, cenidet.

Romero-Villafranca R. y Zúnica-Ramajo L. R. (2005), *Métodos Estadísticos en Ingeniería*, Editorial de la UPV (Universidad Politécnica de Valencia).

Simá E. (1999), Estudio, caracterización evaluación de un secador solar de granos de tipo indirecto, Master's thesis, cenidet.

Tlatelpa-Becerro A. (2011), Estudio de la transferencia de calor en una chimenea solar para uso diurno con doble canal de aire, Master's thesis, cenidet.

Vargas-López R. (2017), Estudio y diseño de una chimenea solar para ventilación natural, Master's thesis, cenidet.

Youcef-Ali S. y Desmons J. (2006), 'Numerical and experimental study of a solar equipped with offset rectangular plate fin absorber plate', *Renewable Energy*, Vol. 31, 2063–2075.

Zhai X., Dai Y. y Wang R. (2005), 'Experimental investigation on air heating and natural ventilation of a solar air collector', *Energy and Buildings*, Vol. 37, 373–381.

Zima D. y Dziewa P. (2011), 'Modelling of liquid flat-plate solar collector operation in transient states', *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part A: Journal of Power and Energy*, Vol. 225, 53–62.

## APÉNDICE A

---

### Metodología para la construcción de un modelo polinomial

---

#### **A.1. Pasos de la metodología**

Los pasos que se debe realizar para la construcción de un modelo polinomial son los siguientes:

- (a) Dado un conjunto de variables  $x_1, x_2, \dots, x_n$  se construye una matriz de correlación.
- (b) Aquellas variables con más alto índice de correlación son seleccionadas para construir un modelo polinomial utilizando regresión lineal múltiple.
- (c) Aplicación de la teoría de regresión lineal múltiple para construir un modelo polinomial  $P(x_1, x_2, \dots, x_n)$  que prediga una variable dependiente  $y$ .
- (d) Se realiza un análisis residual para verificar la bondad del ajuste polinomial encontrado.

- (e) Se hace un análisis de incertidumbre al modelo polinomial obtenido de manera analítica y numérica.

En las siguientes secciones se enuncian los conceptos fundamentales asociados a la metodología descrita arriba, así como todas las herramientas necesarias para realizar el estudio planteado.

## A.2. Conceptos fundamentales

El objetivo principal del análisis de la regresión múltiple es predecir el comportamiento de la variable dependiente en respuesta a cambios en las variables independientes.

### A.2.1. Variables aleatorias discretas

**Definición A.2.1 (Nieves y Domínguez (2010))** *Una variable aleatoria discreta  $Y$  es el resultado de una relación **funcional** que asocia el espacio muestra  $S$  de un experimento aleatorio, con un conjunto discreto de números reales. Dicho conjunto es denotado por:  $\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_k\}$ , en una muestra concreta de tamaño  $n$ , cada uno de estos valores aparece  $n_1, n_2, \dots, n_k$  veces (frecuencia absoluta). La frecuencia relativa de cada valor es  $f_i = \frac{n_i}{n}$*

*Toda variable aleatoria discreta tiene asociada una función de probabilidad, que a cada valor, le marca la probabilidad de que la variable tome dicho valor.*

### A.2.2. Variables aleatorias continua

**Definición A.2.2 (Nieves y Domínguez (2010))** *Una variable aleatoria continua  $X$  es el resultado de una relación funcional que asocia el espacio muestral  $S$  infinito continuo de un experimento aleatorio, con un conjunto infinito continuo de números reales (nuevo espacio muestral).*

En otras palabras, una variable aleatoria,  $X$ , es de tipo continuo cuando puede tomar cualquier valor en un intervalo de la recta real con una función de densidad  $f(x)$  que representa la modelización en la población del perfil suavizado obtenido a partir de los datos en un histograma de frecuencias relativas

### A.2.3. Regresión Lineal Múltiple

La finalidad de la regresión lineal múltiple, es construir un modelo polinomial probabilístico que relacione una variable dependiente ( $y$ ) con más de una variable independiente o predictiva. La representación del número de variables predictoras estará denotada con la letra  $k$ , en donde,  $k \geq 2$  para que nuestro modelo pueda ser considerado como regresión lineal múltiple; y la representación de dichas variables se mostrará simbólicamente con  $x_1, x_2, \dots, x_{k-1}, x_k$ .

**Definición A.2.3 (Montgomery *et al.* (2006))** *La ecuación general del modelo de regresión lineal múltiple está dada por:*

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k + \varepsilon \quad (\text{A.1})$$

en donde  $E(\varepsilon)=0$  (esperanza) y  $V(\varepsilon)=\sigma^2$  (varianza). Además, con la finalidad de comprobar las hipótesis y determinar los intervalos de confianza y de pronóstico, se supone que esta normalmente distribuido (distribución Gaussiana).

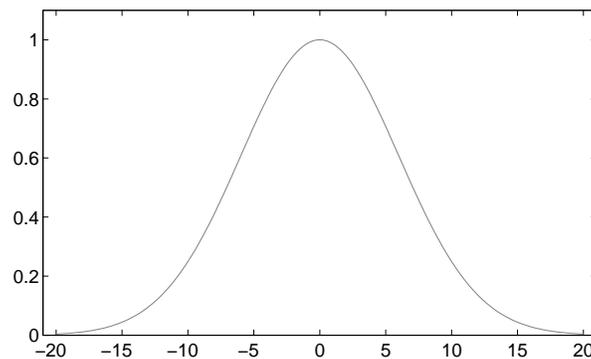
Las características de la ecuación (A.1) se explican a continuación:

- Se puede relacionar la respuesta  $y$  con  $k$  regresores, o variables predictoras.
- Los parámetros  $\beta_j$ ,  $j = 0, 1, \dots, k$  reciben el nombre de coeficientes de regresión.
- El parámetro  $\beta_j$  representa el cambio esperado en la respuesta  $y$  por unidad de cambio unitario en  $x_j$  cuando todas las demás variables regresoras  $x_i$  ( $i \neq j$ ) se mantienen constantes.

- $\varepsilon$  es el error de nuestro modelo, y tiene una **Distribución Normal**, es decir, tiene media igual a cero.

#### A.2.4. Distribución Normal

Frecuentemente se constata en variables aleatorias continuas, una pauta de variabilidad caracterizada por una acumulación de los valores en el entorno de una zona central y unas frecuencias que decrecen de forma aproximadamente simétricas a medida que éstos se alejan de dicho valor central, dando lugar a un histograma cuya forma recuerda la de una campana Figura A.1. Dicha pauta de variabilidad, en muy corriente en datos reales, puede modelarse razonablemente asumiendo que la variables estudiada sigue en la población de probabilidad denominada distribución normal (Otras denominaciones utilizadas son las de distribución de Laplace o distribución de Gauss). Como sabemos toda variable aleatoria continua viene caracterizada por su función de densidad  $f(x)$ , que indica la densidad de probabilidad asociada a cada valor posible de  $x$ .



*Figura A.1: Campana de Gauss*

**Definición A.2.4 ( Romero-Villafranca y Zúnica-Ramajo (2005))** *La distribución normal, se caracteriza por su función de densidad dada por la expresión:*

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}} \quad (\text{A.2})$$

donde:

$$(-\infty < x < \infty)$$

$$m = \text{media de la distribución } (-\infty < m < \infty)$$

$$\sigma = \text{desviación típica de la distribución } (\sigma > 0)$$

Dicha función de densidad  $f(x)$  tiene forma de curva en campana, con una densidad máxima en  $m$ , que es la media y la mediana de la distribución. La densidad decrece de forma simétrica a ambos lados de  $m$ , de forma más o menos rápida en función del valor que tenga la desviación típica  $\sigma$  (puede comprobarse que  $\sigma$  coincide con la distancia desde la media  $m$  al punto de inflexión de la función de densidad). Los dos parámetros de  $m$  y  $\sigma$  caracterizan por completo la distribución de una variable normal.

#### A.2.4.1. Varianza

**Definición A.2.5 (Montgomery y Runger (1996))** *La varianza no es más que el promedio de los cuadrados de las desviaciones de los datos respecto a su media. Consideraciones teóricas, hacen que en el cálculo de dicho promedio la suma de los cuadrados de las desviaciones se divida por  $N-1$  en ves de  $N$*

$$\text{Varianza : } s^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N - 1} \quad (\text{A.3})$$

donde:

$$i = 1, 2, \dots, N$$

$$N = \text{tamaño de la muestras}$$

$$x_i = \text{es cada uno de los elementos del espacio muestra}$$

$$\bar{x} = \text{media aritmética de la muestra}$$

---

**Definición A.2.6 (Montgomery y Runger (1996))** Si la variable aleatoria  $X$  es continua con función de densidad  $f(X)$ , entonces la varianza de  $X$ , denotada por  $V(x)$  o  $\sigma_x^2$ , es

$$V(x) = \sigma_x^2 = \int (x - \mu)^2 f(x) dx \quad (\text{A.4})$$

donde:

$$\mu = \int x f(x) dx$$

las integrales están definidas sobre el intervalo de  $x$

La independencia para variables aleatorias continuas es similar a la dada para las variables aleatorias discretas. Si  $f_{XY}(x, y) = f_X(x)f_Y(y)$  para toda  $x$  y  $y$ , entonces,  $X$  y  $Y$  son independientes.

**Definición A.2.7 (Montgomery y Runger (1996))** Para las variables aleatorias continuas  $X$  y  $Y$ , si se cumple cualquiera de las siguientes propiedades, entonces se cumplen las demás, por lo que se dice que  $X$  y  $Y$  son independientes.

- $f_{XY}(x, y) = f_X(x)f_Y(y)$  para toda  $x$  y  $y$
- $f_{Y|x}(y) = f_Y(y)$  para toda  $x$  y  $y$  con  $f_X(x) > 0$
- $f_{X|y}(x) = f_X(x)$  para toda  $x$  y  $y$  con  $f_Y(y) > 0$
- $P(X \in A, Y \in B) = P(X \in A)P(Y \in B)$  para cualesquiera regiones  $A$  y  $B$  en el rango de  $X$  y  $Y$ , respectivamente.

#### A.2.4.2. Datos atípicos

Nombramos datos atípicos a aquellas observaciones que parecen haberse generado de forma distinta al resto de los datos. Pueden ser causadas por cambios en el instrumento de medición o por errores de medición o transcripción. Los análisis efectuados sobre datos recogidos en

condiciones de estrecho control, revelan que es frecuente que aparezcan entre un 1 % y un 3 % de observaciones atípicas respecto al resto de la muestra. Cuando los datos se han recogido sin un cuidado especial, la proporción de datos atípicos puede llegar al 5 % y ser incluso mayor, Peña (2002).

### **Efectos de los atípicos**

Las consecuencias de una sola observación atípica pueden ser graves: distorsionar las medias y desviaciones típicas de las variables y destruir las relaciones existentes entre ellas. Cuando existe más de un atípico en los datos, puede producirse el efecto conocido como enmascaramiento, que consiste en que observaciones atípicas similares se ocultan entre sí.

### **Identificación de grupos atípicos**

Hay dos formas para tratar con la heterogeneidad. La primera es utilizar estimadores robustos, que son estimadores diseñados para verse poco afectados por cierta contaminación de atípicos. La segunda es detectar los atípicos y quitarlos de la muestra, y aplicar el cálculo de los estimadores a las muestras limpias de atípicos. El procedimiento para detectar grupos de atípicos es eliminar de la muestra todos los puntos sospechosos, de manera que evitemos el enmascaramiento y podamos calcular el vector de medias y la matriz de covarianzas sin distorsiones.

### **A.2.5. Análisis Residual**

Una manera muy efectiva de detectar las posibles deficiencias (o violaciones) de un modelo de regresión lineal múltiple radica en llevar a cabo un análisis de residuos, [ Montgomery *et al.* (2001), pag. 132-140, Canavos (1988), pag. 416].

Para verificar si dicho modelo se ajusta a los datos se tienen que verificar cada una de las siguientes hipótesis:

---

**Supuesto A.2.8** *Los errores residuales deben satisfacer:*

- (a) *son independientes,*
- (b) *tiene distribución normal,*
- (c) *tienen varianza constante (Homocedasticidad),*
- (d) *tiene media cero,*

Un residuo es un estimador del error aleatorio  $\varepsilon$  el cual es la diferencia entre el valor observado  $y$  y el valor estimado (o ajustado) por el modelo de regresión  $\hat{y}$ , se define,

$$\varepsilon = y - \hat{y}, \quad (\text{A.5})$$

A menudo el análisis de los residuos es útil para verificar la hipótesis de que los errores tienen una distribución que es aproximadamente normal con varianza constante.

**Residuos estandarizados** Los residuos estandarizados son residuos escalados, los cuales son útiles para determinar observaciones que sean atípicas o valores extremos, esto es, observaciones que en algún aspecto estén separados o alejados del resto de los datos.

$$d_i = \frac{e_i}{\sqrt{V(e_i)}} = \frac{e_i}{\sigma^2 \left[ 1 - \left( \frac{1}{n} + \frac{(x_i - \bar{x})^2}{S_{xx}} \right) \right]}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (\text{A.6})$$

donde:

$e_i =$  *iésimo residuo*

$V(e_i) =$  *varianza del iésimo residuo*

$n =$  *tamaño de la muestra*

$x_i =$  *iésimo elemento del espacio muestral*

$\bar{x} =$  *media aritmética de la muestra*

$$S_{xx} = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

Los residuos estandarizados tienen media cero y varianza aproximadamente unitaria, en consecuencia, un residual estandarizado grande (por ejemplo  $d_i > 3$ ) indica que se trata de un valor atípico potencial.

#### **A.2.5.1. Teorema de Chebyshev**

**Definición A.2.9 (Hernández Del Valle y Hernández-Lerma (2003))** *Sea  $k$  un número mayor que 1. Para cualquier conjunto de datos tomados aleatoriamente de una población, la proporción de datos que están "dentro" de  $k$  desviaciones estándar de la media  $\bar{x}$  es al menos*

$$1 - \frac{1}{k^2}$$

## APÉNDICE B

---

### Correlaciones de la radiación solar global y la temperatura ambiente

---

#### **B.1. Correlaciones de la radiación solar global**

En esta sección se presentan las correlaciones obtenidas para la *Radiación solar global* en su componente horizontal para los respectivos días seleccionados en la Tabla 4.4. Además, dado el comportamiento de la radiación solar se tuvieron que particionar los datos en tres intervalos, en dos de esos intervalos la radiación solar tiene un valor de cero, mientras que en el intervalo restante se considera la correlación obtenida. A continuación, se presenta las correlaciones con sus respectivos tres intervalos (en segundos) para cada uno de los 24 días analizados en el presente estudio.

**17 de Enero del 2014**

$$RS(t) = \begin{cases} 0, & \text{si } 0 \leq t < 27000 \\ a_1 \sin(b_1 t + c_1) + a_2 \sin(b_2 t + c_2) + a_3 \sin(b_3 t + c_3) \\ + a_4 \sin(b_4 t + c_4) + a_5 \sin(b_5 t + c_5) + a_6 \sin(b_6 t + c_6), & \text{si } 27000 \leq t \leq 65400 \\ 0, & \text{si } 65400 < t < 86400 \end{cases}$$

**25 de Enero del 2014**

$$RS(t) = \begin{cases} 0, & \text{si } 0 \leq t < 27000 \\ a_1 \sin(b_1 t + c_1) + a_2 \sin(b_2 t + c_2) + a_3 \sin(b_3 t + c_3) \\ + a_4 \sin(b_4 t + c_4) + a_5 \sin(b_5 t + c_5) + a_6 \sin(b_6 t + c_6), & \text{si } 27000 \leq t \leq 65400 \\ 0, & \text{si } 65400 < t < 86400 \end{cases}$$

**01 de Febrero del 2014**

$$RS(t) = \begin{cases} 0, & \text{si } 0 \leq t < 27000 \\ a_1 \sin(b_1 t + c_1) + a_2 \sin(b_2 t + c_2) + a_3 \sin(b_3 t + c_3) \\ + a_4 \sin(b_4 t + c_4) + a_5 \sin(b_5 t + c_5) + a_6 \sin(b_6 t + c_6) \\ + a_7 \sin(b_7 t + c_7), & \text{si } 27000 \leq t \leq 66000 \\ 0, & \text{si } 66000 < t < 86400 \end{cases}$$

**27 de Febrero del 2014**

$$RS(t) = \begin{cases} 0, & \text{si } 0 \leq t < 25800 \\ a_1 \sin(b_1 t + c_1) + a_2 \sin(b_2 t + c_2) + a_3 \sin(b_3 t + c_3) \\ + a_4 \sin(b_4 t + c_4) + a_5 \sin(b_5 t + c_5) + a_6 \sin(b_6 t + c_6) \\ + a_7 \sin(b_7 t + c_7) + a_8 \sin(b_8 t + c_8), & \text{si } 25800 \leq t \leq 66600 \\ 0, & \text{si } 66600 < t < 86400 \end{cases}$$

**08 de Marzo del 2014**

$$RS(t) = \begin{cases} 0, & \text{si } 0 \leq t < 25800 \\ a_1 \sin(b_1 t + c_1) + a_2 \sin(b_2 t + c_2) + a_3 \sin(b_3 t + c_3) \\ + a_4 \sin(b_4 t + c_4) + a_5 \sin(b_5 t + c_5) + a_6 \sin(b_6 t + c_6) & \text{si } 25800 \leq t \leq 66600 \\ + a_7 \sin(b_7 t + c_7), \\ 0, & \text{si } 66600 < t < 86400 \end{cases}$$

**23 de Marzo del 2014**

$$RS(t) = \begin{cases} 0, & \text{si } 0 \leq t < 24600 \\ a_1 \sin(b_1 t + c_1) + a_2 \sin(b_2 t + c_2) + a_3 \sin(b_3 t + c_3) \\ + a_4 \sin(b_4 t + c_4) + a_5 \sin(b_5 t + c_5), & \text{si } 24600 \leq t \leq 66600 \\ 0, & \text{si } 66600 < t < 86400 \end{cases}$$

**08 de Abril del 2014**

$$RS(t) = \begin{cases} 0, & \text{si } 0 \leq t < 24000 \\ a_1 \sin(b_1 t + c_1) + a_2 \sin(b_2 t + c_2) + a_3 \sin(b_3 t + c_3) \\ + a_4 \sin(b_4 t + c_4) + a_5 \sin(b_5 t + c_5) + a_6 \sin(b_6 t + c_6), & \text{si } 24000 \leq t \leq 66600 \\ 0, & \text{si } 66600 < t < 86400 \end{cases}$$

**14 de Abril del 2014**

$$RS(t) = \begin{cases} 0, & \text{si } 0 \leq t < 24000 \\ a_1 \sin(b_1 t + c_1) + a_2 \sin(b_2 t + c_2) + a_3 \sin(b_3 t + c_3) \\ + a_4 \sin(b_4 t + c_4) + a_5 \sin(b_5 t + c_5) + a_6 \sin(b_6 t + c_6), & \text{si } 24000 \leq t \leq 67800 \\ + a_7 \sin(b_7 t + c_7), \\ 0, & \text{si } 67800 < t < 86400 \end{cases}$$

**04 de Mayo del 2014**

$$RS(t) = \begin{cases} 0, & \text{si } 0 \leq t < 22800 \\ a_1 \sin(b_1 t + c_1) + a_2 \sin(b_2 t + c_2) + a_3 \sin(b_3 t + c_3) \\ + a_4 \sin(b_4 t + c_4) + a_5 \sin(b_5 t + c_5), & \text{si } 22800 \leq t \leq 67200 \\ 0, & \text{si } 67200 < t < 86400 \end{cases}$$

**13 de Mayo del 2014**

$$RS(t) = \begin{cases} 0, & \text{si } 0 \leq t < 22800 \\ a_1 \sin(b_1 t + c_1) + a_2 \sin(b_2 t + c_2) + a_3 \sin(b_3 t + c_3) \\ + a_4 \sin(b_4 t + c_4) + a_5 \sin(b_5 t + c_5) + a_6 \sin(b_6 t + c_6), & \text{si } 22800 \leq t \leq 67800 \\ + a_7 \sin(b_7 t + c_7), \\ 0, & \text{si } 67800 < t < 86400 \end{cases}$$

**01 de Junio del 2014**

$$RS(t) = \begin{cases} 0, & \text{si } 0 \leq t < 22200 \\ a_1 \sin(b_1 t + c_1) + a_2 \sin(b_2 t + c_2) + a_3 \sin(b_3 t + c_3) \\ + a_4 \sin(b_4 t + c_4) + a_5 \sin(b_5 t + c_5) + a_6 \sin(b_6 t + c_6), & \text{si } 22200 \leq t \leq 68400 \\ 0, & \text{si } 68400 < t < 86400 \end{cases}$$

**14 de Junio del 2014**

$$RS(t) = \begin{cases} 0, & \text{si } 0 \leq t < 22800 \\ a_1 \sin(b_1 t + c_1) + a_2 \sin(b_2 t + c_2) + a_3 \sin(b_3 t + c_3) \\ \quad + a_4 \sin(b_4 t + c_4), & \text{si } 22800 \leq t \leq 67200 \\ 0, & \text{si } 67200 < t < 86400 \end{cases}$$

**19 de Julio del 2014**

$$RS(t) = \begin{cases} 0, & \text{si } 0 \leq t < 22800 \\ a_1 \sin(b_1 t + c_1) + a_2 \sin(b_2 t + c_2) + a_3 \sin(b_3 t + c_3) \\ \quad + a_4 \sin(b_4 t + c_4) + a_5 \sin(b_5 t + c_5) + a_6 \sin(b_6 t + c_6), & \text{si } 22800 \leq t \leq 68400 \\ \quad + a_7 \sin(b_7 t + c_7) \\ 0, & \text{si } 68400 < t < 86400 \end{cases}$$

**23 de Julio del 2014**

$$RS(t) = \begin{cases} 0, & \text{si } 0 \leq t < 23400 \\ a_1 \sin(b_1 t + c_1) + a_2 \sin(b_2 t + c_2) + a_3 \sin(b_3 t + c_3) \\ \quad + a_4 \sin(b_4 t + c_4), & \text{si } 23400 \leq t \leq 66600 \\ 0, & \text{si } 66600 < t < 86400 \end{cases}$$

**09 de Agosto del 2014**

$$RS(t) = \begin{cases} 0, & \text{si } 0 \leq t < 23400 \\ a_1 \sin(b_1 t + c_1) + a_2 \sin(b_2 t + c_2) + a_3 \sin(b_3 t + c_3) \\ \quad + a_4 \sin(b_4 t + c_4) + a_5 \sin(b_5 t + c_5), & \text{si } 23400 \leq t \leq 67800 \\ 0, & \text{si } 67800 < t < 86400 \end{cases}$$

**27 de Agosto del 2014**

$$RS(t) = \begin{cases} 0, & \text{si } 0 \leq t < 24000 \\ a_1 \sin(b_1 t + c_1) + a_2 \sin(b_2 t + c_2) + a_3 \sin(b_3 t + c_3) \\ \quad + a_4 \sin(b_4 t + c_4) & \text{si } 24000 \leq t \leq 67200 \\ 0, & \text{si } 67200 < t < 86400 \end{cases}$$

**15 de Septiembre del 2014**

$$RS(t) = \begin{cases} 0, & \text{si } 0 \leq t < 24000 \\ a_1 \sin(b_1 t + c_1) + a_2 \sin(b_2 t + c_2) + a_3 \sin(b_3 t + c_3) \\ \quad + a_4 \sin(b_4 t + c_4) + a_5 \sin(b_5 t + c_5) + a_6 \sin(b_6 t + c_6), & \text{si } 24000 \leq t \leq 66600 \\ 0, & \text{si } 66600 < t < 86400 \end{cases}$$

**19 de Septiembre del 2014**

$$RS(t) = \begin{cases} 0, & \text{si } 0 \leq t < 24000 \\ a_1 \sin(b_1 t + c_1) + a_2 \sin(b_2 t + c_2) + a_3 \sin(b_3 t + c_3) \\ \quad + a_4 \sin(b_4 t + c_4) + a_5 \sin(b_5 t + c_5) + a_6 \sin(b_6 t + c_6), & \text{si } 24000 \leq t \leq 66600 \\ 0, & \text{si } 66600 < t < 86400 \end{cases}$$

**01 de Octubre del 2014**

$$RS(t) = \begin{cases} 0, & \text{si } 0 \leq t < 24000 \\ a_1 \sin(b_1 t + c_1) + a_2 \sin(b_2 t + c_2) + a_3 \sin(b_3 t + c_3) \\ \quad + a_4 \sin(b_4 t + c_4) + a_5 \sin(b_5 t + c_5), & \text{si } 24000 \leq t \leq 65400 \\ 0, & \text{si } 65400 < t < 86400 \end{cases}$$

**31 de Octubre del 2014**

$$RS(t) = \begin{cases} 0, & \text{si } 0 \leq t < 25200 \\ a_1 \sin(b_1 t + c_1) + a_2 \sin(b_2 t + c_2) + a_3 \sin(b_3 t + c_3) \\ \quad + a_4 \sin(b_4 t + c_4), & \text{si } 25200 \leq t \leq 64200 \\ 0, & \text{si } 64200 < t < 86400 \end{cases}$$

**06 de Noviembre del 2014**

$$RS(t) = \begin{cases} 0, & \text{si } 0 \leq t < 24600 \\ a_1 \sin(b_1 t + c_1) + a_2 \sin(b_2 t + c_2) + a_3 \sin(b_3 t + c_3) \\ \quad + a_4 \sin(b_4 t + c_4), & \text{si } 24600 \leq t \leq 64200 \\ 0, & \text{si } 64200 < t < 86400 \end{cases}$$

**27 de Noviembre del 2014**

$$RS(t) = \begin{cases} 0, & \text{si } 0 \leq t < 25800 \\ a_1 \sin(b_1 t + c_1) + a_2 \sin(b_2 t + c_2) + a_3 \sin(b_3 t + c_3) \\ \quad + a_4 \sin(b_4 t + c_4) + a_5 \sin(b_5 t + c_5), & \text{si } 25800 \leq t \leq 63600 \\ 0, & \text{si } 63600 < t < 86400 \end{cases}$$

**08 de Diciembre del 2014**

$$RS(t) = \begin{cases} 0, & \text{si } 0 \leq t < 25800 \\ a_1 \sin(b_1 t + c_1) + a_2 \sin(b_2 t + c_2) + a_3 \sin(b_3 t + c_3) \\ \quad + a_4 \sin(b_4 t + c_4), & \text{si } 25800 \leq t \leq 63600 \\ 0, & \text{si } 63600 < t < 86400 \end{cases}$$

**30 de Diciembre del 2014**

$$RS(t) = \begin{cases} 0, & \text{si } 0 \leq t < 26400 \\ a_1 \sin(b_1 t + c_1) + a_2 \sin(b_2 t + c_2) + a_3 \sin(b_3 t + c_3) \\ + a_4 \sin(b_4 t + c_4) + a_5 \sin(b_5 t + c_5) + a_6 \sin(b_6 t + c_6) & \text{si } 26400 \leq t \leq 64200 \\ + a_7 \sin(b_7 t + c_7) + a_8 \sin(b_8 t + c_8), \\ 0, & \text{si } 64200 < t < 86400 \end{cases}$$

Los coeficientes  $(a_n, b_n, c_n)$  de cada una de las correlaciones descritas anteriormente son mostrados en las Tablas B.1 y B.2. Adicionalmente, se muestra el coeficiente de correlación que tienen cada una de las correlaciones obtenidas con los datos censados por la estación meteorológica.

Tabla B.1: Coeficientes para las correlaciones de la Radiación Solar global horizontal en Toluca, México 2014 (Parte 1)

Coeficientes	Enero		Febrero		Marzo		Abril		Mayo		Junio	
	17	25	01	27	08	23	08	14	04	13	01	14
$a_1$	743.8	734.6	794.2	902.4	1170	993.7	1282	1049	909.6	975.2	1155	1117
$a_2$	151.8	195.9	118.1	238.4	147.9	-20.78	230.2	444.3	111.3	175.3	48.32	928.2
$a_3$	489.4	434.9	21.24	20.9	21.84	105.4	59.72	438.2	221.8	194.5	-2.413	932.7
$a_4$	116.2	446.9	2.491	46.99	93.39	-6.908	474.8	51.19	48.12	57.5	97.86	16.43
$a_5$	394	50.69	2.903	202.6	863.8	23.15	26.47	103.1	31.5	5.74	-2.761	-
$a_6$	26.95	102.9	148.8	6.861	3.399	-	30.17	8.149	-	7.307	12.27	-
$a_7$	-	-	23.86	5.273	791.3	-	-	1.467	-	181.2	-	-
$a_8$	-	-	-	6.547	-	-	-	-	-	-	-	-
$b_1 \times 10^{-5}$	7.227	6.607	7.304	7.017	8.588	6.914	9.902	7.139	7.32	5.934	6.92	7.087
$b_2 \times 10^{-5}$	14.54	21.74	29.81	22.11	13.85	62.14	28.84	57.94	33.81	63.42	37.55	72.59
$b_3 \times 10^{-5}$	76.79	90.6	65.78	53.57	97.63	16.81	52.89	58.70	20.88	17.58	32.23	72.88
$b_4 \times 10^{-5}$	69.85	91.37	108.1	35.9	112.7	52.4	15.16	38.14	53.38	33.36	22.2	35.73
$b_5 \times 10^{-5}$	78.50	52.63	156.2	26.88	121.4	64.63	114.4	20.48	69.75	220.9	64.14	-
$b_6 \times 10^{-5}$	36.08	40.11	25.33	123.3	30.16	-	94.39	97.66	-	205	106.5	-
$b_7 \times 10^{-5}$	-	-	48.2	87.74	122.1	-	-	197.8	-	65.26	-	-
$b_8 \times 10^{-5}$	-	-	-	155.3	-	-	-	-	-	-	-	-
$c_1$	-1.654	-1.38	-1.801	-1.645	-2.366	-1.605	-2.926	-1.652	-1.532	-1.089	-1.564	-1.668
$c_2$	0.6723	-2.195	3.205	-2.91	-1.34	-4.382	1.145	-10.98	-1.585	-11.68	1.628	-3.611
$c_3$	1.509	-15.39	6.358	3.252	0.3264	0.007305	-3.987	-1.846	-0.8115	-0.1185	40.27	-0.6125
$c_4$	1.561	-6.279	7.463	3.044	-3.223	-1.577	3.584	-5.648	-4.62	-2.872	-2.614	1.322
$c_5$	10.14	-2.717	4.758	4.122	2.253	-5.222	0.7746	-2.074	-6.813	-13.94	63.64	-
$c_6$	0.4125	-6.913	-3.878	1.947	-2.707	-	-2.15	0.4498	-	-12.03	0.01983	-
$c_7$	-	-	-1.848	-0.1745	5.09	-	-	5.826	-	9.597	-	-
$c_8$	-	-	-	-0.1504	-	-	-	-	-	-	-	-
$R^2$	0.9960	0.9947	0.9994	0.9989	0.9966	0.9977	0.9972	0.9994	0.990	0.9994	0.9969	0.9934

Tabla B.2: Coeficientes para las correlaciones de la Radiación Solar global horizontal en Toluca, México 2014 (Parte 2)

Coeficientes	Julio		Agosto		Septiembre		Octubre		Noviembre		Diciembre	
	23	19	09	27	19	15	31	01	27	06	08	30
$a_1$	1189	846.2	1198	1080	772.2	1112	776.8	885.7	1287	841.9	397.6	802.2
$a_2$	532.7	20.23	105.1	67.82	149.5	100.1	17.61	180.4	415.4	152.6	496.9	22.79
$a_3$	518.3	147.4	51.05	125.7	353.3	235	156	247.2	862.5	183.2	48.31	57.71
$a_4$	112.3	108.8	101.1	60.68	39.26	19.51	311.7	45.48	12.21	101.2	38.41	65.13
$a_5$	-	253.6	6.738	-	84.43	39.68	-	272.6	5.983	-	-	16.07
$a_6$	-	2.572	-	-	11.14	6.512	-	-	-	-	-	7.256
$a_7$	-	261.4	-	-	-	-	-	-	-	-	-	105.4
$a_8$	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	105.4
$b_1 \times 10^{-5}$	7.16	5.579	7.057	7.41	6.234	6.731	6.228	6.895	9.45	7.729	1.551	8.592
$b_2 \times 10^{-5}$	55.83	21.50	33.52	45.76	42.48	28.31	67.42	12.85	18.91	48.47	12.37	16.78
$b_3 \times 10^{-5}$	56.50	62.22	50.31	41.33	21.61	20.85	27.16	61.48	14.37	45.50	43.38	75.33
$b_4 \times 10^{-5}$	18.42	66.53	27.86	33.09	87.42	90.39	19.33	39.54	80.56	19.42	63.46	71.70
$b_5 \times 10^{-5}$	-	64.16	241.4	-	64.03	49.58	-	60.07	134.1	-	-	53.43
$b_6 \times 10^{-5}$	-	198.9	-	-	113.4	61.79	-	-	-	-	-	146.3
$b_7 \times 10^{-5}$	-	11.64	-	-	-	-	-	-	-	-	-	174.3
$b_8 \times 10^{-5}$	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	175.4
$c_1$	-1.708	-0.874	-1.744	-1.818	-0.8845	-1.523	-1.28	-1.489	-3.007	-1.805	0.319	-2.326
$c_2$	-4.368	6.102	6.733	5.33	-5.604	-0.9718	-3.409	1.85	4.689	6.276	2.39	-0.4875
$c_3$	-1.456	-11.65	3.767	4.008	-1.357	-1.688	-0.05242	-3.565	3.63	4.287	3.928	1.588
$c_4$	-1.731	5.038	-6.259	-2.176	-14.86	-0.1568	-0.3757	-7.218	-0.7091	-1.34	3.615	0.05838
$c_5$	-	-3.192	-1.699	-	-9.917	-1.963	-	-6.143	-3.091	-	-	-1.035
$c_6$	-	-3.723	-	-	-1.947	6.204	-	-	-	-	-	0.39
$c_7$	-	2.187	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-2.486
$c_8$	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.2269
$R^2$	0.9993	0.9990	0.9994	0.9996	0.9999	0.9991	0.9943	0.9982	0.9986	0.9996	0.9965	0.9990

## B.2. Correlaciones de la temperatura ambiente

Las correlaciones obtenidas para la temperatura ambiente tendrán la forma mostrada en la ec.

(B.1)

$$T_{amb}(t) = a_1 \sin(b_1 t + c_1) + a_2 \sin(b_2 t + c_2) + \dots + a_n \sin(b_n t + c_n) \quad (\text{B.1})$$

en donde  $n$  es el numero términos que se incluirán en la suma de senos. En este sentido, en las Tablas B.3 y B.4 se muestran los parámetros o coeficientes de regresión para las correlaciones obtenidas para cada uno de los días analizados en el presente estudio. Adicionalmente, se muestra el coeficiente de correlación ( $R^2$ ) para cada uno de los polinomios. Cabe destacar que el intervalo de cada una de estas correlaciones es desde las 00:00 h hasta las 23:59:59 h de cada día, donde la variable del tiempo ( $t$ ) de la ec. (B.1) se encuentra en segundos.

Tabla B.3: Coeficientes para las correlaciones de la Temperatura ambiente en Toluca, México 2014 (Parte I)

Coeficientes	Enero		Febrero		Marzo		Abril		Mayo		Junio	
	17	25	01	27	08	23	08	14	04	13	01	14
$a_1$	11.45	16.54	18.05	19.65	68.12	49.45	18.87	23.51	21.19	23.51	17.81	63.61
$a_2$	1.42	6.006	50.61	3.462	1.437	6.605	8.972	1.548	42.84	11.02	5.68	49.35
$a_3$	1.057	1.515	1.619	8.566	1.452	2.2	10.86	8.31	40.67	11.27	1.585	2.995
$a_4$	1.043	1.857	1.044	0.4633	7.468	36.91	0.9634	1.785	1.223	0.8808	0.8202	0.9723
$a_5$	6.365	0.5406	0.879	1.418	0.6829	1.095	0.5336	0.4243	0.5611	0.7407	0.3062	0.5104
$a_6$	0.5329	0.8742	54.42	0.7093	0.5733	1.087	0.6787	0.7852	0.5619	0.8108	0.2259	0.4333
$a_7$	0.5221	-	-	-	-	-	-	0.4065	0.4523	-	0.6038	0.2955
$a_8$	-	-	-	-	-	-	-	0.2981	0.3883	-	0.1654	-
$b_1 \times 10^{-5}$	2.857	3	3.651	3.264	0.2395	2.961	3.242	0.2336	3.574	3.102	0.6361	3.336
$b_2 \times 10^{-5}$	20.92	12.51	14.31	13.52	20.48	9.74	11.58	18.83	12.35	11.20	8.967	3.882
$b_3 \times 10^{-5}$	30.59	20.89	28.57	6.988	30.39	24.73	9.284	9.122	11.77	9.596	19.75	13.38
$b_4 \times 10^{-5}$	40.58	32.75	46.54	34.23	10.32	4.263	24.05	26.23	35.06	25.40	29.26	19.75
$b_5 \times 10^{-5}$	10.29	54.07	35.76	25.97	41.22	31.17	57.46	51.85	76.85	34.15	51.52	23.63
$b_6 \times 10^{-5}$	50.85	43.30	14.01	44.56	51.29	42.68	32.26	42.94	55.18	53.83	63.67	39.72
$b_7 \times 10^{-5}$	83.97	-	-	-	-	-	-	75.93	95.28	-	37.80	52.16
$b_8 \times 10^{-5}$	-	-	-	-	-	-	-	60.60	48.81	-	73.01	-
$c_1$	-0.06926	-0.1075	-0.4116	0.388	0.08576	1.043	0.1787	0.8311	-0.1043	0.1786	0.6841	0.7659
$c_2$	-0.1929	1.721	3.339	2.121	0.01132	3.44	3.571	0.04757	2.923	3.226	3.436	3.944
$c_3$	-3.277	0.1828	-2.948	3.114	-2.816	-1.213	1.806	3.408	0.05869	1.173	0.6918	1.524
$c_4$	-0.457	2.394	-1.908	1.947	2.898	3.969	-0.7478	-1.228	3.304	-0.7504	-1.923	2.47
$c_5$	-3.679	2.009	2.3	-1.879	-5.673	4.3	3.463	-1.55	-0.8277	3.026	-1.702	5.614
$c_6$	-3.397	-1.418	-5.893	-1.02	-3.019	0.09997	4.028	-5.041	-1.119	-1.645	2.692	0.4306
$c_7$	-1.275	-	-	-	-	-	-	-1.387	1.468	-	-3.946	-0.0595
$c_8$	-	-	-	-	-	-	-	3.11	-0.27	-	0.1741	-
$R^2$	0.9926	0.9947	0.9932	0.9957	0.9967	0.9936	0.9943	0.9921	0.9944	0.9927	0.9947	0.9941

Tabla B.4: Coeficientes para las correlaciones de la Temperatura ambiente en Toluca, México 2014 (Parte 2)

Coeficientes	Julio		Agosto		Septiembre		Octubre		Noviembre		Diciembre	
	23	19	09	27	19	15	31	01	27	06	08	30
$a_1$	18.69	23.82	65.61	117.9	34.77	25.67	15.92	28.82	14.31	34.74	13.54	15.97
$a_2$	7.684	10.23	10.16	105.1	13.52	22.04	7.069	19.09	1.893	4.791	0.8325	8.773
$a_3$	6.795	7.254	55.59	9.293	7.618	17.08	1.281	11	8.5	17.24	0.2926	1.204
$a_4$	0.6859	1.479	1.658	0.785	1.503	0.8099	9.223	1.046	1.288	1.035	5.894	1.285
$a_5$	0.4263	0.6063	1.949	0.9417	0.7506	0.6484	0.5455	0.662	0.5833	0.8373	0.492	1.148
$a_6$	0.6302	0.3422	0.9363	0.5677	0.6807	0.2921	1.152	-	1.371	0.3423	-	0.453
$a_7$	-	-	1.603	-	0.405	0.208	0.3695	-	-	0.7947	-	-
$a_8$	-	-	1.204	-	11.78	0.2832	0.3326	-	-	0.3803	-	-
$b_1 \times 10^{-5}$	3.219	3.132	2.983	3.383	0.2672	3.41	3.333	4.195	2.302	3.417	3.136	1.641
$b_2 \times 10^{-5}$	12.33	7.349	9.807	3.837	22.64	7.716	17	8.067	22.32	11.56	17.47	10.19
$b_3 \times 10^{-5}$	9.866	9.584	4.789	8.402	9.897	9.241	32.43	10.91	10.58	4.358	35.10	24.83
$b_4 \times 10^{-5}$	35.73	24.81	33.18	26.25	38.82	23.43	15.22	25.19	30.25	40.87	10.92	30.80
$b_5 \times 10^{-5}$	25.03	37.52	25.21	31.01	58.79	32.24	50.49	33.55	51.10	18.42	48.20	43.64
$b_6 \times 10^{-5}$	45.85	45.58	63.80	51.34	80.06	45.32	38.73	-	41.68	50.40	-	63.91
$b_7 \times 10^{-5}$	-	-	53.33	-	100.3	57.38	57.38	-	-	33.33	-	-
$b_8 \times 10^{-5}$	-	-	72.98	-	23.55	74.35	78.76	-	-	59.51	-	-
$c_1$	0.1113	0.2254	1.417	0.4476	0.3194	0.01617	-0.1596	-0.3242	-0.05421	0.03321	-0.1792	0.3561
$c_2$	2.633	1.987	4.437	3.434	-1.145	1.349	2.351	1.172	-0.7565	2.288	0.1301	2.747
$c_3$	0.9411	3.595	3.944	3.947	3.547	3.686	-3.654	2.947	-3.466	2.922	-5.378	-2.002
$c_4$	2.14	-0.3422	3.946	-1.593	1.779	-0.7241	0.3309	-0.6183	-2.658	0.1819	-4.17	3.401
$c_5$	-1.505	2.351	-1.899	4.199	2.866	3.035	-2.185	-3.816	-2.996	1.02	1.554	-1.3
$c_6$	3.958	1.011	-1.603	-1.196	-2.686	-0.8852	-4.204	-	0.1512	-2.431	-	-0.9462
$c_7$	-	-	-2.163	-	-1.622	1.694	-3.398	-	-	1.949	-	-
$c_8$	-	-	-0.7041	-	-4.624	3.362	2.564	-	-	0.863	-	-
$R^2$	0.9912	0.9935	0.9768	0.9935	0.9933	0.9896	0.9908	0.9921	0.9954	0.9925	0.9971	0.9966

## APÉNDICE C

---

### Concepto de placa delgada y análisis independencia de malla temporal

---

En este apartado se presenta la malla espacial utilizada para cumplir con el concepto de placa delgada, adicionalmente, se presenta un análisis de independencia de malla temporal para el CSA Tipo IV. Lo anterior con el objetivo de obtener el paso temporal que debe ser utilizados para que los errores por discretización sean lo suficientemente pequeños, es decir, que tiendan a cero sin tener un tiempo de computo elevado.

#### **C.1. Concepto de placa delgada**

Es importante recalcar que para utilizar el método de *Balances Globales de Energía* se debe cumplir el concepto de placa delgada. Por lo tanto, se determinó la malla espacial del CSA Tipo IV que cumpla dicho concepto, para ello se utilizó el código en estado permanente con

---

una longitud de 2 m, velocidad de viento  $V = 1$  m/s, temperatura ambiente  $T_a = 27^\circ\text{C}$ , radiación solar  $H = 700$  W/m<sup>2</sup> y un flujo másico  $\dot{m} = 0.04$  kg/s en cada uno los canales que conforman al CSA. En la Figura C.1 se muestran los perfiles de temperatura de la cubierta de vidrio ( $T_{glass}$ ), la placa absorbedora ( $T_{absorber}$ ), la placa inferior ( $T_{bottom}$ ) y el fluido de trabajo en el canal 1 y 2 ( $T_{air1,air2}$ ) a lo largo de la longitud del CSA Tipo IV para mallas computacionales de 11, 21, 31, 41, 51, 61, 71, 81, 91, 101, 121, 151 y 201 nodos.

En particular, se observa a simple vista que los valores de la temperatura en los distintos componentes analizado no varía en gran medida con el aumento del número de nodos, es por ello que los perfiles de temperatura se ven “encimados”. Sin embargo, a 0.2 m de la entrada del CSA se observa que existen las mayores errores entre los perfiles de temperatura para la placa absorbedora, es por ello se realizará un *zoom* en la zona señalada para obtener los errores máximos y con base en ello determinar el número de nodos óptimo.

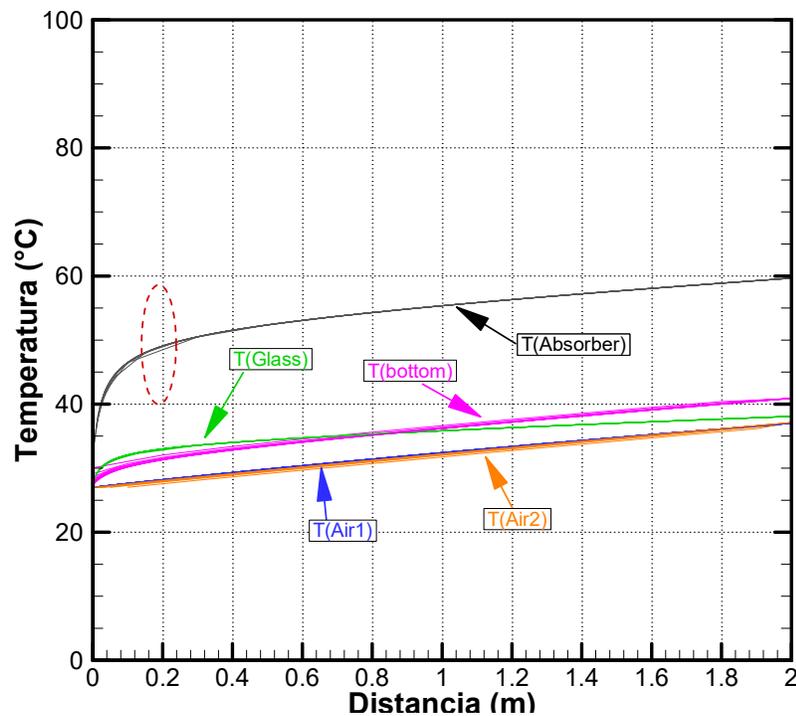


Figura C.1: Perfiles de temperatura del CSA Tipo IV para diferente número de nodos (11-201)

Por consiguiente, en la Figura C.2 se muestran las variaciones en el perfil de temperatura de la placa absorbedora en el CSA Tipo IV a una distancia de 0.2 m de la entrada del captador con las mallas computacionales antes mencionadas. Se observa que a partir de un número de nodos igual a 41 no existen grandes variaciones en el valor dado para este punto, sin embargo este es un análisis visual algo burdo por ello se realizará un análisis de los errores relativos porcentuales.

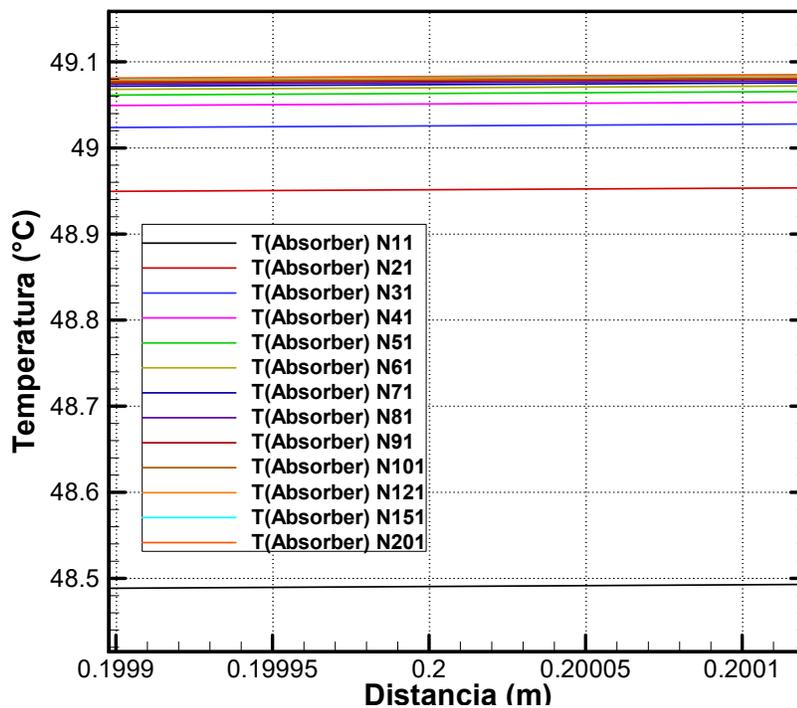


Figura C.2: Perfiles de temperatura del CSA Tipo IV en la placa absorbedora para diferente número de nodos (11-201)

En la Tabla C.1 muestra los *Errores relativos porcentuales* entre la temperatura de la placa absorbedora en el CSA Tipo IV a 0.2 m de la entrada del captador, para las distintas mallas computacionales antes mencionadas. Se observa que a partir de una malla computacional de 41 nodos no existen grandes variaciones entre las temperaturas de la placa absorbedora en dicho punto, lo que se ve reflejado en un error relativo porcentual de 0.051 %. De manera que, esta será la malla computacional espacial utilizada para los siguientes estudios.

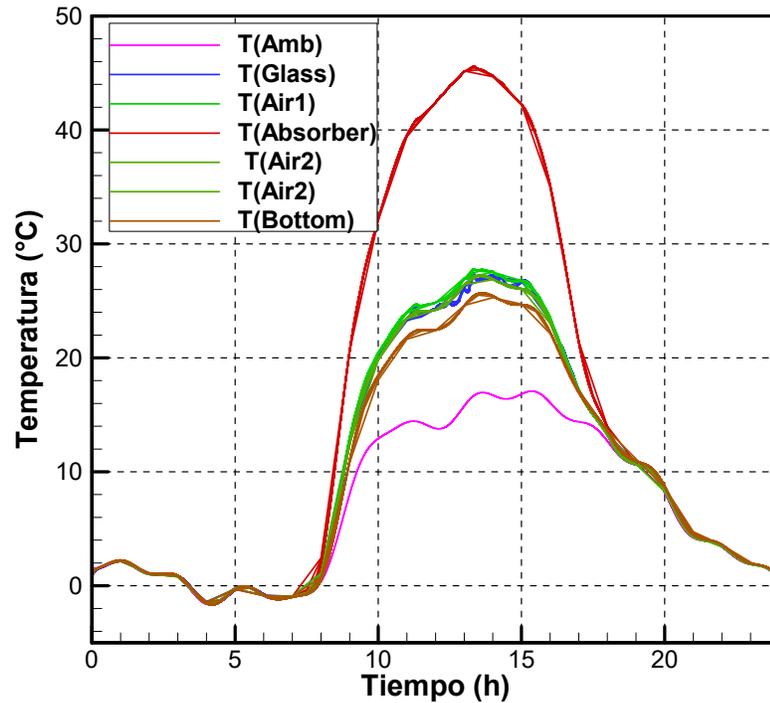
**Tabla C.1:** Errores relativos porcentuales entre diferentes mallas computacionales utilizadas en el CSA Tipo IV

Número de nodos (K)	$T_{absorber}$ (°C)	Error relativo (%)
11	48.490	
21	48.951	0.950
31	49.025	0.151
41	49.051	0.051
51	49.063	0.024
61	49.069	0.013
71	49.073	0.007
81	49.075	0.004
91	49.077	0.003
101	49.079	0.002
121	49.080	0.003
151	49.082	0.003
201	49.083	0.001

## C.2. Análisis independencia de malla temporal

Posteriormente, para el análisis de independencia de malla temporal se utilizaron los parámetros de simulación mostrados en la Tabla 4.3, la malla espacial corresponde a la seleccionada en la sección anterior (41 nodos computacionales), el flujo másico se fijó en  $\dot{m} = 0.05$  kg/s para los canales 1 y 2 del CSA. Los datos meteorológicos (temperatura ambiente, irradiancia solar y velocidad del viento) utilizados para la simulación corresponden al 17 de enero del 2014 en la Ciudad de Toluca.

En la Figura C.3 se muestran la temperatura promedio de la cubierta de vidrio ( $\bar{T}_{glass}$ ), la placa absorbadora ( $\bar{T}_{absorber}$ ) y la placa inferior ( $\bar{T}_{bottom}$ ). Además, se muestra la temperatura a la salida del canal 1 y 2 ( $T_{air1,air2}$ ) y la temperatura ambiente ( $T_{amb}$ ) durante el 17 de enero del 2014. En particular, en la Figura C.3 se muestran los datos mencionados para diversos pasos de tiempo que van desde 1 segundo hasta 900 segundos.

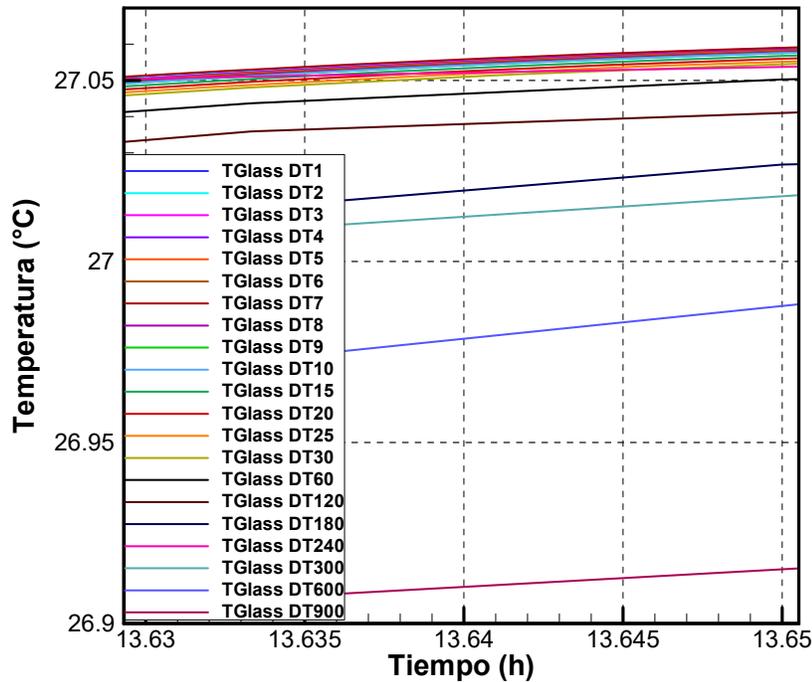


*Figura C.3: Perfiles de temperatura del CSA Tipo IV para diferentes pasos de tiempo (1-900 s)*

Sin embargo, en la Figura C.3 de manera cualitativa se aprecian pequeñas desviaciones en los perfiles de temperatura al variar el paso de tiempo en el código numérico desarrollado. Además, se observa que el análisis de errores relativos se debe realizar sobre la cubierta de vidrio, debido a que es el componente del CSA que presenta mayores desviaciones debido a la variación del paso de tiempo. De este modo, se realizó el análisis de errores relativos porcentuales en la cubierta de vidrio a las 13.64 h por ser un instante de tiempo donde el CSA estaría expuesto a una irradiancia solar elevada, al estar cerca del zenit.

Así, en la Figura C.4 se muestran los perfiles de temperatura de la cubierta de vidrio para pasos de tiempo desde 1 segundo hasta 900 segundos. A su vez, se observa que a medida que el paso de tiempo disminuye los datos graficados convergen a cierto valor, lo anterior se debe a discretización utilizada para el término temporal (método implícito). Sin embargo, de manera cualitativa no se puede determinar cual es el paso de tiempo óptimo donde los errores

relativos porcentuales no varían en gran medida con respecto al paso de tiempo.



**Figura C.4:** Perfiles de temperatura del CSA Tipo IV de la cubierta de vidrio para diferentes pasos de tiempo (1-900 s)

En la Tabla C.2 se muestran los errores relativos porcentuales de la temperatura promedio de la cubierta de vidrio a las 13.64 h para los diversos pasos de tiempo. Se observa que a partir de un paso de tiempo de 5 segundos no existen grandes variaciones entre las temperaturas promedio de la cubierta de vidrio en ese instante de tiempo, lo que se ve reflejado en un error relativo porcentual de 0.0005 %. Por consiguiente, este será el paso de tiempo utilizado para el presente trabajo.

**Tabla C.2:** Errores relativos porcentuales para diferentes pasos de tiempo (1-900s)

<i>Paso de tiempo</i> (s)	$T_{abs}$ ( $^{\circ}C$ )	<i>Error relativo</i> (%)
900	26.9100	
600	26.9786	0.2548
300	27.0123	0.1249
240	27.0521	0.1472
180	27.0195	0.1202
120	27.0463	0.0679
60	27.0463	0.0310
30	27.0509	0.0171
25	27.0517	0.0029
20	27.0525	0.0029
15	27.0533	0.0029
10	27.0541	0.0030
9	27.0541	0.0002
8	27.0544	0.0010
7	27.0546	0.0005
6	27.0547	0.0006
5	27.0548	0.0005
4	27.0550	0.0006
3	27.0552	0.0006
2	27.0554	0.0007
1	27.0555	0.0006

## APÉNDICE D

---

### Modelo de confort adaptativo

---

A continuación se muestra el modelo de confort adaptativo utilizado para definir el intervalo de temperatura de confort en cada uno de los días analizados en el presente estudio. Además, se presenta un breve explicación del concepto de confort y las variables principales que se ven involucradas.

El confort térmico se define como: “esa condición mental que expresa satisfacción con el entorno térmico” (ASHRAE Standard 55). Así, los autores establecen que la comodidad del cuerpo humano depende principalmente de tres variables ambientales: la temperatura, la humedad relativa y el movimiento del aire. Un modelo de confort adaptativo tiene el objetivo de generar índices que tomaran en cuenta la capacidad de las personas para incidir en su propia sensación de confort.

Un modelo de confort que está basado en una amplia gama de edificios, climas y culturas es el modelo de confort adaptativo presentado por Humphreys y Nicol (1998). Este mode-

---

lo plantea, en primer lugar, que las exigencias de confort no son las mismas para personas acostumbradas a edictos climatizados artificialmente y para aquellas que habitan en edificios climatizados por métodos pasivos. En este sentido, el autor plantea la ec. (D.1) la cual representa la temperatura de neutralidad para todos los edificios agrupados.

$$T_n = 24.2 + 0.43 (T_{prom} - 22) \cdot \exp \left[ \left( \frac{-(T_{prom} - 22)}{28.28} \right)^2 \right] \quad (D.1)$$

donde,  $T_n$  es la temperatura de neutralidad,  $T_{prom}$  es la temperatura promedio (mensual o anual) del medio ambiente. Después de haber obtenido la temperatura de neutralidad, el modelo indica que para obtener la temperatura de confort se emplee la ec. (D.2) para una evaluación mensual.

$$T_{confort} = T_n \pm 1.75 \quad (D.2)$$

Para una evaluación anual se emplea la siguiente ecuación:

$$T_{confort} = T_n \pm 2 \quad (D.3)$$

El intervalo de temperatura de confort que se forma al utilizar la ec. (D.2) o la ec. (D.3) se utiliza para fijar los límites que indican cuando la vivienda estudiada requiera que se le suministre energía para calentar el interior o bien se le extraiga energía para mantener el interior a una temperatura agradable. A esta energía que se debe retirar o suministrar, y sirve para acondicionar una edificación se le conoce como carga térmica.

La carga térmica se puede dividir en dos tipos:

- **Carga de calentamiento:** es la cantidad de energía térmica suministrada a la habitación para incrementar su temperatura, cuando se encuentra por debajo del valor mínimo del intervalo de temperatura de confort.
- **Carga de enfriamiento:** es la cantidad de energía térmica extraída de la habitación

para disminuir su temperatura, cuando se encuentra por encima del valor máximo del intervalo de temperatura de confort.

El concepto de carga térmica juega un papel importante en la climatización de edificaciones, debido a la cantidad de carga térmica requerido para acondicionar una edificación afectará de manera directa el consumo de energía y el tiempo de operación del dispositivo eléctrico utilizado para climatizar dicha edificación. De manera que los dispositivos solares muestran una alternativa viable para disminuir la cantidad de carga térmica requerida por las edificaciones. En la Tabla D.1 se muestran las temperaturas promedio de cada mes, así como la temperatura de neutralidad y los límites máximos y mínimos de la temperatura de confort para cada uno de los meses.

**Tabla D.1:** Intervalos de temperaturas de confort para los meses del año 2014 en la ciudad de Toluca, México

<i>Mes</i>	$T_{prom}$	Temp. de neutralidad (°C)	Lim. Max. (°C)	Lim. Min. (°C)
Enero	8.860	17.188	18.938	15.438
Febrero	11.692	19.138	20.888	17.388
Marzo	13.622	20.267	22.017	18.517
Abril	14.832	20.913	22.663	19.163
Mayo	14.675	20.831	22.581	19.081
Junio	14.908	20.952	22.702	19.202
Julio	14.782	20.887	22.637	19.137
Agosto	14.297	20.632	22.382	18.882
Septiembre	14.423	20.699	22.449	18.949
Octubre	13.200	20.031	21.781	18.281
Noviembre	11.441	18.980	20.730	17.230
Diciembre	10.029	18.042	19.792	16.292



**TECNOLÓGICO  
NACIONAL DE MÉXICO®**

---

***cenidet***<sup>®</sup>  
*Centro Nacional de Investigación  
y Desarrollo Tecnológico*